951



Robert Barclay,
Bury Hill



Robert Barclay,
Bury Hill.



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

ANNEE MDCCLIX.



A BERLIN,
CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour et de l'Académie Royale.
MDCCLXVI.

Imprimé
par ordre de l'Académie.



TABLE.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

Obser-

CLASSE
DE MATHÉMATIQUE.

Recher-

CLASSE
DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

CLASSE
DE BELLES-LETTRES.



ERRATA

pour les Mémoires de Mrs. EULER.

pag. 187. l. 5. unités, *lisez* limites.
ibid. l. 26. y, *lis.* y.
p. 193. l. 17. $\left(\frac{ddy}{dt^3}\right)$, *lisez* $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)$.
p. 195. l. 6. *a fine*, $\left(\frac{dy}{dx}\right)$, *lis.* $\left(\frac{dy}{dt}\right)$.
p. 199. l. 6. *a fine*, on, *lis.* ou
p. 200. l. 4. y, *lis.* y.
ibid. l. 10. un, *lis.* une.
p. 203. l. 9. x, *lis.* xv.
p. 204. l. *pen.* $\frac{X'n}{\sqrt{2gb}}$, *lis.* $\frac{X'x}{\sqrt{2gb}}$.
p. 207. l. 9. $\frac{Pu}{\sqrt{2gb}}$, *lis.* $\frac{Pa}{\sqrt{2gb}}$.
p. 214. l. 1. neus, *lis.* nous.
p. 215. l. 5. yp, *lis.* yq.
p. 216. l. 1. aurous, *lis.* aurons.
ibid. l. 12. perpendiculement, *lis.* perpendiculairement.
p. 220. l. 5. *a fine*, 10. *lis.* 19.
p. 223, l. 8. quelconque, *lis.* quelconques.
p. 230. l. 15. $+\frac{1}{3}ylm$, *lis.* $-\frac{2}{3}ylm$.
p. 231. l. 10. MQS, *lis.* NQS.
p. 237. l. 17. t, *lis.* s.
p. 238. l. *dern.* $+\frac{2}{VV}$, *lis.* $-\frac{2}{VV}$.
p. 242. l. 14. ma, *lis.* m'a.
p. 245. l. 5. $+\frac{mm}{n-1}$, *lis.* $-\frac{mm}{n-1}$.
p. 247. l. 14. $mB\sqrt{-1}$, *lis.* $mA\sqrt{-1}$.
p. 263. l. 6. *a fine*, déterminées, *lis.* déterminés.
p. 264. l. 10. même, *lis.* mêmes.
p. 271. l. 3. $B\mathfrak{C}$, *lis.* $P\mathfrak{C}$.
ibid. l. 11. $-\frac{\cos n}{\sin l}$, *lis.* $+\frac{\cos n}{\sin l}$.
p. 272. l. 6. qui, *lis.* que.
p. 273. l. 16. $Bb^4 \cos n^2$, *lis.* $Bb^4 \cos n^2$.
p. 274. l. 17. $PA = P\mathfrak{A}$ tourne, *lis.* $PA = P\mathfrak{A}$, & l'arc $P\mathfrak{A}$ tourne.
p. 275. l. 20. au, *lis.* où.

p. 281.

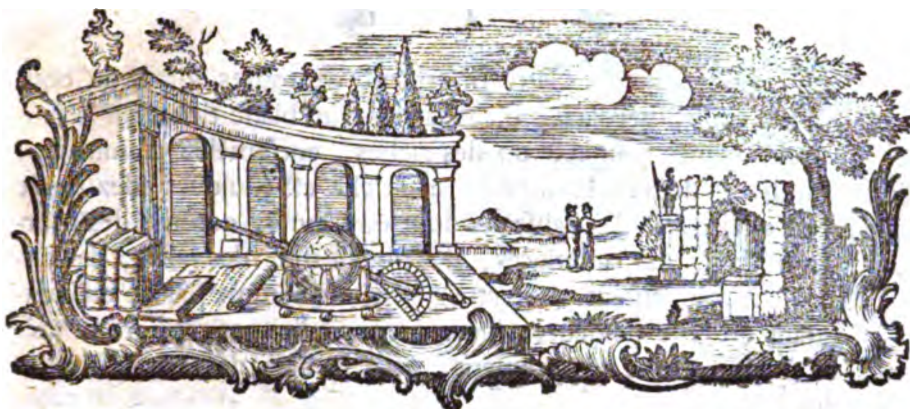
p. 281. l. 3. $-\frac{\cos m}{\sin l \sin m}$, *lis.* $+\frac{\cos m}{\sin l \sin m}$.
p. 283. l. 8. $(1-B)\,\varepsilon\varepsilon \dot{u}\, dt$, *lis.* $(1-B)\,\varepsilon\varepsilon \dot{v}\, dt$.
p. 285. l. 3. soit, *lis.* fois.
p. 286. l. 4. $du + \frac{\varepsilon\kappa}{\delta} v\, d\varphi$, *lis.* $dv + \frac{\varepsilon\kappa}{\delta} u\, d\varphi$.
p. 287. l. 2. $-\frac{1}{2}\cos(m+2)\varphi$, *lis.* $+\frac{1}{2}\cos(m+2)\varphi$.
ibid. l. 8. $v \cos m\varphi$, *lis.* $u \cos m\varphi$.
p. 289. l. 3. multipliées, *lis.* multipliés.
ibid. l. 16. marqué, *lis.* remarqué.
p. 292. l. 15. $\mathfrak{C}\, dt$, *lis.* $-\mathfrak{C}\, dt$.
ibid. l. 20. équationt, *lis.* équations.
p. 294. l. 15. D ε, *lis.* C ε.
p. 296. l. 10. c, *lis.* ε.
p. 297. l. 14. $-\delta\delta$, *lis.* $-4\delta\delta$.
p. 302. l. 10. commenceent, *lis.* commencement.
p. 303. l. 5. 0,0253584, *lis.* 0.0053584.
p. 304. l. 6. si $2\psi = 0$, & $2\psi = \theta = 180°$, *lis.* si les angles 2ψ, 2ψ, & θ évanouissent.
ibid. l. 8. 161, *lis.* 168.
ibid. l. 9. dont, *lis.* sont.
p. 305. l. 17. 22616, *lis.* 2616.
p. 308. l. 18. $\cos l \sin\gamma$, *lis.* $\cos l)\sin\gamma$.
p. 309. l. 9. $+$, *lis.* $*$.
ibid. l. 10. 3e. *col.* $m = 2$, *lis.* $m = 2\frac{1}{2}$
p. 311. l. 5. 45, *lis.* 43.
p. 315. l. *pen.* 61. *lis.* 60.
p. 318. l. 2. les lettres *a* & *b*, *lis.* les deux cases qui sont restées vuides j'ai mis les lettres *a* & *b*.
p. 326. l. *dern.* 64.1 . . . 57, *lis.* 64 . . . . . 57.
p. 333. l. 14. 25.22 . . . 4, *lis.* 25.22 . . . 5.
p. 337. *in fine*, 7, *lis.* 17.
p. 344. l. 12. $\frac{x}{v^3}$, *lis.* $\frac{y}{v^3}$.
p. 345. l. 15. $x \sin ff$, *lis.* $x \sin\theta$.
p. 349. l. 1. donc $=$, *lis.* donc $x =$.
ibid. l. 5. $d\varphi \sin\sigma \sin\psi$, *lis.* $d\varphi\,(\sin\sigma \sin\psi$.
p. 350. l. 9. $\frac{+\sin\sigma}{+\sin\sigma}$, *lis.* $\frac{+\sin\sigma}{-\sin\sigma}$.
ibid. l. 14. $\frac{-\sin\sigma}{-\sin\sigma}$, *lis.* $\frac{-\sin\sigma}{+\sin\sigma}$.
p. 351. l. 3. $\cos\theta \sin\omega$, *lis.* $\cos\theta \sin\sigma \sin\omega$.
p. 354. l. 3. $-\frac{2nPq}{pp}$, *lis.* $+\frac{2nPq}{pp}$.
p. 356. l. 9. accoissement, *lis.* accroissement.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.





DÉMONSTRATION FONDÉE SUR DES EXPÉRIENCES, QUE LA PIERRE SERPENTINE DE SAXE NE DOIT PAS ETRE MISE DANS LA CLASSE DE L'ARGILLE, ET COMPTÉE PARMI LES PIERRES ARGILLEUSES.

PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand,



I.

La pierre ſerpentine que j'ai employée pour les Expériences dont je vais rendre compte, eſt celle qui ſe trouve dans les Montagnes de Saxe, & qui eſt en particulier ſi abondante dans la grande carriere près de Zœplitz, qu'on en fait toutes ſortes de vaſes, dont le débit s'étend fort loin, & fait un objet

de

de négoce considérable. Cette pierre est de toutes sortes de couleurs, noire, grise, verdâtre, blanchâtre, d'un blanc tirant sur le jaune, avec des veines rouges, ou des taches, entremêlée d'amianthe; elle a aussi divers degrés de dureté, mais elle est toujours assez molle pour servir à faire tous les vaisseaux dont on s'avise, comme des mortiers, des boëtes, des caffetieres, des pots à thé, des tasses, des jattes, &c. Mais, autant que cette pierre est connue par de tels usages, autant est-elle demeurée inconnue jusqu'ici par rapport au mêlange d'où elle résulte proprement, & à la base de sa constitution essentielle.

II. M. *Pott* range cette pierre parmi les especes de l'argille, parce qu'en la brûlant elle durcit. On peut voir là dessus sa *Lithogéognosie* p. 33. & la continuation de cet Ouvrage, p. 50. Il va même dans la seconde Continuation jusqu'à lui assigner place parmi les pierres qu'on nomme *ollaires*, toujours à cause de cette propriété de durcir au feu. C'est ainsi que *Kramer*, *Wallerius*, & *Gellert* ont aussi regardé la pierre serpentine comme appartenant aux pierres ollaires, ou à celles qu'on nomme *pierres de lard*. *Bræmel*, dans sa *Minéralogie*, la compte parmi les pierres qui se laissent brûler comme la pierre de gypse & la pierre calcaire en gypse & en chaux vive. La suite va faire voir que toutes ces idées ne s'accordent pas avec la réalité.

III. Il semble que les Auteurs qu'on vient d'indiquer, & particulierement le premier, se soyent bornés à considérer la pierre en question, & ses especes, simplement par rapport à la propriété qu'elle a de durcir au feu, & qu'ils se sont crûs fondés à en faire par cette raison une argille; mais de cette maniere on a confondu deux corps très réellement différens, puisque l'argille & ses especes ne sauroient jamais être ni devenir des pierres de lard, tout comme celles-ci ne seront ni ne deviendront jamais des argilles. Il y a tout au contraire une différence des plus considérables entre cette terre & ces pierres. Ne nous arrêtons d'abord qu'à celle qui peut être saisie par les hommes les plus bornés, & qui peut être constamment regardée comme

comme un caractere général par où l'argille & ses especes d'une part, la pierre serpentine & ses especes de l'autre, se distinguent extérieurement. Ce caractere consiste d'abord en ce que l'argille & toutes ses especes, dès que ce sont de vrayes & réelles argilles, soit lavées, soit non lavées, pourvu qu'elles soyent bien séches, s'attachent aussitôt à la langue; même quand elles sont en quelque sorte calcinées, ou conduites à une médiocre incandescence. Si on jette dans l'eau l'argille crue, non calcinée, ses parties s'y détachent peu à peu les unes des autres; phénomenes qui n'ont pas lieu dans la pierre serpentine & dans ses especes, & qu'on n'appercevra non plus jamais dans la pierre de lard.

IV. C'est cette observation même qui m'a engagé à ne point ranger la pierre serpentine parmi les pierres argilleuses, & à croire que la terre soluble contenue dans cette pierre doit être toute différente de celle qui se trouve dans l'argille. Pour arriver à la certitude sur ce sujet, je me mis en devoir de travailler; mais je ne me servis pas dans mon travail d'un moyen aussi violent que l'est le feu de fusion, car il est plus propre à réunir & rapprocher les parties des pierres & des terres qu'à les séparer. J'eus donc recours à la voye humide de séparation, par les dissolvans que j'avois déjà employés pour la décomposition de l'argille, & qui m'avoient paru les plus convenables. Voyez le premier Tome de mes Ecrits de Chymie, p. 203. §. 7. & suivans. C'étoit en effet la meilleure maniere de tirer de la pierre serpentine la terre soluble qui s'y trouve, & de séparer ensuite de cette solution les parties terrestres par un usage facile des sels alcalis. Mais, si la terre de la pierre serpentine étoit argilleuse, il faudroit qu'après avoir été travaillée avec l'acide du vitriol, elle donnât un vrai & réel alun. Voyons comment les choses se passent à cet égard.

V. Je pris huit onces de pierre serpentine pulvérisée de l'espece dont la couleur noire tire sur le verdâtre, & qui avec cela étant la plus tendre sert principalement à faire des vases; je secouai cette

te poudre dans une retorte de verre neuve & bien nette, & je versai dessus huit onces d'huile de vitriol délayée avec trois parties d'eau; je mis mon vaisseau à distiller dans une coupelle de sable, j'y appliquai legerement un récipient sans le luter, & je distillai par degrés tout le liquide jusqu'à exsiccation. Je versai ensuite sur ce qui étoit resté de l'eau chaude, je remis la retorte sur du sable chaud, j'en fis écouler le liquide, & je versai toujours sur le reste, de l'eau chaude jusqu'à ce que le tout fut dans un état de solution aussi déliée qu'il étoit possible. Après cela je séparai la liqueur claire, je la filtrai, & je continuai à verser de l'eau chaude sur ce qui s'étoit posé au fond sans se dissoudre, jusqu'à ce que ce résidu n'eût absolument aucun goût; après quoi l'ayant filtré je l'ajoutai à la premiere lessive saline. Je secouai de nouveau ce qui étoit épais dans un filtre, je l'y édulcorai encore à diverses reprises avec de l'eau chaude, & le fis sécher. Après cette exsiccation j'obtins quatre onces & trois dragmes d'une poudre d'un blanc grisâtre, sur laquelle je versai encore une fois la moitié autant d'huile de vitriol, j'édulcorai bien le tout comme précédemment, & il s'en sépara encore après l'exsiccation une demi-once & deux scrupules; de sorte qu'on peut compter à coup sûr que la pierre serpentine a dans sa composition la moitié de terre soluble & au delà.

VI. Ayant pris la lessive saline filtrée dont il a été fait mention ci-dessus, je la mis dans un verre & l'y fis évaporer jusqu'autiers. J'en mêlai une quantité avec un peu de sel alcali dissous de la même maniere dont j'ai rapporté que j'avois procédé avec l'alun; & ayant aussi traité ce mêlange de même, je n'en tirai aucun alun. Là dessus je mis dans une retorte le reste de ma solution qui avoit une couleur assez verdâtre & un goût vitriolique, j'en fis une entiere abstraction jusqu'à l'exsiccation, je donnai aussi vers la fin un feu assez véhément, jusqu'à faire presque rougir la retorte; &, après son réfroidissement j'y trouvai une masse saline, en partie rougeâtre, en partie blanchâtre. Je versai dessus de l'eau froide distillée; cette masse s'échauffa violemment; je continuai à y verser de l'eau, je mis ce mêlange en digestion; j'en procurai une entiere solution, & le filtrai. La solution avoit un goût

goût astringent; je la fis évaporer jusqu'au point de la cristallisation; & après le réfroidissement il se manifesta une grande quantité de sel blanc, en forme de cristaux allongés, que je séparai de la liqueur verdâtre qui restoit encore, & je fis ensuite sécher ces cristaux. La terre qui après la filtration se trouvoit encore dans le filtre, étoit parfaitement ferrugineuse.

VII. Je fis évaporer jusqu'à exsiccation la liqueur verdâtre qui étoit demeurée de reste après la cristallisation; je la calcinai avec les premiers cristaux, les traitant néanmoins séparément à un feu véhément au creuset à fondre, dans le dessein d'achever d'en détacher entierement l'acide du vitriol superflu; ce travail dura une bonne heure, pendant laquelle ces matieres ne se gonflerent pas le moins du monde, ni l'une ni l'autre, par l'action du feu, comme ont coutume de le faire les sels d'alun; & ne se fondirent pas comme le sel admirable. Quand les creusets furent réfroidis, je fis sortir de chacun à part ce qu'il contenoit; le sel épars çà & là se trouva d'un jaune rougeâtre; mais le liquide qui, après avoir bouilli, s'étoit calciné, avoit une couleur rouge forte à cause de la quantité de particules de fer qui s'y étoient jettées, & qui avoient été détachées de la pierre serpentine par l'huile de vitriol. Je versai de l'eau sur les deux produits, & les mêlanges s'échaufferent de nouveau d'une façon extraordinaire; je procurai une entiere solution, & ayant filtré ces solutions, il demeura dans le filtre de la derniere une quantité considérable de crocus martial. Je mêlai ensemble ces solutions qui avoient un goût fort amer, & qui étoient aussi claires que de l'eau, je les fis évaporer, je les disposai à la cristallisation, & elles me donnerent, jusqu'à la derniere goutte, un sel déjà cristallin, d'un goût fort amer, & en cristaux allongés; lequel étant soumis à toutes sortes d'épreuves s'y montra un vrai sel amer, & se légitima comme pourroit le faire un sel d'Ebsom, un sel de Sedlitz, ou un sel de Seydenschütze.

VIII. Ainsi donc ce sel est un vrai sel moyen terrestre qu'on tire à l'aide de l'acide vitriolique de la terre soluble contenue dans la pierre ser-

pen-

pentine. Mais qui ne voit en même tems que cette terre alcaline de la pierre ſerpentine doit être d'une tout autre nature que celle de l'argille. En effet, ſi elle n'en différoit point, il faudroit qu'elle donnât, ſans la moindre difficulté ni le moindre doute, un alun formel, ſubſtance totalement éloignée de notre ſel. Et ſi c'étoit une terre calcaire, ou de marbre, la pierre ſerpentine ne ſe durciroit pas au feu autant qu'elle le fait, ou du moins elle s'affaiſſeroit bientôt à l'air. Elle formeroit auſſi avec l'acide vitriolique un ſélénite, qu'on reconnoit aiſément par l'extreme difficulté avec laquelle il ſe diſſout dans l'eau. En un mot, la terre contenue dans la pierre ſerpentine, & que l'acide du vitriol convertit en un ſel moyen, n'eſt ni une terre calcaire, ni une terre argilleuſe; mais c'eſt une terre alcaline conſtituant ſon genre propre, une ſorte de terre qui n'a pas été bien connue jusqu'ici, faute d'avoir été ſuffiſamment examinée; car d'ailleurs elle ſe trouve dans pluſieurs autres corps. J'ai donc cru devoir m'attacher à des recherches plus exactes ſur ſon ſujet; & je ne manquerai pas de rendre compte en tems & lieu des expériences faites pour arriver à ce but.

IX. Ce n'eſt pas l'acide du vitriol qui eſt le ſeul diſſolvant de la terre ſoluble contenue dans la pierre ſerpentine; on effectue tout auſſi bien la même ſolution avec l'acide du nitre & celui du ſel: il ſe diſſout même une aſſez grande quantité de la terre ſusdite dans de bon vinaigre diſtillé. En effet, ayant mêlé une once de pierre ſerpentine pulvériſée avec ſix onces de vinaigre diſtillé concentré, & ayant mis le tout dans une retorte à laquelle étoit adapté un récipient, j'en fis l'abſtraction ſur une coupelle de ſable, jusqu'à ce qu'il n'en reſtât qu'environ deux onces; après quoi je délayai ce réſidu avec de l'eau, & l'ayant filtré & fait évaporer, j'obtins une maſſe brune en forme de gelée. J'en fis diſſoudre un peu dans de l'eau, & quand j'y eus enſuite verſé de la ſolution de ſel de tartre, il ſe précipita tout de ſuite une terre blanche. Ce qui reſtoit ayant encore été édulcoré avec de l'eau diſtillée, & parfaitement deſſéché, peſoit ſept dragmes & dix-ſept grains; de ſorte que la ſolution avoit emporté deux ſcrupules & trois grains.

X. Je

X. Je mêlai ensuite une once de pierre serpentine pulvérisée, comme ci-dessus, avec trois onces d'un acide de salpetre fort, mais non concentré, je distillai le phlegme superflu, de sorte que ce mélange devint à peu près sec; & après le réfroidissement, presque toute la surface du mêlange se trouva couverte de cristaux. Je fis dissoudre ce mêlange avec de l'eau chaude distillée, je procédai à la filtration, j'édulcorai le reste au mieux avec de l'eau distillée susdite, je passai à l'exsiccation, & j'obtins cinq dragmes & six grains d'une terre insoluble qui paroissoit d'un jaune rougeâtre. La solution même étoit jaunâtre; & quand je l'eus fait évaporer jusqu'au point de la cristallisation, il se forma des cristaux qui tiroient du blanc au verd jaunâtre, quoique foiblement, dont la figure étoit allongée, & qui ressembloient à du nitre. Quand, après les avoir fait fondre dans l'eau, on en humectoit du papier brouillard, on faisoit sécher ce papier, & on l'allumoit ensuite, cela brûloit en donnant une belle flamme verte. Les choses se passoient de même avec un acide de sel médiocrement concentré. En effet, ayant pris une once de pierre serpentine avec trois onces de l'acide du sel, puis ayant travaillé le tout comme ci-dessus, l'ayant lessivé avec de l'eau & bien édulcoré le résidu, ce qui demeura de reste après le dessèchement faisoit demi-once huit grains d'une terre insoluble, en partie blanche, en partie grise; de sorte que la solution avoit à peu près emporté la moitié, ce qu'il faut attribuer aux particules de fer qui s'étoient dissoutes en même tems. La filtration fut évaporée jusqu'au dessèchement, parce qu'elle ne vouloit pas bien se cristalliser; elle étoit d'un brun tirant sur le jaune, & s'affaissa ensuite à l'air, se fondant en une liqueur d'un jaune brun, qui sentoit le crocus, comme font ordinairement toutes les solutions du fer dans l'acide du sel; mais elle ne laissoit pas de conserver toujours la partie alcaline de la pierre serpentine.

XI. La terre de la pierre serpentine tirée de toutes les solutions précédentes, tant de celle dans l'acide du vitriol que des autres, se laissa précipiter très aisément par une solution de sel de tartre, dont il ne faut pourtant pas trop verser dessus, mais se borner à la quantité re-

requiſe; ſans quoi il m'a paru qu'une portion de cette terre entroit de nouveau en ſolution. Cela arrive en particulier quand la précipitation ſe fait avec un ſel alcali minéral, & encore plus lorsqu'on employe un ſel alcali volatil, ou un eſprit urineux. La terre précipitée doit être très ſoigneuſement & pendant longtems édulcorée avec de l'eau chaude; alors on obtient en particulier des criſtaux de ſel dépurés avec l'acide du vitriol, ſuivant le §. 7. une belle terre friable, blanche & déliée, qu'on peut faire bien ſécher, & garder enſuite pour un uſage ultérieur.

X. I. Il s'agit à préſent de faire encore mention de ce réſidu de terre qui eſt demeuré après le travail avec l'acide du vitriol; & la queſtion ſe préſente ici naturellement: à quelle eſpece de terre appartient la ſusdite partie terreſtre de la pierre ſerpentine? Je dis hardiment que cette terre tient de la nature du ſable ou du caillou, & qu'elle eſt vitreſcible. En effet deux parties de cette terre mêlées avec une partie de ſel de tartre dépuré, miſes dans un creuſet fermé, & travaillées pendant quelques heures à un feu de fuſion violent, donnent un beau verre clair & bien fondu, qui paroit un peu verdâtre à cauſe des particules de fer qui y ſont demeurées; & c'eſt ce qui fait voir que la terre inſoluble de la pierre ſerpentine eſt auſſi bien une terre vitreſcible que la terre inſoluble de l'argille; ſur quoi l'on peut conſulter ce que j'ai écrit ſur l'alun. Ainſi, c'eſt rélativement à la terre ſoluble que l'argille differe de la pierre ſerpentine. Les objections qu'un Chymiſte m'a faites au ſujet de ce que j'ai avancé ſur l'alun, ſont ſi foibles que ce ſeroit perdre inutilement le tems que de m'arrêter à y répondre. Tout ce que je puis lui dire ici pour ſon inſtruction, c'eſt que la terre ſéparée de l'alun, bien mêlée avec une quantité convenable de ſable, donne ſans contredit, après les manoeuvres requiſes, une maſſe qui s'attache à la langue, & qui durcit au feu, en quoi elle reſſemble à l'argille. Pour abréger, j'ajoûte que l'argille peut non moins inconteſtablement, après qu'on l'a décompoſée dans ſes parties, être rétablie dans ſon entier; de ſorte que l'acide du vitriol

n'ap-

n'apporte aucun changement, ni à l'eſpece de terre alcaline qui avoit été ſéparée, ni à la partie aréneuſe qui étoit demeurée; lesquelles ſont les vrayes parties conſtituantes de l'argille. On ne ſauroit donc eſpérer d'arriver à de nouveux produits dans de ſemblables travaux; & je ne doute point que ceux qui auront pour objet la pierre ſerpentine ne m'offrent les mêmes réſultats. Mais, quand même cela ne ſeroit pas, je n'en demeurerois pas moins convaincu que les parties que j'ai indiquées comme faiſant la baſe de la pierre ſerpentine ne ſoyent effectivement telles, & que la diſtinction que j'ai miſe entre ſes parties & celles de l'argille ne ſoit exactement fondée, ſans me mettre en peine de toutes les aſſertions ſur ce ſujet qui ne ſauroient être confirmées par des expériences.





RAPPORT

DES

EFFETS DE L'ACIDE DU VITRIOL SUR DIVERSES PIERRES, OU ESPECES DE TERRE.

PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

L'heureux ſuccès que j'ai eu dans la ſéparation de la terre ſoluble contenue dans la pierre ſerpentine par le moyen des acides, & en particulier de l'acide du vitriol, (ſuccès dont j'ai rendu compte dans le Mémoire précédent, lû il y a quelque tems en préſence de cette Académie Royale,) ce ſuccès, dis-je, m'a engagé à ſuivre la même méthode par rapport à d'autres pierres, ou à des eſpeces de terre, que j'ai cru avoir quelque affinité avec la pierre ſerpentine, pour en tirer pareillement la terre ſoluble qui s'y trouve.

II. La premiere pierre que je choiſis pour cet effet, fut celle qu'on nomme *Lapis Nephriticus*, & qui ſe rencontre de côté & d'autre en Saxe, particulierement près de Zœplitz. M. *Wallerius*, dans ſa *Minéralogie*, p. 76. de la Traduction Allemande, range cette pierre parmi les eſpeces de gypſe, & la définit même *gypſum viride ſemipellucidum fiſſile.* Mais, comme il ne lui arrive pas ce qui a coutume d'arriver à toutes les autres pierres gypſeuſes, c'eſt d'être réduite en poudre par la calcination, il ne me ſemble pas que cette dénomination puiſſe lui être appliquée. Je ne ſaurois non plus être du ſentiment de M. *Pott*, qui compte cette pierre parmi les eſpeces argilleuſes; voyez la premiere continuation de ſa *Lithogéognoſie*, p. 51. Pour cet effet il faudroit qu'on pût avec l'acide du vitriol en tirer un alun.

III.

III. Je ne veux cependant m'arrêter ici, ni à la classification de cette pierre, ni à sa description par rapport aux apparences extérieures, dont on peut chercher les détails dans la *Minéralogie* de *Wallerius*. Mais j'irai droit au fait, c'est à dire, à l'exposition des effets de l'acide du vitriol sur notre pierre. J'en pris dans ce dessein l'une des plus nettes, d'un verd foncé, & grasse au toucher, je la réduisis d'abord grossierement en poudre dans un mortier de fer net; j'en fis ensuite une poussiere plus fine dans un mortier de verre; j'en jettai une once dans une retorte proportionnée, je versai dessus autant d'huile de vitriol, que j'avois délayée avec parties égales d'eau; je posai la retorte sur une coupelle de sable, j'appliquai un récipient, & je distillai par degrés jusqu'à une parfaite exsiccation. Ce qui demeura dans la retorte étoit blanc, grisâtre, & gris; je le lessivai avec de l'eau chaude; je filtrai le liquide à travers un papier brouillard, & je continuai à verser de l'eau chaude dessus, jusqu'à ce que l'eau ainsi versée n'eût plus aucun goût, je filtrai toute la liqueur, & la joignis à la précédente. Je fis abstraction de tout le liquide en distillant par une retorte jusqu'à exsiccation, & je poussai le feu jusqu'à l'incandescence. Ensuite, après avoir brisé la retorte, j'obtins une substance saline d'un brun jaunâtre, que je fis de nouveau fondre dans l'eau, & après la filtration je la disposai par l'évaporation à la cristallisation, qui donne un mixte salin, verdâtre, dont le goût étoit encore fort acide & astringent. Je le calcinai à un feu véhément dans un creuset à fondre, pendant quelques heures; après quoi je trouvai une masse saline d'un rouge jaunâtre, laquelle, après que j'y eus versé de l'eau froide, s'échauffa fortement; & quand j'eus ensuite versé dessus à plusieurs reprises de l'eau bouillante, la masse s'y fondit entierement. J'en tirai par voye de filtration une lessive saline, claire & sans couleur, d'un goût amer; & l'ayant fait évaporer jusqu'à la cristallisation, elle donna des cristaux amers, c'est à dire, un vrai sel amer cathartique, comme avec la pierre serpentine. Il resta dans le filtre une terre martiale, d'une couleur d'ocre foncée, qui étoit legere, & pesoit une dragme & demie après l'entiere édulcoration & exsiccation. Mais la terre qui, après cette so-

lution de la pierre néphritique, étoit demeurée sans que l'acide du vitriol eût pu la dissoudre, pesoit après avoir été édulcorée & desséchée une demi-once & vingt grains, & paroissoit d'un gris clair. Je dois encore remarquer que, dans cette solution encore verte de la pierre néphritique, j'avois mis un fer poli, pour voir si ceux qui croyent que cette solution contient du cuivre sont fondés, mais je n'ai point vu qu'il se soit fait aucune précipitation de ce métal sur le fer, quoiqu'ordinairement, quelque petite que soit la quantité du cuivre qui se dissout dans un acide, elle ne manque pas de s'attacher aussitôt au fer. Ainsi je ne saurois me persuader que cette pierre contienne aucun cuivre, du moins quand elle est nette, & qu'il entre dans le mêlange de sa composition aucune miniere semblable où il y ait du cuivre.

IV. Je jugeai que la pierre de lard & ses especes avoient beaucoup d'affinité avec la pierre néphritique dont je viens de parler; & cela rélativement à cette graisse qui se fait sentir en la touchant. On nomme aussi cette pierre, *Pierre de suif*, & en Allemand *Schmerstein*, &c. C'est dans la craye d'Espagne qu'on trouve ordinairement l'espece de cette pierre qui nait en Allemagne. Mais celle de la Chine est connue sous le nom de *Pierre de lard*, ou *Speckstein*. On en rencontre de toutes sortes de couleurs, & en diverses contrées. Elle paroit grasse au toucher comme du savon; sa dureté est assez médiocre pour qu'on la puisse aisément couper au couteau, & la façonner en toutes sortes de figures. Au feu elle devient fort dure; & c'est par cette raison qu'on a voulu la ranger parmi les especes d'argille. Mais, comme elle renferme la même terre soluble qui existe dans la pierre serpentine & dans la pierre néphritique, de façon qu'avec l'acide vitriolique elle donne un sel amer de même que la terre des pierres susdites, & qu'on ne sauroit en tirer de l'alun comme on en tire de l'argille, il me semble qu'elle ne sauroit constituer une espece d'argille; seulement tout ce qu'il y a de remarquable, c'est qu'on y trouve moins de cette terre qui fait la base du sel amer que dans les deux pierres précédentes. En effet, une once de pierre de lard de Bareuth, où l'on verse autant d'huile de vitriol délayée avec de l'eau, & travaillée

en-

ensuite de la même maniere que ci-dessus la pierre néphritique, donna un sel amer tout semblable à celui que fournit la pierre serpentine, & montra distinctement par la couleur rouge que le sel non dépuré qui en avoit été tiré, prit pendant la calcination, qu'il y a des particules de fer également contenues dans cette espece de terre; mais le produit détaché par la solution de la pierre de lard ne montoit qu'à une dragme, & la terre insoluble de la même pierre, après avoir été soigneusement édulcorée & desséchée, n'alloit pas au delà de sept dragmes. Il en fut de même avec l'espèce Chinoise, qui donna exactement la même quantité de résidu, & un sel tout pareil, après le travail susmentionné; de sorte que cette espece ne differe point de celle de Bareuth, excepté que celle dont je me suis servi étoit un peu plus rougeâtre.

V. Passons à une autre pierre, où l'on trouve pareillement la base du sel amer, c'est à dire, cette terre alcaline qui avec l'acide vitriolique constitue le sel amer, à peu près dans la même quantité que donne la pierre néphritique. C'est l'amianthe, ou la pierre avec laquelle on fait la toile incombustible & le papier incombustible. Ses caracteres extérieurs se trouvent indiqués dans la *Minéralogie* de *Wallerius* & dans d'autres Auteurs; surtout on trouve des recherches détaillées à cet égard dans les Ecrits de Physique & de Chymie de M. *Lehmann*. Voyez la continuation de son Traité *de l'art d'essayer*, p. 1. J'ai pris deux dragmes de l'espece que M. *Lehmann* p. 13. du même Traité, appelle *Amianthe purifié de la montagne de Reichstein*, & après l'avoir fait exactement sécher, j'y ai versé une demi-once d'huile de vitriol qui avoit été délayée avec un peu d'eau; & le tout ayant été mis dans une retorte, j'ai poussé l'abstraction jusqu'au desséchement, procédant dans tout le reste comme ci-dessus à l'égard de la pierre néphritique, après quoi j'ai obtenu un sel amer tout pareil à celui dont il a été fait mention ci-dessus, sans aucune variation dans toutes les circonstances qui s'y rapportent. La terre insoluble qui étoit demeurée après l'édulcoration & l'exsiccation, pesoit cinquante cinq grains, elle étoit d'un beau blanc, & sa configuration n'avoit été altérée en rien.

Ainsi

Ainsi l'acide vitriolique avoit dissous un peu plus de la moitié; & l'on est par conséquent en droit d'inférer de là que l'amianthe doit être mise au rang des pierres serpentines.

VI. A présent vient le tour des talcs; & comme on en trouve de toutes les couleurs, j'en pris du plus beau blanc. Le talc est une des especes de pierres grasses au toucher, d'une couleur de perles brillante; il se laisse aisément réduire en feuilles, couper au couteau, & même plier en quelque sorte. *Wallerius* le définit; *Talcum albicans lamellis subpellucidis;* & il croit qu'aucun acide ne peut le dissoudre. C'est aussi l'opinion de M. *Pott*, dans la continuation de sa *Lithogeognosie*, p. 103. Il est bien vrai que la quantité de talc qu'on peut dissoudre n'est pas considérable; cependant cette solution a lieu, & donne précisément la même terre que l'Amianthe. En effet, en suivant la méthode que j'ai déjà plusieurs fois indiquée, par le moyen de l'acide du vitriol j'ai obtenu le même sel amer que ci-dessus. Au reste, cette extraction du talc avec l'acide du vitriol paroissoit d'un beau verd; & d'une once il est resté sept dragmes vingt-sept grains, de sorte qu'il s'en est dissous trente-cinq. Le talc paroissoit avoir souffert fort peu de changement; & il étoit seulement devenu un peu plus jaune.

VII. Au talc j'ai fait succéder le *Marienglas* de Russie, espece de minéral transparent, qu'on peut plier, réduire en feuilles, & employer pour des carreaux de fenêtre, des lanternes, & à d'autres usages semblables. *Wallerius* en donne la définition suivante; *Mica membranacea, pellucidissima, flexilis alba.* Ayant coupé deux dragmes de ce minéral en petits morceaux, & l'ayant traité avec l'huile du vitriol comme ci-dessus, je n'en ai pu tirer aucune substance saline, ni remarquer aucun déchet dans le résidu. Les apparences extérieures n'avoient souffert non plus aucun changement considérable; & toutes les circonstances étoient pareilles à celles qui ont lieu avec ce qu'on nomme *plumbago*, ou *molybdene*; d'où se manifesta à la vérité quelque peu de substance saline, mais sur laquelle on ne put de même faire

faire aucune épreuve ultérieure, le résidu n'ayant souffert presque aucun déchet, ni changement observable, soit dans la texture, soit dans la couleur.

VIII. L'occasion étant aussi favorable, je recherchai encore quels étoient les rapports de l'acide du vitriol avec une certaine espece de terre, d'un verd tirant sur le jaune, grasse à l'attouchement, qu'on trouve à Cosemitz près de Nimptsch en Silesie, & qu'on rencontre seche dans les rochers où il y a de l'amianthe; au moins a-t-elle été ainsi caractérisée par ceux qui me l'ont fournie. Je crois que c'est la même dont M. *Lehmann* fait mention dans la continuation de son Traité *de l'art d'essayer*, p. 130. l. 9. disant que c'est une terre talqueuse dont les parties ne sont pas bien liées entr'elles. Cette terre étant traitée de la maniere susmentionnée, donna, comme l'amianthe & quelques autres especes de terres & de pierres, avec l'acide du vitriol, le même sel amer; & la partie ferrugineuse contenue dans cette terre ne put pas demeurer cachée pendant le travail. La partie insoluble qui resta d'une once de cette terre avec l'acide du vitriol, après avoir été bien édulcorée, paroissoit d'un gris tirant au verdâtre: elle avoit l'air de talc, & pesoit cinq dragmes quarante grains, de sorte que la solution avoit emporté deux dragmes vingt grains. Mais, ayant procédé au même travail avec du Chrysoprase réel net, je n'ai pu en tirer, avec l'acide du vitriol, qu'une aussi petite quantité que celle qui est fournie par la topaze; mais j'ai eu occasion de faire en même tems diverses remarques, dont je réserve l'exposé pour un autre tems.

IX. La Terre qu'on nomme *Terre miraculeuse de Saxe*, aussi bien qu'une autre espece de Terre grasse au toucher, qui se trouve à *J. G. Stadt*, où on la nomme Pierre de lard; la *Rubrica fabrilis*, que quelques uns rangent parmi les Pierres savonneuses, sur quoi l'on peut voir la premiere Continuation de la *Lithogeognosie* de M. *Pott*, & le *Chymie métallurgique* de *Gellert*; enfin une espece de pierre qui vient de Suede, qu'on nomme *Speersteín*, & qu'on employe à aiguiser les coureaux: toutes ces pierres, dis-je, en les traitant avec l'acide du vitriol

triol, ne m'ont donné aucun ſel amer; mais il en eſt réſulté un véritable alun; ce qui fait voir que toutes ces pierres ne doivent point être miſes parmi les eſpeces de la pierre ſerpentine, ou de la pierre de lard, mais qu'elles appartiennent véritablement à celles de l'argille. Quant à ce qui regarde le Bolus blanc, je crois que, bien que ſes apparences ſoyent les mêmes, le fond de ſon mêlange intérieur ne laiſſe pas d'être fort différent; car, ayant entrepris de le travailler de même avec l'acide du vitriol, je trouvai diverſes circonſtances particulieres que j'ai rapportées p. 209. de mes Ecrits Chymiques publiés en Allemand. En effet, je ne pus effectuer aucune extraction avec l'acide du vitriol, qui ſe laiſſât précipiter par la ſolution du ſel alcali; mais j'ai obtenu un alun réel, fort aiſé à précipiter par les ſels alcalis. Au contraire, la baſe des ſels amers, c'eſt à dire, la terre ſoluble de nos eſpeces de pierres ſusdites, peut être précipitée au commencement par les ſels alcalis; mais, lorsqu'on y en verſe une plus grande quantité, elle eſt diſpoſée à ſe diſſoudre de nouveau. Il eſt donc fort poſſible que le Bolus qui a été l'objet du travail, ait contenu une ſemblable terre, qu'il n'eſt pas beſoin alors d'y ajouter extérieurement. Il me reſte à rapporter ce qui concerne la derniere leſſive incriſtalliſable du ſel commun, & les rapports de la terre qu'on en tire avec l'acide du vitriol. Mais ce ſera le ſujet d'un autre Mémoire.



EX-



EXPÉRIENCES CHYMIQUES

CONCERNANT

CE QU'ON NOMME LA DERNIERE LESSIVE MERE INCRISTALLISABLE DU SEL DE CUISINE, RÉLATIVEMENT À L'ESPECE DE TERRE QUI Y EST CONTENUE.

PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

La lessive mere (en allemand *Mutterlauge* ou *Muttersohle*) du sel de cuisine, n'est que ce qui demeure après le travail, & qu'on a de la peine à sécher: mais, quand on en est enfin venu à bout, elle se fond de nouveau à l'air & redevient liquide. On lui donne aussi le nom de *wilde sohle;* & partout où l'on fait cuire & bouillir l'eau des sources salines, il s'en trouve tantôt en plus grande, tantôt en moindre quantité. Quoiqu'on pût en faire quelque usage, on ne laisse pas pour l'ordinaire de la jetter. Cette lessive est composée de l'acide du sel commun, joint à une terre alcaline particuliere qui jusqu'à présent n'a pas été bien connue.

II. *Fréderic Hoffmann*, dans ses *Observat. Physico-Chymic.* p. 179. est dans l'idée que cette lessive est un mixte formé par l'acide du sel & la terre calcaire; & M. *Pott* ne s'éloigne pas de cette opinion dans ses *Observations Chymiques sur le sel commun.* Cependant il fait naitre ensuite quelques doutes là dessus, & même bien fondés; qu'on peut voir p. 19. l. 16. de cet Ecrit. Pour abréger, la ressemblance apparente de la lessive mere du sel de cuisine & de celle du salpetre, aussi bien que de la terre, qui y sont contenues, a fait croire à ces habiles gens

que

que la lessive du sel contient pareillement une terre calcaire, peut-être parce que, indépendamment de cela, on a regardé jusqu'à présent la terre calcaire & celles qui lui ressemblent comme les seules qui constituent la terre alcaline.

III. Mon but pour le présent est de montrer, que la terre contenue dans la lessive mere du sel, est bien une terre alcaline, mais qu'elle n'est pas pour cela une terre calcaire, & qu'il faut la regarder comme une terre pareille à celle que j'ai tirée de la pierre serpentine & d'autres terres ou pierres semblables; ce qui a fait le sujet des deux Mémoires précédens. Comme cette terre alcaline particuliere se trouve abondamment dans la lessive susdite, & peut en être séparée de la maniere la plus nette, je crois que je ferai bien de décrire exactement la maniere de procéder à cette séparation, & de prouver ensuite succinctement par là, que cette terre est la même que j'ai rapporté m'avoir été fournie par la pierre serpentine.

IV. Il y a deux manieres de séparer de la lessive du sel la terre qui s'y trouve, & de la dégager de son acide. La premiere voye est celle de la précipitation; la seconde, celle de la distillation & de l'ignition. La précipitation s'effectue par l'addition d'un sel alcali, qui est le plus disposé à attaquer l'acide du sel, de façon que la terre est obligée de se précipiter; tandis qu'au contraire le sel alcali s'unit à l'acide du sel commun, & forme avec lui un sel régénéré, ou si les sels alcalis sont volatils, un sel ammoniac. Comme je ne crois pas qu'il soit superflu d'entrer dans un détail exact de la maniere dont je procede ici, je vais commencer par rapporter la précipitation qui se fait avec un sel alcali du regne végétal. Je fis d'abord en la maniere accoutumée avec du tartre net un sel de tartre fort pur, que je crus préférable à tous les autres sels alcalis fixes du regne végétal; je le fis fondre dans deux à trois parties d'eau distillée froide, je filtrai la solution, & la gardai pour en faire usage.

V. Là dessus je pris un grand sucrier de verre fort spacieux, & j'y versai deux livres poids civil de la lessive mere du sel susdite, que

que je délayai avec trois à quatre parties d'eau diſtillée; enſuite je verſai deſſus ſucceſſivement, & toujours peu à peu, de ma leſſive alcaline du ſel de tartre, jusqu'à ce que cela ne produiſit plus aucune précipitation dans la leſſive mere; & il faut à la fin de cette opération y aller d'une maniere fort circonſpecte, afin de ne pas trop verſer de leſſive alcaline, ſans quoi elle cauſe aiſément une ſorte de ſolution du précipité. Je remplis le verre avec de l'eau diſtillée chaude, & laiſſai le tout dans cet état pendant une nuit, après laquelle je trouvai qu'il s'étoit poſé au fond un beau précipité blanc; je fis écouler tout doucement l'eau ſaline claire qui repoſoit au deſſus, je verſai encore une fois abondamment ſur le précipité de l'eau diſtillée chaude, puis je laiſſai repoſer le tout, & procédai comme ci-devant, répétant ce travail jusqu'à ce que la liqueur qui repoſoit au deſſus du précipité n'eût plus aucun goût. Alors je ſecouai ce précipité ſur un filtre de papier brouillard, je verſai encore à quelques repriſes de l'eau diſtillée bouillante deſſus, & après l'avoir deſſéchée doucement & exactement, j'obtins une terre fort blanche, friable & déliée, préciſément comme celle que m'avoit donné la pierre ſerpentine. Les deux livres de leſſive mere que j'avois employées, me fournirent deux onces, trois dragmes & vingt grains, de cette terre. Si l'on deſire de ſavoir s'il reſte encore quelque choſe de ſalin dans l'eau qu'on a fait écouler de deſſus ce précipité, on n'a qu'à en prendre un peu, & y faire tomber une goutte de ſolution d'argent ou de plomb dans l'acide du nitre; alors, pour peu qu'il reſte de ſalin, il ſe fait en un clin d'oeil une précipitation de l'argent, ou du plomb. Si cela n'arrive pas, on eſt aſſuré de la pureté de la terre; & au cas qu'on veuille exécuter la précipitation de la terre contenue dans la leſſive mere, au moyen d'un alcali fixe du régne minéral, comme étant la vraye baſe du ſel de cuiſine pur, il faut obſerver avec la derniere exactitude les précautions ci-deſſus indiquées, & prendre même encore plus garde à ne pas trop verſer de cette leſſive alcaline, que l'on ne fait avec les alcalis du régne végétal, parce que la leſſive alcaline du régne minéral diſſout beaucoup plus vîte le précipité que ne le fait l'autre. Cette précipitation peut auſſi

être opérée par un alcali commun quelconque. Mais, comme il est rare que de tels alcalis soyent purs, j'avertis qu'on y prenne garde: & il n'y a point de Chymiste judicieux & exact, qui, pour peu qu'il y réfléchisse, ne prenne ses précautions à cet égard; d'autant plus que chaque alcali végétal, préparé en la maniere accoutumée, différe presque de tout autre, & qu'il est rare qu'on puisse dans la préparation le conduire au degré de pureté qu'a celui du tartre.

VI. Le sel de la lessive mere, au moyen de la précipitation faite par un bon sel alcali urineux, laisse aller de la même maniere sa terre qu'il contient; cependant on a besoin d'user ici encore d'une plus grande circonspection qu'avec les sels alcalis fixes précédens, parce que le précipité est plus disposé à rentrer en solution. En effet, c'est un plaisir de voir la solution rapide de la terre précipitée, dès que l'on continue à y verser une plus grande quantité de sel urineux; c'est pour cela qu'il faut bien se garder d'en verser trop vers la fin, & avec tout on ne sauroit empêcher, dans la saturation la plus exacte, qu'il ne se dissolve de nouveau quelque chose du précipité. Car, quand on pousseroit l'exactitude jusqu'à ne tirer d'une livre poids civil, après l'édulcoration & l'exsiccation soigneusement faites, pas plus de sept dragmes & quelques scrupules, ou tout au plus une once d'une terre précipitée, blanche, & un peu legere; si l'on verse dessus beaucoup d'esprit de sel armoniac, c'est à dire, d'alcali urineux, tout le précipité se dissout de nouveau parfaitement: mais, quand on laisse reposer longtems cette solution, il retombe au fond comme des cristaux de sable fin, dont il faudra faire ailleurs l'examen.

VII. Quand on saoule exactement le sel de la lessive mere avec l'esprit de sel ammoniac, ou avec un autre esprit urineux net qui soit moins cher, & qu'après que la terre qui y est contenue s'est précipitée, on secoue aussitôt ce mêlange sur un filtre de papier; qu'ensuite l'on prend la premiere lessive qui s'en écoule pour la mettre en réserve, & qu'on verse encore à diverses reprises de l'eau chaude sur le précipité que le filtre contient; enfin qu'on fait évaporer cette lessi-

ve

ve déliée jusqu'à ce qu'elle se couvre d'une pellicule, on obtient un vrai salmiac très beau, mais qui, à cause des parties de terre qui s'y trouvent encore mêlées, suivant ce qui a été dit dans le §. précédent, a besoin d'être purifié par une nouvelle solution & une cristallisation réitérée, ou bien en le faisant entierement sécher & sublimer; après quoi il devient de cette maniere le plus leger, le plus net, & le plus blanc qu'il soit possible. Cette expérience peut donner lieu à diverses spéculations & recherches ultérieures, d'où naîtroient des usages intéressans pour la maniere de préparer le salmiac; si l'on en établissoit une fabrique dans des contrées où il y eût du fumier superflu, & où l'on ne manquât d'aucune des choses qui donnent dans la distillation un esprit urineux abondant. Combien en effet n'est pas grande la multitude des herbes & des autres matieres, qui donnent par la distillation beaucoup d'esprit urineux, de maniere qu'on pourroit s'en servir sans que les fraix montassent trop haut; surtout si l'on y joignoit en même tems une fabrique de Phosphore, qui est peut-être une des préparations dont l'utilité est la plus considérable, & s'étend le plus loin? Seulement il ne faudroit pas oublier de prendre à cet égard les arrangemens qui sont les plus nécessaires, ce sont ceux qui consistent dans la construction réguliere des fourneaux. Tandis que je suis occupé à écrire ceci, je reçois par la poste une lettre accompagnée d'une boëte, dans laquelle il y a deux épreuves qu'on m'envoye d'un autre païs, la premiere de salmiac, la seconde d'un alun rouge; ce qui fait voir qu'on doit avoir déjà poussé fort loin la préparation du salmiac dans d'autres lieux: car, d'après les indices extérieurs & les essais ordinaires que j'ai faits pour connoitre la nature de ce salmiac, je dois avouer qu'il est fort bon, & qu'il n'y a quoi que ce soit à y redire. Ainsi, au cas que de pareilles fabriques continuent à se soutenir, on a lieu d'espérer que ce sel qui a été si cher jusqu'à présent, le sera moins à l'avenir, & qu'il ne sera pas nécessaire de recourir à l'Egypte pour se le procurer.

VIII. J'ai exposé jusqu'ici la séparation de la terre contenue dans la lessive mere, qui s'exécute par le moyen des sels alcalis; à présent

sent je vais rendre compte de celle où l'on employe la distillation & l'ignition. On ne réussit pas moins bien par cette voye que par celle de la précipitation, & la séparation se fait d'une maniere tout aussi nette, sinon est qu'elle ne le soit pas davantage. En effet, l'espece de terre avec laquelle l'acide du sel est saoulé dans le sel de la lessive mere, est d'une toute autre sorte que la terre calcaire. Il est bien vrai que celle-ci, étant saoulée par l'acide du sel, & ensuite desséchée, attire fort vîte tout comme l'autre l'humidité qui est dans l'air, & se fond en liqueur, sans parler de diverses autres ressemblances extérieures qu'elle a avec la lessive mere; mais elle en différe, en ce que la distillation & l'ignition ne peuvent jamais en détacher l'acide: ce qui arrive cependant d'une maniere aisée avec notre sel de la lessive mere, & fournit en même tems un esprit de sel pur.

IX. Je pris huit livres de sel de la lessive mère, je les mis dans une grande retorte de verre proportionnée & bien nette, & je distillai au feu de sable l'humidité superflue, la recevant dans un récipient adapté, jusqu'à ce que les gouttes qui tomboient commencerent à avoir un goût sensiblement acide; ensuite je laissai réfroidir le tout, & le mis reposer pendant quelques jours. Il s'y cristallisa pendant ce tems-là une quantité considérable de sel commun réel & parfait; après quoi la lessive mere ayant été concentrée, & dégagée autant qu'il étoit possible de ce qui y restoit de sel commun, parut sous la forme d'une liqueur jaunâtre, huileuse, & assez épaisse, que je fis écouler nette de dessus le sel cristallisé, & j'y ajoutai ensuite ce qui s'écoula de soi-même de dessus les cristaux.

X. Je versai cette lessive concentrée dans une retorte, à laquelle j'appliquai un récipient, & je lutai soigneusement toutes les jointures; ensuite je distillai par embas toute la liqueur au feu de sable par degrés; & comme cette liqueur monte fort aisément, il faut gouverner le feu avec une grande circonspection. Je l'augmentai successivement jusqu'à ce qu'il parvint au plus haut degré, & que la coupelle fût toute rouge; alors il s'éleva des vapeurs blanches assés considérables,

rables, & après qu'elles eurent cessé, je laissai réfroidir les vaisseaux, & je trouvai dans le récipient, environ neuf onces d'un esprit de sel qui fumoit assez fort. Cet esprit, si l'on veut, peut être encore distillé d'une retorte de verre; & alors on est sûr de l'avoir conduit à sa plus grande pureté.

XI. Le résidu de ce travail qui étoit demeuré dans la retorte étoit blanc & assez friable. Comme j'avois lieu de croire qu'il contenoit encore de l'acide du sel, je le mis dans une retorte d'argille bien garnie, & ayant placé cette retorte dans le fourneau dont je me sers pour la distillation du phosphore, j'y adaptai un récipient dont je lutai les jointures, & je distillai par degrés jusqu'à la plus forte incandescence; ce qui fit d'abord sortir des vapeurs blanches en abondance, lesquelles, après avoir duré quelque tems se rallentirent, & je n'apperçus plus sortir aucunes gouttes de la retorte. Je continuai encore le feu pendant une heure, puis je laissai tout réfroidir, & ayant ouvert les vaisseaux, je trouvai dans le récipient une quantité considérable d'esprit de sel jaunâtre fort concentré, mais qui ne fumoit pas. Ce qui étoit demeuré dans la retorte paroissoit assez pâle, & étoit friable; je le calcinai encore une fois à découvert dans un creuset, je l'édulcorai ensuite à plusieurs reprises avec de l'eau, je le lavai & le fis sécher, pour le garder; ce qui me donna précisément la même terre que j'avois obtenue auparavant par la précipitation du sel de la lessive, seulement elle n'étoit pas si déliée & si blanche, mais d'ailleurs il n'y avoit aucune différence dans tous ses autres rapports.

XII. Je viens de dire dans les deux §§. précédens que j'avois obtenu deux sortes d'esprit de sel, dont la premiere, qui avoit été tirée du sel de la lessive par la distillation dans une retorte de verre, étoit un esprit fumant; au lieu que l'autre, fournie par le résidu de cette distillation que j'avois poussée hors d'une retorte d'argille par un feu encore plus véhément, n'avoit pas fumé. Or, parmi les acides de cette espece, on regarde ordinairement ceux qui fument comme plus forts que ceux qui ne fument pas, quoiqu'il faille au contraire nécessai-

rement que celui qui a été poussé le premier soit le plus foible, puisqu'il contient manifestement plus d'humidité aqueuse, que celui qu'on fait sortir le dernier par le moyen de la retorte d'argille. Cependant il n'y a pas lieu d'être ici fort étonné, vu que j'ai observé que tous les acides du régne minéral donnent un esprit plus volatil & plus fixe; par exemple, une huile de vitriol fumant avec beaucoup de force, qui a été fraîchement faite, donne, quand après l'avoir distillée on la rectifie, d'abord à un feu tout à fait modéré, une sorte de *concretum*, souvent tout à fait sec, qui est attaché au récipient comme de la laine, & qui, lorsqu'on veut le laver avec de l'eau, s'enflamme. Au lieu que ce qui reste le dernier, lorsqu'on lui donne le feu jusqu'à la coction, après avoir été d'abord noir, devient d'une couleur claire, & est concentré, mais ne fume plus du tout. La même chose m'est encore arrivée dans la rectification d'un esprit de nitre flammant, qui avoit été récemment distillé, car ce qui sortit d'abord à un feu modéré étoit si fumant, si exalté, & si volatil, qu'on avoit bien de la peine à le conserver dans un flacon fermé avec un bouchon de verre exactement taillé, & qu'il falloit le tenir toujours au froid; mais ce qui vint ensuite, ne fumoit point du tout, & étoit très facile à garder. Il en est donc de même de l'esprit de sel fumant, dont le premier produit s'est trouvé dans sa rectification si prodigieusement exalté, volatil, & fumant, qu'il étoit encore plus difficile de le retenir dans un flacon tel que je l'ai déjà indiqué, & la fumée qui en sortoit à l'ouverture du flacon imprimoit à la partie du doit qui y étoit exposée une sensation tout à fait brûlante; au lieu que ce qui venoit ensuite, quoiqu'il dût être plus concentré ne fumoit point, & pouvoit être aisément gardé dans un verre. Il me semble que cét esprit vaudroit bien la peine qu'on fît des recherches à part sur son sujet; mais ce seroit à cause de sa vapeur, un travail désagréable & mal sain, que peu de personnes voudroient entreprendre.

XIII. A' présent, pour revenir à la terre séparée de la lessive mere, je dis que l'une & l'autre des terres séparées par les deux voyes susdites, s'accordent dans tous leurs rapports & de la maniere

la

la plus mêlée avec cette terre soluble dans les acides que contient la pierre serpentine. En effet, la terre de la derniere lessive de notre sel commun & celle de la pierre serpentine forment également ;

1. Avec l'acide du vitriol un vrai sel moyen, tel que les sels amers ordinaires des sources minérales, le sel de Sedlitz, de Sedchutz, d'Epsom, & autres semblables ; au lieu qu'au contraire la terre calcaire avec le même acide constitue toujours un sélénite difficilement soluble.

2. Avec l'acide du salpetre ces terres montrent la même nature saline, & produisent les mêmes phénomenes que j'ai rapportés de la pierre serpentine. La terre calcaire au contraire avec l'acide susdit, forme un mixte qui se fond aisément à l'air, & qui est propre à la composition du Phosphore qu'on nomme *Phosphorus Balduini.*

3. Avec l'acide du sel, ces terres, comme celle de la pierre serpentine, donnent un mixte salin tel que le sel de la lessive mere, qui n'est pas disposé à la coagulation, & encore moins à la cristallisation. Au lieu de cela, la terre calcaire s'attache si fortement à l'acide du sel, qu'il n'y a aucun degré de feu qui puisse l'en séparer.

4. Avec le vinaigre distillé ces terres subissent les mêmes effets que celle de la pierre serpentine, tandis qu'il en résulte de tout autres du mélange de la terre calcaire avec le vinaigre distillé.

Je me crois donc en droit d'affirmer hardiment que les deux especes de terre en question, tant celle de la pierre serpentine que celle qu'on tire du sel de la lessive mere, ne différent point l'une de l'autre. Je continuerai, dès qu'il me sera possible, à faire des recherches sur chacune d'elles à part, & à examiner leurs rapports avec d'autres corps.

EXPOSÉ

DE QUELQUES OBSERVATIONS CHYMIQUES REMARQUABLES.

PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

Sur le vitriol de Mars.

Autant qu'il est réel & certain que le cuivre dissous dans l'acide du vitriol, en est précipité dans sa forme métallique par l'addition du fer, & autant qu'on a peu sujet de croire que le vitriol de Mars puisse réciproquement par l'addition du cuivre redevenir un vitriol de cuivre, & qu'ainsi le fer puisse être précipité par le cuivre, autant néanmoins ce dernier fait est-il incontestable; & je m'en suis pleinement convaincu par l'Expérience suivante.

J'avois dessein de me servir pour la préparation d'un acide nitreux concentré, d'une quantité de vitriol d'Angleterre, dans lequel, quand il est tel qu'il doit être, il ne doit plus rien rester de cuivreux; & il faut un semblable vitriol pour l'acide susdit, n'étant pas indifférent d'employer le vitriol crû, ou d'en prendre de bien purifié. J'éprouvai donc encore mon vitriol d'Angleterre avec un fer poli pour m'assurer s'il ne contenoit plus rien de cuivreux; c'est à dire, qu'en ayant fait dissoudre une portion dans de l'eau, j'y trempai une lame de couteau qui avoit été bien aiguisée. Je ne remarquai quoi que soit qui pût me faire juger que le fer ainsi trempé eût été rendu cuivreux par là: ce qui me donnoit lieu de regarder mon vitriol comme un vitriol de Mars bien pur. Mais, sachant que le cuivre est précipité du fer dans

dans la solution avec les acides; je ne crus pas qu'un semblable acide de vitriol saoulé avec le fer pourroit être tiré de nouveau du fer par une addition de cuivre, & qu'il lâcheroit le fer pour attaquer le cuivre. Je secouai ensuite une quantité de vitriol d'Angleterre dans une casserole de cuivre qui avoit été écurée avec un soin tout particulier; je versai là dessus une bonne quantité d'eau de riviere nette, je mis le tout sur le feu, & je le fis bouillir en le remuant continuellement avec une spatule de bois; après quoi je laissai évaporer doucement ce liquide jusqu'au point de la cristallisation. Après cela, je filtrai cette lessive de vitriol toute chaude à travers un papier brouillard, & je la mis cristalliser dans des vaisseaux de verre au froid; ce qui me donna au bout de quelques jours les plus beaux cristaux de vitriol. Mais, lorsqu'après avoir fait écouler le reste de la lessive de vitriol qui ne s'étoit pas cristallisée, je voulus séparer les cristaux du verre avec un coûteau net, pour les faire ensuite sécher, je fus fort étonné de trouver que ce qui avoit été auparavant un vitriol de Mars réel & net, pour avoir seulement bouilli dans une casserole de cuivre, étoit devenu tout à fait cuivreux; car mon coûteau étoit couvert de côté & d'autre de cuivre, partout où il avoit touché les cristaux de vitriol humides. Je mis un autre coûteau poli dans la lessive que j'avois fait écouler, & la même chose arriva. Etant donc dans l'idée que l'attaque du cuivre ne procédoit pas ici de l'acide du vitriol, mais d'un acide étranger, c'est à dire, de celui du sel commun, qui demeure toujours attaché au vitriol crû, quoique dans sa dépuration par le mêlange avec d'autres matieres, la plus grande partie se sépare; je pris les cristaux vitrioliques susmentionnés, je les fis dissoudre de nouveau dans de l'eau chaude, me servant pareillement d'une casserole de cuivre, mais j'y ajoutai un morceau de fer exactement poli. Ce mêlange, après avoir bouilli, ayant été conduit doucement à la cristallisation, je filtrai le liquide, je le mis au froid, & j'eus de très beaux cristaux de vitriol, qui ne revêtirent plus de cuivre un fer poli. Je fis de nouveau dissoudre ces cristaux dans de l'eau nette, je mis encore cette solution dans un vaisseau de cuivre, sans l'addition du fer, je

fis

fis bouillir & épaissir le liquide pour la cristallisation, je le filtrai & le fis cristalliser; & j'eus de nouveau un vitriol, qui, de même que la lessive qui avoit reposé dessus, donnoit d'abord au fer un enduit de cuivre. Je versai toute la lessive avec les cristaux dans une casserole de fer, je fis bouillir, évaporer, filtrer & cristalliser; ce qui me donna un vitriol purement martial, qui ne produisoit aucune empreinte de cuivre sur le fer poli.

Quoique j'eusse pû m'en tenir là, je demeurai toujours dans la pensée que mon vitriol pouvoit encore conserver quelque chose de cuivreux, soit de la derniere lessive vitriolique susdite, ou d'un acide de sel qui y restoit attaché, dans quelque petite quantité qu'on le supposât; en sorte que, nonobstant les cristallisations réitérées, c'étoit à cela qu'il faloit attribuer la solution du cuivre. Pour dissiper ce soupçon, & arriver à une parfaite certitude, je fis l'expérience suivante.

Je pris seize onces d'huile de vitriol blanche rectifiée, je les mêlai avec trois parties d'une eau distillée, je versai ce mêlange dans une retorte à tuyau, à laquelle j'adaptai un récipient; je versai ensuite par le tuyau à diverses reprises & à chaque fois deux dragmes de la limaille la plus pure & la plus déliée, que j'avois limée moi même du meilleur acier d'Angleterre, de façon que toutes les deux heures j'ajoûtois deux dragmes, bouchant à chaquefois le tuyau de la maniere la plus exacte. Je continuai cette addition de la limaille d'acier, jusqu'à ce qu'il ne voulut plus s'en dissoudre davantage dans l'acide vitriolique, qui par conséquent s'en trouva tout à fait soulé. Après cela, j'en ajoutai une nouvelle quantité; puis, ayant travaillé le tout à froid, je le fis un peu digérer; je le délayai en y versant de nouvelle eau, je le filtrai, je l'évaporai, & je le disposai à la cristallisation, qui me donna les plus beaux cristaux de vitriol de Mars. Je les fis dissoudre encore une fois dans de l'eau distillée, & les ayant fait cristalliser à la maniere accoûtumée, il ne resta plus de cette lessive observée ci-dessus dans la dépuration du vitriol d'Angleterre crû.

M'étant

M'étant ainsi procuré un vitriol de Mars tout à fait pur, qui en l'étendant humide sur une lame de fer poli n'y imprimoit pas la moindre tache de cuivre, j'en pris une portion, je la fis fondre dans un verre avec de l'eau distillée, & j'y ajoutai un peu de fine limaille de cuivre de Japon, je mis le verre à une chaleur d'ébullition, & au bout d'un peu de tems je trempai un fer poli dans la solution. Le fer fut dans un clin d'oeil imprégné de cuivre; ce qui prouve évidemment, que l'acide du vitriol avoit abandonné le fer, & que le cuivre au contraire s'étoit dissous. La chose se manifesta encore mieux, lorsque j'eûs tenu ce mélange encore pendant vint-quatre heures à la même chaleur, & que j'en eus fait écouler successivement toujours un peu d'eau. En effet il se sépara alors une quantité de Crocus de Mars, & le vitriol devint toujours plus cuivreux. Ce phénomene me paroît mériter que l'on y fasse une attention ultérieure; & en attendant il prouve assez que le cuivre précipite aussi bien le fer de sa solution dans l'acide du vitriol, & s'attache en échange à l'acide du vitriol, que le fer le fait, quand on le met dans une solution de vitriol de cuivre. Il s'ensuit de là qu'on doit beaucoup restraindre la proposition qui affirme, que l'acide du vitriol attaque plus volontiers le fer que le cuivre.

Une remarque intéressante à faire encore, c'est qu'un acide vitriolique délayé, quelque forte digestion qu'on lui fasse subir avec la limaille de cuivre, ne l'attaque cependant point; au lieu que cela arrive tout d'abord dès que cet acide est lié avec le fer.

Mais les choses se passent autrement, quand, au lieu d'un acide de vitriol délayé, ou prend un acide de vitriol concentré; car celui-ci dissout entierement le cuivre. Il en va de même avec l'alun, qui, comme on le sait, est un sel moyen terreux, composé d'une terre d'argille alcaline particuliere, & d'un acide vitriolique.

Je pris de l'alun exactement dépuré, je le fis fondre dans une quantité suffisante d'eau, & le mis bouillir doucement dans une casserole de cuivre, jusqu'à ce que je remarquai que la lessive étoit propre

pour

pour la cristallisation. Je filtrai cette solution, & la mis cristalliser au froid; par où j'obtins de beaux cristaux d'alun. Mais, ayant voulu les séparer avec un coûteau de la tasse de verre à laquelle ils étoient attachés, je remarquai que la lame de ce coûteau étoit pleinement enduite de cuivre partout où elle avoit touché les cristaux. Je répétai l'expérience avec de l'alun de roche bien net, car l'autre n'étoit que de l'alun de Freyenwalde; tout tourna de même, & j'en attribuai la faute à un acide étranger attaché à l'alun. C'est pourquoi je pris ensuite une portion d'alun que j'avois préparé moi-même avec de l'argille & & de l'huile de vitriol, & qui étoit tout à fait pur, je fis fondre cet alun dans une quantité suffisante d'eau distillée, je mis cette solution dans un verre net, j'y ajoûtai un peu de limaille de cuivre bien nette, je procurai la digestion de ce mêlange à une chaleur qui approchoit de l'ébullition, & je remarquai d'une maniere non équivoque, qu'ici aussi l'acide du vitriol qui est dans l'alun, attaquoit le cuivre; car une lame de fer poli, trempée dans cette solution, fut tout aussitôt revêtue de cuivre. Mais si, à la place du cuivre, on jette de la limaille de fer dans la solution d'alun, la solution de cette limaille s'effectue encore plus promtement, la terre d'alun se précipite, & le fer est dissous.

On sait que les mêmes choses conviennent au zinc. J'ai crû devoir rapporter ce qu'on vient de lire, parce qu'il est vraisemblable qu'à la faveur de semblables Observations, on pourra faire de plus grands progrès dans la connoissance des variations que peuvent subir dans l'intérieur de la terre les corps qui contiennent quelque sel particulier. Il y aura peut-être aussi des avantages à en tirer par rapport à la Teinture.

II.

Sur une Résine produite par le mélange de l'huile rectifiée de succin, & de l'esprit acide de nitre concentré, laquelle a une odeur particuliere de musc.

Dès l'année 1758. en essayant la force de mon acide de nitre concentré sur l'huile de girofle, pour voir si cet acide s'enflammeroit avec

avec l'huile susdite, ce qui est alors un signe de sa bonté, je voulois éprouver si le mélange du même acide avec l'huile de succin rectifiée produiroit une semblable inflammation. Je mêlai pour cet effet un peu d'une huile de succin qui avoit été rectifiée sur l'eau avec cet acide concentré du nitre, commençant par verser l'huile de succin dans un verre pointu, & secouant ensuite l'acide par dessus. Au commencement ce mélange demeura assez tranquille, mais, lorsqu'un peu après j'eus secoué le verre, le mélange commença à fumer avec beaucoup de force, & s'échauffa, rendant un bruit véhément, mais il ne s'alluma pas. Je le laissai ensuite reposer, & je trouvai au bout de 24 heures que ce mélange étoit devenu tout à fait résineux; au dessous il y avoit une liqueur acide, & au dessus une résine jaune qui sentoit fortement le musc. D'autres affaires m'ayant fait oublier ceci, je répétai au mois de Juillet 1759. la même expérience, & les effets en furent entierement semblables à ceux de la précédente. Je séparai la résine de la liqueur acide qui étoit au dessous; je la lavai d'abord avec de l'eau froide, & ensuite avec de l'eau bouillante, où j'avois mis un peu de sel alcali fixe, pour emporter toute l'acidité de la résine, que je lavai encore à diverses reprises avec de l'eau nette; après quoi j'obtins une résine jaune, qui avoit l'odeur du musc le plus fort, sans conserver le moindre reste de l'odeur de l'huile de succin. Si l'on veut observer à cet égard une certaine proportion, qu'on prenne sur une dragme d'huile de succin rectifiée, trois dragmes & demie d'acide du nitre concentré, & qu'après les avoir mêlées, on suive le procédé qui vient d'être indiqué. La résine qui procede de ce mélange se dissout aisément dans l'esprit de vin le plus rectifié, & s'en laisse ensuite précipiter par l'eau comme les autres résines; mais elle garde inaltérablement l'odeur de musc qu'elle a une fois contractée. Elle brûle aussi à la chandelle comme toute autre résine. J'en ai fait distiller deux dragmes dans une retorte de verre à laquelle j'avois adapté un récipient, en donnant à la fin un feu d'incandescence à la retorte; & par ce moyen j'en ai d'abord

bord fait sortir un phlegme tirant à l'acide, qui paroissoit blanchâtre à cause des parties huileuses dont il étoit entremêlé; il vint ensuite quelque chose d'écumeux & de graisseux, le tout ayant l'odeur de musc; après quoi le feu le plus véhément fit sortir une huile épaisse, qui s'attacha au col de la retorte, & qui sentoit comme l'huile animale de *Dippelius*. Il resta au fond de la retorte une masse noire brillante, qui pesoit quatre grains.

III.

Sur le Camphre rafiné.

M. *Neumann* & d'autres ont dit que le rafinage du Camphre étoit un secret particulier aux Hollandois; mais ce secret n'est pas grand: car, en prenant trois à quatre parties de camphre crû, en les mêlant avec une partie de chaux vive affaissée à l'air, & en les faisant sublimer dans un verre convenable à cette opération, on aura le plus beau camphre blanc rafiné.



OBSER-

OBSERVATIONS
SUR
QUELQUES MALADIES ASSEZ RARES.
PAR M. MECKEL.

Traduit du Latin.

OBSERVATION I.

Sur une pierre intestinale qui bouchoit le canal des intestins.

Le 27 Mars de l'année derniere, mourut la veuve d'un soldat qui demeuroit ici à Berlin. Cette femme, pendant sa vie, avoit fait de si grands excès de brandevin de grain, qu'elle en beuvoit toutes les vint-quatre heures jusqu'à trois mesures pesant six livres, sans compter une quantité énorme de biere, dont la soif ardente qui la dévoroit, l'obligeoit à se saouler. Le 24 du mois susdit, voulant atteindre au brandevin qu'elle avoit coutume de boire, elle tomba d'une échelle sur la tête, & fut portée à demi-morte sur son lit. Là elle souffrit des douleurs atroces & sentit une ardeur véhémente dans la région ombilicale de l'abdomen, & après avoir vomi des matieres bilieuses excessivement puantes, elle périt, comme je l'ai dit, le 27. Longtems déjà avant sa fin, elle s'étoit plaint d'une ardeur continuelle & d'une douleur dans la région iliaque droite & dans la région ombilicale. Pour l'appaiser, elle bûvoit d'autant plus de biere & de brandevin; mais, quelques mois avant que de mourir, elle avoit eu de fréquens vomissemens d'une matiere liquide, bilieuse & fétide; & elle en rendit encore une très grande abondance par la bouche, lorsqu'étant tombée de l'échelle à la renverse le poids du corps reposa sur la tête. La constitution de son corps étoit robuste, & après que le

 ca-

cadavre eût été ouvert, il parut gras & musculeux. La peau de l'abdomen étoit fort ridée, preuve qu'elle avoit eu plusieurs couches. Quand les muscles de l'abdomen & le péritoine eurent été disséqués, il sortit une puanteur insigne. Le ventricule se présenta aussitôt dans l'état d'une fort grande expansion, comme étant tout plein d'une liqueur putride jaunâtre, qui lui avoit fait occuper toute la cavité de l'hypocondre gauche, & l'épigastre jusqu'à l'ombilic; & ce qui est tout à fait étonnant, toute sa celluleuse étoit aussi gonflée d'air que si l'art l'y avoit introduit. Dès que sa tunique externe commune eût été entamée, le liquide jaunâtre qui y étoit contenu en sortit sur le champ. En continuant l'examen de l'hypocondre droit, le duodenum fut absolument invisible, aussi bien que le lobe droit du foye, en sorte qu'on auroit pu révoquer en doute leur existence dans ce corps. Considérant de plus près le lieu où ces parties ont coutume d'être situées, je trouvai que le duodenum, dans l'endroit où il se termine de la partie transversale supérieure dans la partie descendante, s'étoit réuni, tant par son bord que par sa surface interne, avec le cartilage des côtes neuvieme & dixieme, aussi bien qu'avec le lobe droit du foye & la vesicule du fiel, de façon qu'au lieu de cette vesicule on ne pût trouver qu'une substance solide, dure & calleuse, attachée au lobe droit du foye & à la surface extérieure du duodenum. Le conduit cystique manquoit aussi; mais le conduit hépatique, fort élargi & tout rempli d'une bile jaune, se terminoit derriere la partie transversale supérieure du duodenum dans la partie descendante. Le côté extérieur de la partie transversale & descendante de l'intestin duodenum étoit squirreux, épais, comme réuni & fortement attaché au foye, le côté intérieur étant cependant demeuré dans son état naturel. La continuation du duodenum dans le jejunum sous le mesocolon étoit fort dilatée, & toute remplie d'un liquide jaunâtre fétide; d'où ce même intestin très rétréci se continuoit dans l'iléon, qui conservoit sa situation naturelle dans le bassin, mais qui étoit endommagé par une noirceur sphacéleuse, en sorte qu'il n'y avoit aucune place où l'on n'apperçût ce changement gangréneux. Dans l'endroit de la région ombilicale du

du côté droit où la partie large du jejunum se terminoit dans la partie rétrécie, on pouvoit sentir un corps rond & dur, qui bouchoit toute l'ouverture de cet intestin. L'ayant ouvert, j'y trouvai attaché une pierre d'une rondeur qui se terminoit un peu en ovale, & de la grosseur d'un petit oeuf de poule, telle que la représente la Figure ci-jointe 1). La couleur de cette pierre étoit d'un brun jaunâtre. L'ayant brisée, il se présenta au milieu un noyau ovale 2), intérieurement blanc, composé de fibres radiées & brillantes qui aboutissoient à un centre commün 3). La substance de ce noyau étoit très legere, fort inflammable, insoluble dans l'eau où elle avoit une legereté spécifique beaucoup plus grande, de façon qu'elle y surnageoit, jusqu'à ce que l'eau s'étant introduite dans ses interstices, son volume augmenta comme celui d'une éponge, & sa pesanteur spécifique ayant été rendue plus grande, elle gagna le fond, sans que l'eau néanmoins l'eût amollie, de sorte qu'on ne peut pas dire qu'elle en soit le menstrue. La substance du même noyau, jettée dans l'esprit de vin, tomba d'abord au fond, son volume ayant un peu grossi par l'esprit de vin dont elle s'etoit imbibée, mais sans changement dans la dureté. L'esprit de térébenthine changea sa couleur blanche en jaunâtre, & rendit cette substance plus molle, sans pourtant la dissoudre entierement. Dans l'esprit de nitre la masse très legere de ce noyau ne se porta point du tout au fond; mais il ne se fit, ni effervescence, ni changement de volume avec cet esprit. L'huile de tartre par défaillance ne causa non plus, ni effervescence, ni solution; mais le noyau y surnagea, comme étant une matiere spécifiquement plus legere.

1) Planche I. Fig. I.
2) Planche I. Fig. II.
3) Planche I. Fig. I. lett. *b*.

Ces expériences font voir que la masse du noyau susdit n'est, ni alcaline, ni douée d'un principe acide, ni composée de sels; mais que les principes qui la constituent sont l'huile glutineuse du sang humain, jointe à la matiere très subtile des parties salines animales, & à cette terre immuable qui est la base de toutes les parties solides du corps. C'est pourquoi l'huile de térébenthine, en dissolvant son huile, diminua beaucoup la cohésion de ses parties, sans pouvoir cependant dissoudre entierement sa substance, à cause des principes glu-

tineux terrestre & salin animal. Ce noyau blanchâtre que je viens de décrire, étoit entouré d'une écorce brune, qui, devenue fragile après le desséchement, éclata par morceaux de l'épaisseur d'un demi-pouce environ dans les endroits les plus épais. Elle étoit composée de plus de vint couches posées concentriquement & collées l'une à l'autre, d'une couleur jaunâtre, verdâtre, ou brune, mais la plûpart d'un verd éclatant 1); & au milieu elle formoit un creux pour recevoir le noyau 2). Suivant les expériences faites aussi avec cette substance corticale de la pierre, elle ne se laissoit dissoudre, ni avec l'eau, ni avec l'esprit de vin, ni avec l'huile de térébenthine, ni avec l'huile de tartre par défaillance; elle n'entroit non plus en effervescence avec aucune de ces liqueurs: mais ayant été jettée dans l'esprit de nitre, au bout de six heures, elle fut dissoute en une pulpe rouge, avec une insigne effervescence. Au commencement, l'eau & l'esprit de vin se teignoient un peu d'une couleur jaunâtre, mais à peine perceptible. Cette masse brûlée au feu laissa beaucoup de *caput mortuum.* Cela fait voir que cette écorce de la pierre intestinale étoit plutôt d'une nature alcaline que moyenne, la terre alcaline du sang s'étant en effet condensée avec sa partie huileuse & glutineuse dans cette masse concentrique, qui étoit plus fragile que celle du noyau à cause de la plus grande quantité du principe terrestre.

1) Planche I. Fig. II. & III. lett. a.

2) Planche I. Fig. III. lett. c.

Ainsi cette matiere extraite de la bile s'étoit insensiblement rassemblée dans l'intestin grêle, & le corps de la pierre s'étoit formé de cette maniere. Tandis que la bile qui couloit dans l'intestin avec la partie glutineuse du fluide intestinal, se réunissoit en une masse dense, par la force du brandevin bû dans une quantité excessive, le noyau s'est formé le premier de l'huile la plus subtile & des particules salines volatiles; ensuite, des particules plus grossieres mêlées d'une matiere glutineuse s'y étant attachées, ont formé l'écorce qui s'est arrangée successivement par couches. Il paroit qu'il est tombé dans les intestins une quantité considérable de bile hépatique, qui, n'étant pas bien préparée, a pu subir avec plus de facilité un pareil changement. En effet, le réservoir de la bile manquoit, savoir la vésicule du fiel, détruite

à

à ce qu'il paroit, par une inflammation qui avoit eu lieu longtems auparavant dans cet endroit du foye & du duodenum. C'est ce qui avoit rendu toutes ces parties calleuses, & les avoit attachées au foye. De là vient aussi que la bile a coulé continuellement du conduit hépatique par le cholidoque dans le duodenum, insensiblement épaissie par le brandevin, parce que l'intestin n'étoit pas rempli du suc avec lequel elle auroit pu se mêler & se préserver de la condensation.

La masse de cette pierre s'étant ainsi accrue de jour en jour, il ne se pouvoit qu'elle ne devint la cause d'une maladie très cruelle, & finalement de la mort. Car elle a bouché le conduit de l'intestin grêle, & a par là refusé le passage aux humeurs tant nourricieres qu'excrementitielles dans le canal ultérieur des intestins; cette matiere devenue âcre a causé l'inflammation, la soif, & la disposition à se remplir d'autant plus de ces liqueurs dangereuses; d'où s'est ensuivi le vomissement d'humeurs excrémentitielles souverainement fétides, accompagné d'une douleur véhémente, de ce cruel tourment qui est inséparable de l'inflammation des intestins. Le passage de la bile dans les gros intestins ayant aussi été intercepté par la constriction spasmodique qui venoit de l'irritation du canal intestinal, les excrémens ont séjourné dans ces gros intestins, & y sont devenus durs & blancs; ce qui a produit cette extension des gros intestins qui frappoit la vue dans ce cadavre. On voit suffisamment par cette observation, combien l'excès du brandevin contribue à condenser les humeurs, & à roidir les parties solides du corps humain. L'uterus de cette femme avoit aussi été réduit par la contraction en un si petit volume, que, bien qu'il ne fût, ni durci, ni squirreux, il ne surpassoit pas en grandeur celui d'un enfant de huit ans.

OBSERVATION II.

Sur une excroissance singuliere du gros intestin heureusement détruite.

Pendant l'Eté de l'année derniere, un femme d'environ trente ans, d'une constitution fort pléthorique, après s'être plaint longtems d'une

d'une douleur ou ſenſation incommode & d'un corps qui peſoit dans l'hypocondre gauche, fort ſujette d'ailleurs aux conſtipations, eût un réfroidiſſement qui fut ſuivi d'une inflammation des inteſtins extrèmement violente. Les douleurs de l'abdomen étoient d'une force qui permettoit à peine à cette malheureuſe perſonne de les ſupporter; & il s'y joignoit un vomiſſement continuel & une conſtipation des plus opiniâtres. Par les ſaignées réitérées, les clyſteres, les laxatifs doux, les réſolvans & les tempérans, auſſi bien qu'extérieurement par les fomentations & les organes, j'arrêtai les progrès du mal, & je vins à bout de calmer l'inflammation. Le ſuccès répondit à mon attente; la fievre inflammatoire, la conſtipation & le vomiſſement ceſſerent. Cependant il demeura une douleur continuelle dans l'hypocondre gauche, avec la ſenſation d'un corps qui tomboit dans ce côté, lorsque le corps ſe courboit de l'autre. Cette ſenſation n'étoit jamais ſans douleur; mais celle-ci ſe faiſoit ſurtout ſentir dans l'application des clyſteres & dans la ſortie des excrémens; de ſorte que la malade ne pouvoit s'empêcher de pouſſer des gémiſſemens cauſés par l'extreme douleur, lorsqu'elle alloit à la ſelle, ou même lorsqu'elle repoſoit ſur le côté droit, cette ſituation donnant à la douleur de prodigieux accroiſſemens, toute cette ſenſation étant cauſée par un corps qui pendoit dans la partie gauche de l'inteſtin colon, là où ſe fait la ſeconde courbure de cet inteſtin, nommée liénale. Les remedes tant intérieurs qu'extérieurs ne purent venir à bout de détruire ce mal, qui au bout de quelque intervalle revenoit dans toute ſa force. Les laxatifs doux furent continuellement employés pour détacher des inteſtins ce corps étranger, que la ſenſation douloureuſe de ſa chûte dans l'hypocondre droit indiquoit ſuffiſamment être ſuſpendu de gauche à droite. A' la fin le ſeptieme jour, après des douleurs ſi vives qu'elles alloient presque jusqu'aux convulſions, la malade ayant fait uſage des clyſteres ſentit dans cet hypocondre gauche une douleur des plus aigues, & comme un déchirement de quelque partie des inteſtins; & bientôt après, avec une ſelle copieuſe, elle rendit une excroiſſance membraneuſe 1), creuſe, qui s'étoit déchirée en ſortant, & garnie de deux racines 2) qui

1) Planche I. Fig. V.

2) Planche I. Fig. V. lett. *b*, *c*.

qui formoient deux canaux creux 1), lesquels ſe terminoient dans la cavité de la veſſie 2). Les extrémités libres de ces racines qui avoient été déchirées 3) & arrachées d'une autre partie de l'inteſtin, paroiſſoient encore ſanglantes. Cette excroiſſance ayant été ainſi heureuſement détachée du corps, j'ordonnai des adouciſſans, & des remedes propres à guérir la playe tant par les clyſteres qu'intérieurement, à quoi je fis joindre l'uſage des eaux de Selter avec le lait. Pendant les premiers jours qui ſuivirent la ſortie de l'excroiſſance, une douleur très vive ſe fit ſentir dans la partie bleſſée, avant les ſelles, & lorsque les vents cauſoient quelque dilatation dans les inteſtins. Mais l'uſage des remedes fit diminuer ces ſymptomes de jour en jour, jusqu'à ce qu'enfin, huit jours après la ſortie du corps étranger, ils diſparurent entiérement; & la malade, ayant entierement recouvré la ſanté, n'eut plus beſoin que de réparer ſes forces qui revinrent bientôt par l'uſage des remedes roborans & par une diete convenable; de ſorte que, tandis que j'écris ceci, elle ſe porte parfaitement bien, & n'éprouve aucune ſenſation incommode.

1) Planche I. Fig. V. lett. *d*, *e*.
2) Planche I. Fig. V. lett. *a*.
3) Planche I. Fig. V. lett. *d*, *e*.

On apperçoit aiſément que cette excroiſſance étoit attachée à la partie de l'inteſtin colon, qui forme dans le côté gauche la ſeconde courbure qu'on nomme liénale. Il eſt fort probable que, comme les hydatides, elle avoit contenu une liqueur coagulable, & que c'eſt même d'un ſemblable corps qu'elle avoit tiré ſon origine. Mais enſuite, d'une maniere inſenſible, par l'action & la preſſion des inteſtins, les racines ſe ſont formées en tirant, l'une plus courte, l'autre plus longue, & leurs fragmens ſemblables à une membrane rompue, attachés à l'extrémité libre des racines, & dégouttant encore de ſang, montrent aſſez qu'elles s'étoient réunies à l'inteſtin. La veſſie membraneuſe ſuſpendue à ces racines, ne pouvoit que rendre difficile le paſſage des humeurs par le canal inteſtinal, ou même l'intercepter entierement; ce qui cauſoit l'opiniâtreté de la conſtipation. Enfin, l'inflammation auroit pu aiſément venir à la ſuite de la compreſſion & de l'irritation cauſée par cette excroiſſance.

OBSERVATION III.

De l'air dans le thorax qui arrêtoit la respiration, & a causé la mort.

Le 18 Janvier de l'année derniere, dans notre Hôpital de la Charité, mourut un jeune Soldat, nommé *Herzog*. Il étoit dans sa dix-huitieme année; son corps étoit musculeux & bien constitué; & sa stature alloit à cinq pieds & onze pouces. Pendant les dix jours qu'il passa dans cet Hôpital, il se plaignit d'une extreme anxiété & difficulté de respirer, ne pouvant le faire que quand il étoit à son séant dans le lit. Son pouls étoit fréquent; mais il n'expectoroit point de pus, sa toux n'étant même, ni continuelle, ni phtysique. La saignée ne lui procura aucun soulagement; & il en fut de même de tous les remedes qu'il prit: au contraire, la difficulté de respirer allant toujours en augmentant, il y succomba & mourut. Avant que d'entrer à l'Hôpital, il avoit passé dix-sept semaines au lit, se plaignant toujours de la respiration difficile, mais ne pouvant indiquer aucune cause de son mal.

Je disséquai son cadavre. Ayant ouvert l'abdomen, je trouvai le foye 1) dans un état de dépression, étant placé au dessous des cartilages des côtes de l'hypocondre droit, & même obliquement, en sorte qu'il étoit plus élevé du côté gauche, & plus enfoncé vers embas dans le côté droit. Le diaphragme convexe par embas s'avançoit dans le côté droit dans la cavité de l'abdomen, au dessus du lobe droit du foye, de maniere qu'il paroissoit gonflé comme une vessie 2) au dessous des cartilages des côtes septieme, huitieme & neuvieme. Par cette raison, le foye dans ce côté étoit déprimé au dessous de l'hypocondre, son lobe droit s'enfonçant dans la cavité de l'os droit des iles; il étoit placé sur l'intestin coecum 3), la premiere courbure du colon étant déprimée dans la région de l'os des iles, au dessous du lobe droit du foye. De ce côté droit le colon 4) passoit à la crête de l'os des iles du côté gauche, sous la grande courbure du ventricule 5) qui s'enfonçoit dans le côté droit; puis il remontoit derriere le ventricule dans l'hypocondre gauche jusqu'à la ratte; d'où, faisant une courbu-

1) Planche II. lett. H.

2) Planche II. lett. G.

3) Planche II. lett. M.

4) Planch. II. lett. K.

5) Planch. II. lett. I.

bure fort aigue, il defcendoit fuivant fon cours naturel devant le rein droit. Je foupçonnois que, comme il arrive fouvent, la caufe de ce phénomene fe trouveroit dans du pus, ou de l'eau répandue dans la cavité du thorax, furtout voyant que le diaphragme preffé en arriere s'avançoit vers l'abdomen avec l'apparence d'une veffie pleine d'eau. Mais quelle ne fut pas ma furprife quand, après l'ouverture du diaphragme, il fortit avec bruit de l'air du thorax par la playe faite au diaphragme, qui, de gonflé qu'il étoit auparavant par embas, fe releva vers le thorax & fe relâcha! Dans la cavité même du thorax, à droite, au deffus du diaphragme, jusqu'à la troifieme côte, il y avoit un vuide 1) que le poûmon ne rempliffoit pas, mais qui étoit dégagé, fec, & garni partout de la pleure blanchâtre, & feulement un peu plus épaiffe qu'elle n'a coutume de l'être naturellement; une mucofité déliée y étant répandue par deffus. Le poûmon 2) de ce côté étoit fec, denfe & d'une fubftance confiftente: il ne s'y trouvoit aucun air; il étoit noueux fans être fquirreux; feulement il étoit rempli de petits vaiffeaux affez durs & qui fe ferroient de près. Il étoit un peu adhérent à la feconde côte par fa partie antérieure; mais le refte étoit libre. Par derriere, c'eft à dire, vers le dos, ce poûmon fe terminoit à la feptieme côte, quoique naturellement il eût du atteindre jusqu'à la douzieme. En foufflant de l'air, même avec la plus grande véhémence, par la trachée artere, on n'en put point introduire dans ce poûmon droit, au lieu qu'il entroit fort librement dans le gauche 3) dont l'état étoit parfaitement naturel.

1) Planche II. lett. F.

2) Planch. II. lett. D, E.

3) Planche II. lett. B.

Il paroit donc que l'orifice de la trachée artere, rempli d'une mucofité affez denfe, avoit empêché l'air d'entrer & de fortir librement par le conduit bronchial, continuation de la trachée artere de ce côté là. Voilà pourquoi l'air renfermé dans ce poûmon droit étant raréfié par la chaleur, brifa fes parois; & enfuite, s'étant répandu dans la cavité du thorax, & s'y dilatant par fa propre expanfion, il comprima le poûmon, & y empêcha la circulation du fang auffi bien que celle de l'air; ce qui caufa les anxiétés, la difficulté de la refpiration, la fréquence du pouls, & enfin la fuffocation avec la mort.

Cette obſervation extrêmement rare n'eſt pas inutile pour réfuter l'opinion d'un air élaſtique entre le poûmon & la pleure, néceſſaire pour le méchaniſme de la reſpiration. Il eſt plutôt clair par le changement dans ce corps, que l'air répandu entre la pleure & le poûmon, bien loin de faciliter la reſpiration, y mettoit obſtacle par la compreſſion du poûmon.

OBSERVATION IV.

D'un ſtéatome du thorax, qui avoit déplacé le coeur, le poûmon & les viſceres de l'abdomen, de leur ſituation naturelle.

Au mois de Decembre 1762, je diſſéquai le cadavre d'une femme âgée de ſoixante cinq ans; & ayant ouvert l'abdomen, le ventricule & la ratte ſe trouverent ſi déprimés, que celle-ci ſe portoit à la crête de l'os des iles, tandis que celui-là étoit déplacé vers la région ombilicale. En recherchant la cauſe de cette ſituation contraire à la nature, après l'ouverture du thorax, je découvris un ſtéatome dans le côté gauche du thorax, fortement attaché entre la baſe du ſac gauche de la pleure, le diaphragme & les côtes. Le ſac gauche de la pleure en ſon entier renfermoit le poûmon gauche comprimé par le ſtéatome 1), & ayant ſa partie poſtérieure la plus voiſine des vertebres tellement appliquée aux vertebres & aux côtes, que ce poûmon gauche tout entier égaloit à peine en grandeur la moitié du lobe ſupérieur, telle qu'elle auroit du être dans l'état naturel; puiſque ſa partie antérieure ſe terminoit à la quatrieme côte, près de ſon bord ſupérieur, & ſa partie poſtérieure à la dixieme, derriere le ſtéatome.

1) Planch. III. lett. C.

Ce poûmon cependant étoit mou, ſans aucune ſquirroſité; mais il tenoit comme une membrane ſpongieuſe au ſac de ſa pleure, derriere le ſtéatome.

Le ſtéatome même, du poids de quatre livres communes & treize onces, adhérent par le moyen d'une celluleuſe très dure à la partie gauche du diaphragme vers le bas, rempliſſoit de ce côté toute la partie inférieure du thorax, s'étendant depuis la quatrieme côte jusqu'à la onzieme incluſivement. Il étoit attaché aux côtes onzieme & douzieme tout entieres, à la huitieme & à la neuvieme depuis l'angle jusqu'au ſter-

ſternum, à la quatrieme, à la cinquieme & à la ſixieme depuis le tiers de la longueur de la partie oſſeuſe jusqu'au ſternum; de ſorte que le poûmon comprimé étoit renfermé dans l'eſpace étroit qui reſtoit derriere le ſtéatome jusqu'aux vertebres. Ainſi la baſe du ſac gauche de la pleure étoit adhérente 1) à la partie ſupérieure du ſtéatome: & quant au ſtéatome même 1) Pl. III. lett. R.
il s'avançoit par un bord pointu ſous l'adhéſion de la pleure, ſa partie ſupérieure ſe terminant en une extrémité conoïde aſſez étroite, tandisque la largeur de la baſe reposoit ſur le diaphragme; extérieurement vers les côtes il étoit convexe, & cette convexité s'applatiſſant par devant répondoit aux cartilages des côtes. A ſon côté intérieur, ſéparé de la ſurface antérieure par un bord étroit, étoit attaché le péricarde 2) au moyen d'une celluleuſe 2) Pl. III. lett. N.
denſe. Le coeur 3) même, dérangé par ce ſtéatome de ſa ſituation naturelle, ſe trouvoit placé dans le côté droit du thorax, renfermé dans ſon péri- 3) Pl. III. lett. D.
carde 4) qui étoit plein d'une ſéroſité aſſez rouge; de façon que la baſe ſe 4) Pl. III. lett. N.
tournoit en haut, & la pointe en bas un peu à gauche. La baſe montoit jusqu'à la cinquieme côte du côté droit, & la pointe atteignoit à l'angle du tendon du diaphragme, y repoſant dans le péricarde. La ſurface convexe du coeur la plus antérieure étoit cachée derriere la partie antérieure oſſeuſe & les cartilages des vrayes côtes inférieures du côté droit, regardant ces côtes; le bord aigu étoit penché vers le bas à droite, & le bord obtus qui ſe portoit vers le côté gauche étoit adjacent au ſtéatome. Les grands vaiſſeaux artérieux du coeur étoient fort dilatés; l'artere pulmonale 5) qui 5) Pl. III. lett. N.
penchoit à la gauche du coeur derriere le ſternum, ſe cachoit ſous l'arc de l'aorte; & pour l'aorte même 6) elle étoit ſituée dans le côté droit du thorax, 6) Pl. III. lett. F.
s'élevant du ventricule poſtérieur du coeur derriere les cartilages des côtes depuis la cinquieme côte vraye, d'où s'étendant à gauche au deſſus de l'artere pulmonale, elle jettoit, comme de coutume, ſes grands rameaux 7). Enfin le poûmon droit 8) lui-même, couvert par le pé- 7) Pl. III. lett. G, H, I.
ricarde que le coeur rempliſſoit, ſe montroit élevé au deſſus de lui depuis la cinquieme côte jusqu'à la pointe du thorax droit. C'eſt ainſi 8) Pl. III. lett. P.
que cette maſſe ſtéatomateuſe, par ſes accroiſſemens inſenſibles dans la membrane cellulaire, avoit entierement dérangé la ſituation du coeur & des autres viſceres.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

Fig. I. La pierre intestinale tout entiere, de sa grandeur & de sa forme naturelle, avec les fentes qui paroissoient à la surface extérieure, & qui venoient du desséchement de la croûte externe de la pierre jusqu'au noyau.

Fig. II. La moitié de la pierre brisée en travers, avec le noyau.

a. La croûte externe noirâtre, formée de couches concentriques, fragile.

b. Le noyau, d'une matiere tout à fait blanche & brillante, dont les fibres, comme des rayons, aboutissoient de la circonférence au centre.

c. Les fentes causées par le desséchement dans la substance de la croûte externe.

Fig. III. L'autre moitié de la pierre brisée en travers, sans le noyau.

a. La croûte externe, formée comme précédemment de couches concentriques, avec diverses fentes.

c. La cavité d'où le noyau blanc a été tiré.

Fig. IV. Le noyau entier tiré de sa cavité, de figure ovale comme toute la pierre, blanc, un peu tuberculeux extérieurement, très blanc intérieurement, resplendissant & radié, comme il se montre dans la Fig. II. lett. *b*, où il est dépeint brisé en travers, & situé dans la cavité de la croûte externe.

Fig. V. Excroissance membraneuse du gros boyau.

a. Le petit sac membraneux sphéroïdal, concave intérieurement, formé d'une membrane semblable à la nerveuse; fibreuse, blanche, garnie de petits vaisseaux, & se continuant en deux jambes *b* & *c*.

b. La jambe concave, la plus longue, membraneuse, continue au petit sac *a*.

c. La jambe la plus courte, aussi concave, & faisant une continuation du petit sac.

d. Le bout déchiré & ouvert qui fait la fin de cette jambe la plus courte.

e. La fin pareillement déchirée & ouverte de la jambe la plus longue *b*, où des déchirures de diverse longueur avec leur ouverture s'offrent à la vue, le tout peint au naturel.

PLANCHE II.

A. La charpente du thorax ouverte, afin que les cartilages coupés jusqu'à la cinquieme côte inclusivement, & la cavité du thorax, le sternum étant ôté, se montrent, le cartilage de la sixieme côte plus bas avec le cartilage ensiforme ayant été laissés dans leur cohésion, pour découvrir la situation du thorax & des visceres de l'abdomen, telle qu'elle a existé en nature.

B. Le poûmon gauche.

C. Le péricarde fermé.

D. Le lobe supérieur du poûmon droit comprimé.

E. Le lobe inférieur du même poûmon presque membraneux, à cause de la compression, collé au sac de la pleure vers le péricarde.

F. La cavité droite de la pleure depuis la quatrieme côte jusqu'au diaphragme, tout à fait vuide de poûmon, & tant qu'elle a été dans son intégrité, parfaitement remplie d'air élastique.

II.



Fig. III.



Fig. V.



C. B. Glaßbach sculps. Berol.

Mem. de l'Acad. 1759. Pl. 3. pag. 47.

G. Le diaphragme si déprimé qu'il s'avançoit dans l'abdomen au dessus du foye, plus bas que le cartilage de la septieme côte.

H. Le foye, qui naturellement est caché dans l'hypocondre droit derriere les bords des côtes, tellement déplacé de sa cavité de l'hypocondre droit par la dépression du diaphragme qui descendoit dans l'abdomen, qu'il étoit situé tout entier dans l'épigastre, & descendoit jusqu'à la région ombilicale.

I. Le ventricule déprimé par le foye jusques dans la région ombilicale, & poussé à gauche, vers la fin de l'hypocondre gauche.

K. La partie transversale du colon, poussée dans l'endroit le plus bas de la région ombilicale jusqu'au commencement de l'hypogastre.

L. L'omentum gastrocolique.

M. La partie du gros intestin qui fait le coecum, & le commencement du colon.

N. Une partie de l'intestin jejunum descendant dans l'hypogastre.

PLANCHE III.

A. Les côtes qui forment la charpente du thorax retranchées.

B. Le stéatome situé entre le diaphragme, les côtes du côté gauche & la pleure, montant jusqu'à la quatrieme côte, & étant fortement attaché aux parties susdites aussi bien qu'aux vertebres du dos du côté gauche jusqu'à la quatrieme.

C. Le lobe supérieur du poumon gauche comprimé par ce stéatome.

D. Le coeur, dégarni du péricarde, entierement déplacé de sa situation par le stéatome B, & poussé dans la cavité droite du thorax. La surface convexe du coeur se présente jusqu'à son bord pointu; la base en haut, la pointe en bas, & un peu tournée à gauche, de sorte que sa situation depuis la base jusqu'à la pointe est presque perpendiculaire.

E. L'artere pulmonaire s'avançant du coeur vers le côté gauche.

F. L'aorte se portant avec le coeur à droite, derriere les cartilages du côté droit des côtes, de façon qu'elle monte de la cavité droite du thorax vers le sternum.

G. L'artere commune de la souclaviere & de la carotide droite.

H. La carotide gauche.

I. La souclaviere gauche.

K. La veine souclaviere gauche.

L. L'oreillette gauche, qui, au lieu d'être naturellement cachée derriere le coeur, se présente ici devant.

M. L'oreillette droite cachée & couverte par la base du coeur, de sorte qu'on n'en voit que la pointe.

N. La membrane du péricarde ouvert.

O. Une partie du muscle costal droit du diaphragme.

P. Le lobe supérieur du poumon droit.

Q. Une partie de la pleure qui forme le sac gauche, adhérente au sternum.

R. Le sac gauche de la pleure pressé vers en haut par le stéatome, & séparé du diaphragme, de sorte qu'il est fermé & adhérent par sa base au dessus du stéatome.



ECLAIR-

ECLAIRCISSEMENS HISTORIQUES ET PHYSIQUES SUR DIVERSES PLANTES QUI ONT ÉTÉ PRISES POUR LE VÉRITABLE *AEGOLETHRON* DE PLINE *).

PAR M. GLEDITSCH.

Traduit de l'Allemand.

On fait assez combien il se trouve de défectuosités dans l'Histoire Naturelle des pierres, des plantes & des animaux; défectuosités qui ne se rapportent pas seulement aux tems les plus reculés, ou à ceux de barbarie qui les ont suivis jusqu'au XV Siecle, mais qui s'étendent encore fort au delà. Leurs suites sont parvenues jusqu'à nous, & il n'est pas encore en notre pouvoir de les faire disparoître entierement. En effet, en examinant les Ecrits qui ont été publiés un peu avant nous, & même la meilleure partie des plus récens, on se confirme de plus en plus dans la persuasion qu'il n'y a encore jamais eu de division conforme à la nature, ni de détermination exacte des corps qui appartiennent aux trois Regnes de la Nature; ce qui durera jusqu'à ce qu'à la fin on sache découvrir & appliquer des moyens convenables qui fassent insensiblement cesser ces défauts. La voye la plus assurée d'y réussir, ce sera de secouer le joug des préjugés reçus, & de s'occuper de la contemplation de la Nature elle-même, sans s'attacher à des systemes enfantés par l'art.

Ces circonstances nous mettent en état d'appercevoir la raison pour laquelle plusieurs Ecrits des Anciens, rélatifs à l'Histoire, convien-

*) Hist. Lib. XXI. chap. 4.

viennent beaucoup moins à nos vues présentes qu'on n'a coutume de se l'imaginer. Il se peut bien qu'originairement, & dans les contrées où ils ont été composés, ils ayent eu certaines utilités, qui leur ayent donné alors un prix beaucoup plus considérable que celui qu'il nous convient de leur attribuer aujourdhui, au moins à quelques uns d'entr'eux. Parmi les Savans du moyen âge & des siecles ténébreux, il s'en est trouvé qui ont rendu des services signalés, en commençant un travail qui a été poussé beaucoup plus loin depuis, c'est celui d'expliquer dans les Anciens les passages dont le sens étoit équivoque, & de restituer ceux que la coutume d'écrire par abbréviations avoit rendus inintelligibles, dévelopant dans leurs remarques les raisons de cette Critique par laquelle ils comptoient mériter la reconnoissance de la postérité. Le nombre de ces sortes d'Ouvrages s'est prodigieusement accru, parce qu'on étoit anciennement persuadé que les Ecrits des Anciens qui en étoient l'objet, contenoient pour la plûpart de riches trésors de science, & qu'en particulier on parviendroit par leur étude à retrouver des arts qui se sont perdus. Ces travaux pénibles des savans Interpretes, après avoir duré fort au delà d'un siecle, ont à la fin cessé peu à peu, parce que les avantages qu'on s'étoit promis d'en retirer, n'ont que très imparfaitement dédommagé du tems & des peines qu'on y consacroit.

Quoiqu'aux divers égards qui viennent d'être exposés, on ne puisse plus tirer des Ecrits des Anciens les secours qu'on y avoit cherchés, ni même quelquefois en faire aucun usage; il est cependant presque incroyable que les Anciens n'ayent pas eu, au sujet de plusieurs corps naturels, au moins de ceux de leurs propres contrées, des connoissances plus exactes, & qu'ils n'ayent su les appliquer à d'autres usages qu'on a lieu de le penser en jettant les yeux sur ce qu'ils en disent par ci par là, ou sur les descriptions confuses & défigurées qu'on en trouve dans leurs Ecrits. En effet, quand on réfléchit sur l'usage général de certains corps naturels, & sur les avantages & les inconvéniens qui sont nécessairement & inséparablement attachés à la maniere dont on les connoit, il n'est gueres possible de douter que leur connois-

ſance ne doive avoir été dans tous les tems auſſi parfaite chez un peuple que chez un autre; de façon que, ſous certains points de vue, on peut la qualifier complette & ſuffiſante. Mais peut-on affirmer qu'elle ait été telle en général, ou ſeulement pour les hommes les plus éclairés & chez les Nations les plus policées? C'eſt ce qui peut être un objet de diſcuſſion, & dont il ne faut décider qu'après un examen attentif. En attendant, on n'a aucun droit d'exiger & de ſuppoſer que les deſcriptions détaillées & exactes, fondées ſur de ſemblables connoiſſances, ſoyent parvenues à travers tous les ſiecles jusqu'à nos jours.

Nous regardons les tems où nous vivons comme trop éclairés, & en poſſeſſion de trop d'avantages, pour ne pas convenir qu'on y a pouſſé la connoiſſance des corps de la Nature fort au delà des découvertes faites par aucun de ceux qui ont vêcu avant nous. Il faut reconnoitre, à la gloire de la vérité, que ſur bien des articles on s'eſt réellement élevé à un degré très ſupérieur à celui que nos prédéceſſeurs avoient atteint; mais, ſi l'on veut ſuppoſer dans ce degré l'élévation que pluſieurs lui attribuent, je penſe qu'il y aura beaucoup à rabattre, ou du moins que cela n'aura lieu qu'à un très petit nombre d'égards. Car, quand on décompoſe avec quelque exactitude l'aſſemblage de ces prérogatives tant exaltées, quand on obſerve tant de lacunes qui demeurent à remplir de côté & d'autre, tant de choſes que nous transmettrons imparfaitement connues, malgré tous nos efforts, à la poſtérité la plus reculée, il en réſultera une conviction des bornes étroites de notre ſavoir, qui nous rendra plus modeſtes. On n'a garde de diſconvenir que les Ecrits des Anciens renferment quantité de rélations imparfaites & de deſcriptions fautives des pierres, des plantes & des animaux, de ſorte que nous ne pouvons en tirer aucun profit; ce ne ſont ſouvent que des traces obſcures, ſans ordre & ſans liaiſon: mais il s'agit ici principalement de ſavoir, ſi ces Ecrits, ou du moins la plûpart d'entr'eux, ont été faits dans la vue de ſervir à notre inſtruction: & c'eſt pour cela qu'il eſt très expédient de rechercher comment ils ont été produits, quelle en a été l'occaſion, & quel but leurs Auteurs s'y ſont propoſé.

De

De cette maniere nous ne devons quelquefois nous en prendre qu'à nous-mêmes, si nous attendons de ces Ouvrages plus qu'ils ne doivent nous donner, ou des choses différentes de celles qu'ils contiennent. Cela vient de ce que nous jugeons des Ecrits des Anciens d'après des préventions trop avantageuses, & sans y apporter l'examen requis; de ce qu'il nous plait de regarder des fragmens détachés, ou de simples pieces de rapport, souvent recueillies au hazard, comme une Histoire naturelle complette des pierres, des plantes, & des animaux, que les Auteurs de ces Recueils n'ont jamais voulu écrire, encore moins transmettre à des Nations étrangeres & à des siecles éloignés; en sorte que, dans toutes les contrées ou parties du Monde, leurs Livres fussent destinés à l'instruction publique, & leur méthode devint celle à laquelle on devoit rigoureusement s'astreindre. Combien n'est-il donc pas aisé que divers Ouvrages faits avec soin & pleins de bonnes choses, demeurent inutiles, aussi bien que les travaux de leurs Interpretes, dès qu'on veut les envisager uniquement sous ce point de vue, & les rapporter à cette seule destination? Il faut pourtant rendre à quelques Interpretes la justice, que leurs explications sont tout à fait solides & véritablement précieuses, en sorte qu'on pourroit quelquefois se passer plutôt du Texte que du Commentaire.

La Plante nommée AEGOLETHRON, fort connue du tems de Pline, originaire du Pont dans le terroir d'Héraclée, va servir à confirmer tout ce que nous avons avancé jusqu'ici. Ce qui rendoit alors cet *Aegolethron* si connu, c'étoient ses qualités nuisibles, par lesquelles en partie il causoit des accidens mortels au bêtail, boeufs, brebis & chevres, en partie il rendoit le miel fort pernicieux, lorsque dans certaines années les abeilles en recueilloient sur ses fleurs. Je prendrai occasion de là de comparer les opinions de quelques modernes avec celles des Anciens, & de rassembler des circonstances historiques & physiques, desquelles je puisse déduire distinctement quelle est la Plante où l'on trouve aujourdhui les vrais caracteres de l'*Aegolethron* de Pline.

Le célebre *Conrad Gesner* *) n'avoit pu trouver dans les Anciens d'autre mention de cette Plante que celle dont on est redevable à Pline. Tout ce qu'*Hermolaus Barbarus* & *Ruellius* **) en disent, est pareillement tiré du seul Pline. Celui-ci, dans son *Histoire Naturelle*, donne une indication abrégée de deux Plantes étrangeres nuisibles, différentes l'une de l'autre. La premiere est celle que ses mauvaises qualités, comme on l'a déjà dit, avoient fait nommer *Aegolethron*, & sur les fleurs de laquelle les abeilles, dans certaines années, recueilloient un miel pernicieux. L'autre Plante, qui appartenoit au même païs, & qui venoit avec abondance dans les bois d'un certain district, fournissoit aussi aux abeilles un miel si dangereux qu'il causoit le délire, les vertiges, le vomissement, & d'autres accidens semblables. On la désignoit par le nom de RHODODENDROS ***). Ces deux Plantes méritent bien qu'on y fasse quelque attention, tant à cause de leurs qualités nuisibles en général, que du miel pernicieux qu'elles fournissoient; d'autant plus qu'on ne sauroit encore déterminer exactement, si ce n'étoit point une seule & unique Plante qu'on avoit indiquée à Pline sous deux dénominations, ou si peut-être il ne faut point attribuer à l'une l'effet mortel qu'éprouvoient les especes de bêtail qui ruminent, & à l'autre qui en différeroit entierement, le suc vénimeux de ces fleurs dont provenoit un miel empoisonné.

Pline, à l'occasion d'un malheur très considérable qu'avoit causé à Héraclée dans le Pont le miel dont on vient de parler, fait mention, comme en passant, de ces deux plantes, d'après des mémoires qui lui avoient été fournis: mais cette mention est si courte, qu'on n'y démêle pas bien clairement si l'*Aegolethron* est une Plante réellement différente du *Rhododendros*. On a ici toutes sortes de raisons d'être fort circonspect, pour éviter les écarts dans lesquels sont tombés quelques-uns des Interpretes de Pline, & après eux plusieurs Botanistes du moyen âge. C'est pourquoi je vais commencer par rap-

*) *Hist. Animal.* Lib. I. *de Quadruped.* p. 47.

**) *Hist. Stirp.* Lib. III. cap. 21.

***) Les Botanistes l'appellent *Rhododendros Pontica Plinii.*

rapporter ici successivement & mot à mot tous les passages de Pline qui peuvent servir à répandre du jour sur cette discussion, sans m'arrêter aux erreurs manifestes qu'ils renferment, & que ceux qui sont versés dans les Arts ou dans les Langues peuvent aisément découvrir. Voici donc comment Pline s'exprime.

Heracleæ in Ponto quibusdam annis mella perniciosissima existunt, ab iisdem apibus facta. Nec dixere auctores e quibus floribus ea fierent. Nos trademus quæ comperimus.

Herba est ab exitio jumentorum, sed præcipue caprarum, appellata AEGOLETHRON. *Hujus flores concipiunt noxium virus, aquoso vere marcescentes. Ita fit ut non omnibus annis sentiatur hoc malum.*

Plus bas il ajoute;

Est genus in eodem Ponto gente Sannorum mellis, quod ab insania mænomenon vocant. Id existimatur contrahi flore RHODODENDRI, *quo scatent sylvæ.*

Dioscoride *) raconte à peu près les mêmes choses au sujet des accidens causés par le miel d'Héraclée; seulement il donne à la Plante nuisible le nom d'*Aconit.* Il dit que le miel dangereux a coutume de se touver dans l'endroit même où croit l'Aconit; & que tous ceux qui employent de ce miel, dans leurs alimens ou dans leur boisson, éprouvent les mêmes accidens que s'ils avoient pris du suc d'aconit. *Aelien* **) rapporte au sujet du miel du Pont, qu'on trouve autour de Trébizonde, que ce miel, autant qu'il le sait, vient de l'arbre du buis, que de plus il a une odeur forte & désagréable, qu'il guérit les malades attaqués de folie ou d'épilepsie, & qu'au contraire il rend insensés ceux qui sont sains.

Si l'on veut démêler quelque chose dans tous ces récits, il faut considérer séparément les circonstances rapportées à l'occasion de ce miel dangereux d'Héraclée, & distinguer les quatre noms des Plantes

*) Liv. VI. Chap. 8.
**) Liv. V. Chap. 42.

que les Auteurs indiquent. L'*Aconit* de Dioſcoride étant la plus ancienne doit être conſidérée avant l'*Aegolethron* de Pline. Celui-ci n'a parlé que d'après les rélations qu'on lui avoit communiquées, & ſelon les apparences il n'avoit pas lu le paſſage de Dioſcoride qui concerne l'Aconit; mais il a employé expreſſément le nom de *Rhododendros* parce que c'étoit celui qu'on lui avoit fourni, ajoûtant dans un autre endroit les ſurnoms de *Nerion* & de *Rhododaphné* qui lui étoient connus, ſans y mettre aucune diſtinction, quoique le célebre Tournefort *) l'aye crû. Le buis a été connu depuis longtems comme une plante nuiſible aux abeilles, & cela peut-être d'après les récits des Anciens. Toutes les plantes qui viennent d'être indiquées, ſont, autant qu'on eſt au fait de leurs parties conſtituantes, & que l'expérience a pu nous inſtruire de leurs divers effets, ou abſolument nuiſibles & mortelles à certains animaux, ou du moins ne leur conviennent pas. Mais, parmi toutes ces plantes, quelle eſt celle qu'on peut à bon droit prendre pour l'*Aegolethron* de Pline?

En effet, puisqu'à l'exception de Pline il n'exiſte point d'Auteur qui faſſe mention de cette Plante, comme il le déclare lui-même par rapport à ceux qui l'ont précédé, & comme le confirment ceux, qui ont écrit après lui; il paroit bien ſurprenant que quelques Botaniſtes ayent prétendu avoir découvert & pouvoir déterminer le véritable *Aegolethron*, par les ſeules analogies des qualités mortelles pour tout le bêtail, & du miel empoiſonné qui ſe recueille dans certaines années ſur ſes fleurs. Néanmoins, ſi l'on conſidére leur découverte de plus près, il ſe préſentera bien d'autres Plantes dont les effets ſont funeſtes au bêtail, & au ſujet desquelles on n'a pas des expériences ſuffiſantes pour ſe convaincre, ſi leurs fleurs produiſent auſſi un miel empoiſonné. Il y en a pluſieurs dont les effets pernicieux ſur les corps des animaux ſont inconteſtables, & qui néanmoins ne laiſſent pas de fournir aux abeilles quantité de miel & de cire d'une très bonne qualité; tandis que quelques autres qui ont une extreme acreté, & dans les parties conſtituantes desquelles il entre quelque choſe de

vo-

*) *Voyage du Levant*, Lettre XVII. p. 99. & ſuiv.

volatil ou narcotique qui eſt propre à étourdir, tuent les abeilles même, qui ne ſauroient y recueillir du miel, mais qui ſe diſperſant çà & là ſur les arbres, y meurent, ou dans les fleurs mêmes où on les trouve mortes. Cette derniere circonſtance mérite une attention toute particuliere. Certaines plantes donnent aux abeilles aſſez d'étoffe pour le travail de leur miel, ſans que celui-ci paroiſſe en ſouffrir aucune altération; & cependant leurs parties offrent tous les indices d'un ſuc vénimeux.

On a quelquefois pouſſé trop loin la licence des conjectures, en prenant pour l'*Aegolethron* diverſes Plantes d'Allemagne communes & naturelles au pais, ſeulement parce qu'elles avoient quelque choſe d'acre & de mordant, ou même des plantes tout à fait innocentes, qui ont des vertus médicales aſſez marquées. Dans tout cela on ne s'eſt pas ſeulement mis en peine d'examiner, ſi le bêtail s'en nourriſſoit, s'il pouvoit parvenir aux endroits où elles croiſſent, & s'il s'en trouve de mêlées parmi le fourrage ſec; & en ce cas ſi elles peuvent être nuiſibles ou non. Pour applanir donc en quelque ſorte la route qu'il convient de prendre ici, ſi l'on veut ſe démêler de l'embarras que cauſent tant d'aſſertions incertaines, il ſera néceſſaire de diſtinguer avec exactitude toutes les plantes qui ont été précédemment indiquées, ou que d'autres pourroient avoir priſes pour l'*Aegolethron* de Pline.

Le nom même de notre Plante inſtruit de ſes qualités nuiſibles, connues & funeſtes à diverſes eſpeces de bêtail; qualités qui lui ſont communes avec pluſieurs autres. Mais la circonſtance du miel dangereux qui s'y recueilloit dans certaines années à Héraclée & aux environs, eſt extrèmement remarquable. Les plus anciennes Expériences, & les Hiſtoires de ces tems-là, la confirment; & encore aujourdhui les habitans de ces contrées ne ſe contentent pas de remonter aux traditions éloignées, ils en appellent aux preuves de fait qui exiſtent actuellement. C'eſt pour cela qu'on a grand ſoin de bien diſtinguer cette plante de toutes les autres, que ce ſoit après cela l'une des deux eſpeces, ou toutes les deux, du *Chamaerhododendros* de Tourne-

nefort *), & par conſéquent le *Rhododendros* ou *Rhododaphne* de Pline, ou bien un *Aegolethron* tout à fait différent de ces Plantes. Car, quoique, dans les endroits déjà pluſieurs fois cités, Pline ne ſe ſoit pas expliqué d'une maniere aſſez nette & aſſez détaillée ſur l'eſpece de ſes effets nuiſibles, cependant les expreſſions dont il ſe ſert dans un autre paſſage que j'alléguerai bientôt, ſont ſuffiſantes pour nous guider. En effet, on y voit tout à fait clairement que l'*Aegolethron* du Pont étoit alors connu par deux circonſtances manifeſtes, rélatives à deux eſpeces d'effets nuiſibles; ce qui fait entierement tomber la conjecture de tous les Auteurs du moyen âge & des derniers tems. Cependant on ne pourroit faire presque aucun uſage du rapport qui concerne les effets funeſtes de la plante ſur le bêtail, ſans ce qui eſt ajouté de la triſte expérience fournie par le miel empoiſonné. Ce dernier fait ne ſauroit être révoqué en doute, vû qu'il eſt dit en même tems, *dans certaines années*, ſans que la plante ait d'ailleurs aucun accident, ou maladie, la nielle ſeule la diſpoſant à produire ce miel dangereux. Il eſt à la vérité dit d'abord: *Hujus flores concipiunt noxium virus;* mais cela eſt fort vague, & la ſuite en donne immédiatement la réfutation, par ces mots: *aquoſo vere marceſcentes. Ita fit ut non omnibus annis ſentiatur hoc malum.* Si donc la ſaiſon humide n'avoit fait quelquefois paſſer, ou tomber ces fleurs, Héraclée ſe ſeroit reſſentie tous les ans de ce mal. En comparant attentivement cet expoſé avec la vertu narcotique très forte des fleurs fraîches d'un des *Rhododendros* du Pont, dont Tournefort allegue des preuves dans l'endroit cité, il paroit de ſoi-même que l'*Aegolethron* de Pline doit avoir été une plante tout à la fois acre & narcotique.

Le grand Tournefort, qui a rendu des ſervices à la Botanique, & qui, dans ſes voyages, a pris des peines pour découvrir de nouveau & déterminer diverſes plantes connues & employées par les Anciens, dont tous les connoiſſeurs lui ſauront éternellement un gré infini,

*) *Chamaerhododendros pontica maxima, meſpili folio, flore luteo.* Coroll. p. 42. *Chamaerhododendros pontica maxima, folio lauroceraſi, flore e caeruleo purpureſcente.* Ejusd. lib. & loc. cit.

ni, s'eſt auſſi fort occupé du ſoin de retrouver les Plantes qui, du tems de Pline, portoient le nom d'*Aegolethron* autour d'Héraclée dans le Pont. Il a été viſiter les lieux mêmes qui lui ont paru les plus propres à lui fournir des éclairciſſemens à cet égard; il a conſulté l'Hiſtoire, les anciennes traditions, & les Expériences modernes; enfin il a eu ſous les yeux & comparé diverſes plantes en qui ſe manifeſtent les propriétés dont il s'agit. De toutes ces circonſtances réunies, le réſultat qu'il a jugé le plus vraiſemblable, c'eſt que ſon premier *Chamaerhododendros* pourroit être l'*Aegolethron* de Pline, & le ſecond le *Rhododendros Pontica* du même, & que celui-ci devoit différer entierement de l'autre. Pour conduire ſon opinion à une plus grande certitude, il poſe en fait que Pline avoit diſtingué ſon *Rhododendros* du *Nérion* ou *Rhododaphne* *); & à l'égard du *Nérion*, il dit qu'il n'a point rencontré cette Plante autour du Pont-Euxin.

Mais, quand ce que Tournefort affirme de ſon premier *Chamaerhododendros* ſeroit fondé, on n'a pourtant aucune preuve ſure & ancienne, qu'il ait produit des effets mortels tout à la fois ſur les boeufs, ſur les brebis, & ſur les chevres. La forte odeur narcotique, qu'il dit avoir trouvée dans ſes fleurs, ſemblable à celle des fleurs de chevrefeuil, peut bien cauſer des vertiges, des nauſées & des vomiſſemens; mais il ajoute lui-même qu'on l'a aſſuré que le bêtail n'y touche pas. La très ancienne expérience que le miel de certaines années, dans ces contrées, cauſe des étourdiſſemens, du degoût, du délire, & d'autres accidens ſemblables, & le nom particulier de *Maenomenon* qui lui a été donné à cauſe de cela, ont été rapportés par Pline, qui ajoute qu'il a appris que cela provenoit des fleurs du *Rhododendros*, qu'il nomme auſſi *Nerion* & *Rhododaphne.* *Dioſcoride* en a rejetté la faute ſur l'aconit, & Elien ſur le buis, comme nous l'avons déja rapporté. C'eſt ici l'endroit où il

*) Nerion, *floribus rubeſcentibus.* C. B. Pin. 464.
Rhododendron, Nerion & Rhododaphne. *Plin. Hiſt. Nat.* Lib. XVI. Cap. XX. Lib. XXIV. Cap. XI.
Oleander, *Laurus roſea,* Lob. Ic. 364.
Laurier-roſe, en François.

il convient de rapporter les passages de Pline dont j'ai différé l'allégation, afin qu'on soit en état de juger si cet Auteur a pris le *Rhododaphne*, ou le *Nerion*, pour une plante réellement différente du *Rhododendros*. Cela servira beaucoup à faire connoitre, si l'opinion de Tournefort est pleinement fondée, ou si l'on ne peut pas encore y compter autant qu'on l'auroit crû.

Voici d'abord ce qu'on lit au chapitre XX. du Livre XVI. dans l'Histoire naturelle de Pline:

Rhododendron, *ut nomine apparet*, *a Grecis venit*, alii Nerion vocarunt, *alii* Rhododaphne, *sempiternum fronde*, *rosæ similitudine*, *caule fruticosum;* & par où il exprime très bien la qualité pernicieuse de l'*Aegolethron*, qu'il ne connoissoit d'ailleurs que de nom, c'est ce qui suit: *jumentis caprisque & ovibus venenum est*, &c.

Au Chapitre XI. du XXIV Livre il ajoute

Rhododendron, *ne nomen quidem apud nos invenit Latinum;* Rhododaphnen *vocant*, *aut* Nerium. *Mirum folia ejus quadrupedum venenum esse*, *homini contra serpentes præsidium ruta addita e vino pota*. Pecus enim & capræ, si aquam biberint in qua folia maduerint, mori dicuntur.

Le passage de *Discoride* qui appartient ici, est le suivant, que je cite d'après la version de Sarracenus:

Nerion, *quibusdam* Rhododaphne, *aliis* Rhododendron *vocatum*, *nascitur in viridariis maritimisque locis*, *& secus amnes*. Flores *ac* folia canibus, asinis, mulis & plerisque quadrupedibus venena sunt. Animantes *autem* imbecilliores *uti* capræ *ac* pecudes, *si aquam biberint*, *in qua illa maduerint*, *moriuntur*.

Les Botanistes modernes reconnoissent les qualités nuisibles du *Nerion*, & il y a là dessus un parfait accord entre ce que l'Antiquité nous a transmis & les observations récentes. Mais, puisque l'*Aego-*

le-

lethron de Pline doit nécessairement croître autour d'Héraclée dans le Pont, & que le *Nerion* de Tournefort ne se trouve pas dans ces contrées, & même que, de son propre aveu il ne sauroit y en avoir, voilà une circonstance dont il faut encore rendre raison, avant que de confondre ces deux plantes ensemble. Quant à la vertu narcotique des deux *Chamaerhododendros* de Tournefort, elle n'est plus sujette à aucune contestation; tandis qu'au contraire on ne sauroit démontrer qu'elle se trouve dans les fleurs du *Nerion*, ou du *Rhododaphne*, ni que les abeilles recueillent du miel sur ces fleurs, dont l'odeur est plutôt modérée & agréable.

En attendant, je ne crois pas me tromper beaucoup, si j'attribue les effets nuisibles du miel d'Héraclée, d'après la plus grande vraisemblance, à une acreté narcotique & volatile des fleurs des deux especes de *Chamaerhododendros*, qui sont les plantes les plus communes & les plus abondantes dans toute cette contrée, comme l'assurent aujourdhui les Turcs d'après la tradition & leur propre expérience. Ce n'est pourtant pas une conséquence qu'on puisse appliquer à toutes les plantes narcotiques, comme cela paroit par notre *Ledum*, autrement dit Romarin sauvage, sur lequel les abeilles font d'abondantes récoltes, sans qu'on en découvre les moindres suites fâcheuses dans leur miel.

Quant à la confusion des Plantes dans laquelle les Anciens tombent si fréquemment, on ne sauroit leur en faire un reproche, puisqu'à proprement parler ils n'avoient aucune véritable connoissance botanique des plantes. Rien n'a donc pu arriver plus aisément que ce qu'une même plante ait été décrite sous deux ou trois noms différens, & que diverses plantes ayent été comprises sous le même nom, quoiqu'elles ne convinssent pas ensemble. Qu'on examine seulement le genre de l'*Aconit éphémere*, & d'autres; qu'on essaye d'y porter la lumiere & les distinctions nécessaires: & l'on rencontrera des difficultés qui souvent rendront tous les efforts inutiles.

Au sujet du *Nerion* ou de l'*Oleander*, il ne faut pas oublier que cette plante croit en plusieurs contrées d'Espagne, d'Italie, des Isles

de la Grece, de la Syrie, des Indes & de la Chine; que dès les anciens tems elle a été regardée en Eſpagne comme une plante fort nuiſible, & que les Chaſſeurs en ont exprimé le ſuc pour y tremper la pointe de leurs flêches, & bleſſer mortellement les bêtes féroces. Encore aujourdhui ſes propriétés nuiſibles lui font porter le nom de *Yerva mala*, ou *mauvaiſe herbe;* comme la *Boſea* de Linnæus, ſuivant les Rélations, eſt appellée dans les Iles Canaries, & dans quelques contrées de l'Amérique, par des raiſons ſemblables, *Yerva mora*, ou l'*herbe de la mort*.

Ceci peut ſuffire pour cette fois au ſujet de l'*Aegolethron* de Pline; mais il ſe préſente de nouveaux objets à conſidérer, ſi nous voulons paſſer en revue les diverſes plantes que les Auteurs ont priſes pour celle-là. Suivant l'opinion de Mentzel *) on peut les diviſer de maniere que les unes ſe rapportent à l'*Aegolethron* de Pline, & les autres à celui de Geſner. Il n'y a rien à ajouter à l'égard du premier, au moins de ce qui peut ſervir à répandre du jour ſur l'hiſtoire de cette plante; il s'agit donc à préſent de paſſer au ſecond.

Geſner dit **) que la plante qu'il prendroit pour l'*Aegolethron* de Pline, auroit beaucoup de reſſemblance avec l'*Orobanche*, ſi elle n'en différoit par la racine & par la couleur de pourpre de la tige. Quand j'examine dans les Ecrits de ce ſavant Auteur la rélation qui précede, & que je la compare avec ce qu'il dit ici, les principales circonſtances & les caracteres indiqués ſont à la vérité appliquables à l'*Orobanche;* mais ils ne conviennent pas le moins du monde à l'*Aegolethron*. Voyons donc le récit qui concerne ce prétendu *Aegolethron*.

„Il croit chez nous, dit Gesner, une eſpece de plante nuiſible, „dont le bêtail à corne ne mange non ſeulement point, mais il s'é„loigne de l'herbe à laquelle elle ſe trouve mêlée: les chevaux cepen„dant mangent de cette herbe. Nos gens de la campagne nomment „la plante en queſtion la *mauvaiſe fleur*, ou le *mauvais Henri*, comme „ils

*) Chriſt. Mentzel. *Ind. Nom. Plant. Univ.* p. 8.

**) *Hiſt. Animal. de Quadruped.* §. 50. p. 46.

„ils appellent au contraire une espece de Chenopodium, que les An„ciens ont connue sous le nom de *Chrysolachnon, le bon Henri.*"

On voit par le reste de la description de cette plante, que je supprime pour abréger, que Gesner indique simplement ici une plante qui a beaucoup d'affinité avec l'*Anblatum* de Valerius Cordus *), ou plutôt qui est cet *Anblatum* même. Cette plante est fort commune en Allemagne: on la trouve dans Matthiole sous le nom de *Dentaria major;* dans le *Pinax* de C. Bauhin sous celui d'*Orobanche, radice dentata major;* Leonicerus, Rivinus, & d'autres l'appellent *squamaria*, nom qu'elle conserve encore dans quelques Apoticaireries. A' la fin de cette rélation, Gesner ajoute; *Eadem* (planta) *nisi fallor*, Aegolethros *Plinii fuerit.*

Dodonæus **), dans le XXVI Chapitre de son premier Livre, intitulé *de Herba Tota Bona*, a fidelement copié la rélation de Gesner, mais il n'a pas ajouté un seul mot qui puisse seulement faire conjecturer ce qu'il pense de l'opinion de ce Savant; & lorsqu'il parle dans le X Chapitre de son troisieme Livre de l'*Anblaton* & de la *Neotia*, il n'ajoute rien de plus. Caspar Hoffmann ***) au contraire demande, ce que c'est que ce *malus Henricus* que Dodonæus a décrit d'après Gesner, ne trouvant, dit-il, rien du tout dans cette description qui puisse faire prendre la plante en question pour la *Dentaria major* de Matthiole. Cependant la chose est si manifeste que, ni les deux freres Bauhin, ni les autres habiles Botanistes depuis ce tems-là, n'ont pas formé la moindre difficulté à ce sujet.

Les principales circonstances de cette description s'accordent pour la plus grande partie avec l'*Anblatum* de *Cordus;* & celles qui paroissent y répugner, font voir évidemment que Gesner a été dans le même cas à l'égard de cette Plante que Pline à l'égard de son *Aegolethron*, l'un & l'autre n'ayant parlé que d'après les rélations qu'on leur a fournies, sans voir les plantes mêmes. En effet, si les gens du païs avoient

*) *Hist.* Lib. I. cap. X.
**) *Pempt. Stirp.* 5.
***) Lib. II. *de Medicam. Officinal.* Cap. III. *de Lapatho.*

avoient porté à Gesner la plante dont il parle, il l'auroit tout aussitôt non seulement reconnue pour une des plantes les plus communes du canton, mais il auroit été en état de la décrire sous son véritable nom. Alors il ne lui seroit pas arrivé de dire qu'elle croît dans les vignobles, qu'elle gâte les pieds de vigne, & qu'à cause de cela les vignerons sont extrèmement soigneux de l'arracher; choses qui conviennent toutes à l'*Orobanche* commune & à ses especes dans les païs chauds.

Par conséquent il auroit reconnu d'une maniere certaine que c'est la *Dentaria major* de Matthiole, qu'elle aime les terroirs spongieux sous la terre couverte de feuilles & dans les endroits où regne l'ombre, qu'elle vient autour des sources & des arbres dont les racines sont couvertes de vieille mousse; au lieu qu'elle ne s'accommode point des places découvertes & chaudes autour des montagnes, où l'on a coutume de placer les vignobles. Il n'auroit pas pu ignorer non plus la saison où elle paroit, sa courte durée tant en fleur que sur la terre, & le petit nombre de plantes particulieres du printems qui croissent en même tems qu'elle, & dans le même lieu. Enfin, sa substance molle, charnue, & pleine de suc, lui auroit donné occasion de s'appercevoir que, pendant son rapide accroissement, elle ne sauroit soulever & percer un terroir dur; ce qui ne peut avoir lieu qu'avec une terre legere, dans la composition de laquelle entrent principalement la mousse, le bois pourri & les feuilles.

Quand on va plus loin, & qu'on en vient aux recherches qui ont pour objet la constitution intérieure & les propriétés de l'*Anblatum*, telles qu'il a toujours eu coutume de les déployer, la conjecture que j'ai avancée, acquiert encore plus de force. L'innocence de la Plante dont Gesner parloit, & qui ne peut gueres être que l'*Anblatum* ou l'*Orobanche*, ne lui auroit jamais permis de tourner ses vues du côté de l'*Aegolethron* de Pline; mais il se seroit plutôt attaché à une considération plus attentive des qualités nuisibles qu'on prétendoit lui attribuer. Or, comme ce ne sauroit être d'autre plante que l'*Anblatum*, ou *Schupenwurtzel*, que les habitans de la Marche de Brandebourg

bourg connoissent fort bien sous le nom de *Maywurtzel*, elle est non seulement une plante parfaitement innocente, mais elle est même employée en qualité de remede tant pour les hommes que pour les animaux, & elle pourroit l'être encore plus utilement.

Cette plante est charnue & pleine de suc, comme pourroit l'être un jeune pied d'asperge. L'odeur de la fleur est délicate, volatile & restaurante, à peu près comme celle de la jonquille; mais la fleur même pousse peu après s'être ouverte. Son goût est mêlangé, aqueux, balsamique, amer & astringent, tant dans les semences que dans la racine. Ces circonstances ne fournissent aucun indice de propriétés suspectes, & les effets connus que cette plante produit sur les hommes & sur les animaux la déchargent de tout reproche. Cependant d'autres, en s'en fiant à l'autorité de Gesner, ont pris l'*Anblatum*, qu'il nomme *malus Henricus*, pour l'*Aegolethron* de Pline; & ceux qui n'ont pas pu concilier les bonnes qualités de cette plante avec les mauvaises de l'*Aegolethron*, ont été chercher d'autres plantes acres & nuisibles, comme je le ferai voir dans la suite, en y joignant les remarques nécessaires. Ce n'est qu'après toutes ces discussions qu'on pourra réunir les vraisemblances qui servent à découvrir & à mieux déterminer la plante en question, qui, dans différentes contrées, porte les noms de *mala herba*, *malus flos*, *malus henricus*, & autres semblables, sans que ces dénominations soient pourtant fondées sur ce qu'elle est mortelle pour le bêtail, mais elles désignent seulement le préjudice qu'elle cause aux autres plantes.

La description inexacte que Gesner a donnée d'une plante qu'il ne connoissoit pas, & à laquelle il donnoit le nom de *malus flos*, ou de *malus Henricus*, (description qui l'a conduit à la conjecture si denuée de vraisemblance, qu'il fait au sujet de l'*Aegolethron*,) n'avoit d'autre fondement que le récit de gens de la campagne, négligens & en partie ignorans. Dans la plûpart des gens de cet ordre, rien de plus commun qu'un défaut d'attention qui est comme lié à l'imperfection des connoissances, & qui regne parmi eux, même à l'égard de circonstan-

conſtances au fait desquelles il ſeroit pourtant de leur intérêt de ſe mettre mieux.

J'ai conſervé le ſouvenir exact d'un cas tout à fait ſemblable & dont il convient de faire mention. Je ſuis témoin oculaire de ce que je vais rapporter; & cela s'eſt paſſé dans le tems où je fus chargé *) par ordre du Roi d'examiner les cauſes d'une mortalité fort rapide dont le bêtail étoit attaqué. Il falloit aſſurément un ſecours des plus promts à ce mal, puisqu'il enlevoit les bêtes les plus jeunes, les plus ſaines & les fortes; tandisque les vieilles en reſſentoient des atteintes beaucoup moins fortes, & ſe guériſſoient plus aiſément. C'étoit à proprement parler une violente fievre inflammatoire, avec des douleurs, des crampes, & des ſignes ſenſibles d'inflammation dans le bas ventre; à quoi ſe joignoient la conſtipation & un flux copieux d'urine épaiſſe, rouge, ou d'un brun fort noirâtre **). Le bêtail qu'on envoyoit à la prairie étoit fort ſubitement attaqué de ce mal, qui faiſoit les progrès les plus rapides, de ſorte que mort s'enſuivoit le 6. 7. & 8 jour. Les gens de la campagne qui ne connoiſſoient point ce mal, remarquoient ſeulement tout d'abord que le ſymptome de l'urine d'un rouge noir, étoit mortel; ce qui ne pouvoit gueres manquer d'avoir lieu, en partie par la nature même du mal, & la force de l'inflammation, en partie à cauſe de l'uſage de remedes trop forts, & qui produiſoient trop vîte un effet aſtringent ***).

L'idée généralement répandue parmi les gens du canton au ſujet de la cauſe de ce mal, c'eſt qu'il falloit la chercher dans certaines plan-

*) En 1741. au printems, dans les contrées élevées qui regnent le long de l'Oder, où je faiſois alors les fonctions de l'emploi auquel on donne en Allemagne le nom de *Phyſicien provincial.*

**) *Febris inflammatoria, cum mictu cruento, quem* Hæmaturiam bovilium *vocabant villici*; en Allemand, *die ſchwartze blut-netze*, ou *das rothe Waſſer*, ou *rothe netze*, &c.

***) Les gens du lieu diſoient que cette urine foncée étoit un ſigne mortel, & faiſoient une diſtinction entre cette eſpece de *mictus cruentus* & une autre plus douce, dans laquelle la fievre eſt foible, ou même à peine ſenſible, & qu'ils gué-

plantes nuisibles, acres & échauffantes, que le bêtail avoit broutées à la prairie. Les plus anciens d'entr'eux, conjointement avec les Bergers, assuroient que, depuis longues années, une semblable maladie n'avoit pas été entierement inconnue dans la saison du Printems. D'autres attribuoient le mal à la poussiere, à la bourbe, à des insectes vénimeux & à leurs oeufs qui avoient été déposés sur l'herbe, ou aussi à quelque nielle empoisonnée. Les plus sensés réunissoient toutes ces causes, mais en y joignant certaines restrictions, comme la saison, la température de l'air, & la nature de la prairie. Néanmoins, dans les cas dont il s'agissoit actuellement, ils n'insistoient que sur certaines plantes acres & vénimeuses, qu'ils regardoient comme l'unique cause du mal. Conformément aux ordres que j'avois reçus, j'allai vérifier exactement le tout sur les lieux; mais, quand il fut question d'arriver par mes informations aux voyes efficaces pour prévenir un plus grand malheur, ils ne surent comment me nommer, & me désigner ces plantes prétendues nuisibles auxquelles ils s'en prenoient. Là dessus ils tomberent sur les jeunes feuilles que poussoient alors les arbres, en particulier les chênes, les hêtres, & ceux qu'on nomme en Allemand *Weifs-dorn* *), ou sur diverses herbes tout à fait innocentes, dont quelques unes même ont des vertus médicinales. Je parlerai de celles-ci dans une autre occasion, & je ferai voir comment il peut arriver qu'accidentellement elles causent au bêtail des accidens à peu près semblables à ceux du mal en question, comme il m'est arrivé diverses fois de le remarquer: mais, dans le cas présent, elles en étoient parfaitement innocentes.

Plu-

guérissoient simplement avec du son chaud, & quelques astringens, par exemple, de la poudre de feuilles de chêne, de gland, ou de noix de galle, mêlée avec six fois autant de farine, & réduite en une bouillie claire avec du lait tiede. Dans la fievre inflammatoire ils avoient recours aux mêmes moyens; ils donnoient aussi abondamment à boire au bêtail de l'eau dans laquelle ils trempoient souvent du fer brûlant; mais le tout sans succès.

*) *Quercus, Fagus, & Crataegus Oxyacantha.*

Plusieurs rencontres pareilles à celle que je viens de rapporter, m'ont convaincu que les gens de la campagne sont fort sujets à confondre les plantes ensemble, en attribuant à celles qui sont nuisibles de bons effets, & en regardant comme pernicieuses celles qui sont les meilleures ou les plus innocentes, quoiqu'ils n'ayent que très peu de connoissance des unes & des autres, ou quelquefois point du tout. Je sais aussi de science certaine qu'ils confondent souvent les accidens qui arrivent au bêtail pour avoir trop mangé & par une mauvaise digestion, avec ceux que peuvent causer des plantes vénimeuses, l'intempérie des saisons, les eaux corrompues, & les insectes.

En faisant des recherches plus exactes sur la contagion qu'on m'avoit chargé d'examiner, je trouvai que le bêtail, à cause de la rareté du pâturage dans ce printems, avoit brouté copieusement les plus tendres rejettons des plantes, & entr'autres ceux qui se trouvoient sur les collines & dans les endroits les plus exposés à la chaleur, attaquant les hayes & les tiges qui commençoient tant soit peu à pousser. Parmi les especes de ces plantes, il y en avoit d'acres & d'ameres, qui appartenoient au genre des *Anemones*. La premiere est celle qui portoit, dans les anciens tems, le nom de *Pulsatilla* *). Elle croit dans les endroits secs exposés à l'air, sur les côteaux dont le terroir est maigre, & sur d'autres endroits élevés, aussi bien que dans les bois & autour d'eux; & vu l'acreté qui se fait sentir dans ses feuilles, le bêtail ne la broute, pour ainsi dire, que par mégarde, mêlée avec d'autres herbes, ou par nécessité dans certains printems; & quand il en mange trop, elle lui cause les mêmes accidens que toutes les autres herbes mordicantes. La seconde plante, aussi amere & acre, a déjà été reconnue pour telle par les Anciens, qui l'ont nommée *Sanguinale*, parce qu'elle cause au bêtail des urines sanglantes, & des inflammations. C'est peut-être l'*Enneaphyllum* de Pline. Au moins les circonstan-

*) *Anemone* 6. Linn. Spec. Pl. 760. *(pratensis.)*
Pulsatilla flore minore nigricante. *C. B. Pin.* 177.
En Allemand: *Kleine Küchen Schelle. Oster-Blume. Piss-Wurtz.* Ce dernier nom Allemand a été donné à cette plante à cause qu'elle provoque extraordinairement les urines.

constances ont-elles beaucoup de rapport entr'elles *). Il semble que la Nature ait voulu cacher cette plante pernicieuse au bêtail en la plaçant sous les buissons, de sorte qu'il ne peut la brouter que par mégarde, quand elle est mêlée avec d'autres, ou lorsqu'il est affamé. Elle paroit de fort bonne heure, & passe si vite qu'on ne la voit plus pendant huit ou neuf mois de l'année **).

Cette circonstance, jointe à plusieurs autres qui se manifestent souvent dans la vie commune, au grand préjudice du bien public, m'a pleinement convaincu que M. *de Rohr* ***) ne se trompe pas, quand, dans ses Projets si remplis de vues utiles, il s'exprime ainsi: „Je suis „persuadé qu'une grande partie des maladies des bestiaux, dont l'ori„gine est le sujet de tant de doutes & d'incertitudes, doit être attribuée „aux plantes nuisibles & vénimeuses, que le bêtail broute dans les fo„rêts & dans les autres pâturages; plantes qui sont inconnues aux „Bergers.“

A' quoi il ajoute. „C'est pourquoi, quand ces maladies con„tagieuses se répandent, & appauvrissent les habitans d'un païs de tant „de milliers d'écus qu'ils auroient pu conserver, on s'apperçoit qu'en „faisant une attention plus particuliere aux plantes pernicieuses, & en „prenant toutes les précautions nécessaires pour préserver le bêtail d'y „toucher, on préviendroit ces funestes dommages, & on rendroit un „service important aux finances.“

 Mais,

*) *Anemone*, Linn. Sp. Pl. 762. (*nemorosa.*)
En Allemand, *Weiss-Wald-Hähnlein. Storchs-blumen.*
Avec cette plante croît en même tems & dans les mêmes lieux une autre espece que Linnæus nomme *Anemone ranunculoïdes*, autrement dite *Ranunculus nemorosus luteus*, C. P. Bin. 178. L'une & l'autre s'accordent avec la *Lathræa* 4. (*squammaria*) Linn. Spec. Pl. 847. qui doit être la plante que Gesner a decrite sous le nom de *malus Henricus*.

**) Cette plante croît avec celle qui vient de faire le sujet de la note précédente, avec le *malus Henricus*, & peut produire les mauvais effets qu'on a faussement attribués à ces plantes innocentes, quand on mene paître le bêtail dans les lieux où elle croît, ce qui est fort rare, & n'arrive pas aisément de propos délibéré.

***) Dans son Traité; *de usu oeconomico plantarum.*

Mais, pour étendre plus loin les applications des remarques que nous venons de faire sur les récits ordinaires des gens de la campagne, & sur les lumieres qu'ils sont en état de fournir dans certaines circonstances, je crois que la meilleure voye à suivre pour un homme qui étudie la Nature, c'est d'examiner soigneusement tout par lui-même. Car, comme il se présente fréquemment des cas pareils à ceux que nous avons indiqués, & sur lesquels il y a bien des doutes à former & des soupçons à concevoir, ce n'est qu'après avoir donné toute notre attention à les bien considérer qu'il est permis de leur accorder place dans l'Histoire Naturelle. Le récit de Gesner au sujet du *malus Henricus* confirme pleinement ce que j'avance, & donne à connoitre combien de fictions se sont glissées parmi les faits réellement fondés sur les expériences, tant à remonter jusqu'aux anciens tems que dans ceux qui les ont suivis, & dans les nôtres mêmes; fictions qui assurément ne sont gueres d'honneur aux Naturalistes. On parviendra de plus en plus à la conviction sur ce sujet, si entr'autres choses on se rappelle les prétendues transformations d'une plante dans quelque autre qui seroit d'un genre tout différent: on a vu des Savans & des ignorans adopter également cette chimere, faire tout ce qui dépendoit d'eux pour l'accréditer, & produire même des Expériences par lesquelles ils se proposoient de rendre incontestable la réalité de ces transformations. Quelques uns ont même été si loin qu'ils ont prétendu ramener ces faits à une théorie exacte & démontrée. C'est ici qu'appartient la transformation de l'avoine en seigle ou en orge, comme réciproquement celle du seigle & même de l'orge en froment, celle du froment en Lolium, celle des pois en vesses, celle de la menthe en basilic, celle des choux rouges en sauge, celle des choux blancs en navets des champs, celle de la camomille en mille-feuille, & autres semblables. Après cela quelcun oseroit-il s'élever contre ce qu'on disoit anciennement de la génération des Scorpions produits par la plante dite basilic?

Avant que d'aller plus loin, & de rendre compte des autres plantes qui ont été prises de côté & d'autre pour l'*Aegolethron*, je

veux

veux encore indiquer celle qui, selon toutes les vraisemblances, s'accorde beaucoup mieux avec les caracteres indiqués par Gesner, & avec le récit des gens de la campagne sur lequel il se fondoit, que ne le fait l'*Anblatum* de *Cordus*. Cette Plante, c'est celle qu'on nomme *Orobanche legitima Dioscoridis* *), ou *Herba lupa Italorum*, plante suffisamment connue par les récits des Anciens & des modernes, comme meurtriere des autres: & peut-être celle de ses variétés qui a la tige rouge. Elle ne doit pas être confondue avec l'*Ervangina*, ou la *Cuscuta*, quoique celle-ci affoiblisse aussi les plantes qui se trouvent autour d'elle en les privant de leur suc nourricier, & que par là elle fasse beaucoup de dégâts à la campagne & dans les jardins. *Bodaeus de Stapel*, en parlant de cette pernicieuse plante savoir de l'Orobanche, dit **): *Eadem de causa rustici malum florem vocare solent*. Le dommage qu'elle cause aux autres plantes est une chose qui n'a point été ignorée: & c'est peut-être elle aussi qu'on nomme *herba Leo* ou *Leonis geoponicorum*. Cependant elle ne fait aucun mal aux bêtes à corne, ni au reste du bêtail; au contraire elle en est recherchée, parce qu'on croit qu'elle leur cause une espece d'irritation. On peut voir ce que les Historiens des Plantes en disent plus au long sous les noms d'*Herba Taura* ou *Tora*.

Les fleurs de cette *Orobanche* ont l'odeur agréable & aromatique des oeillets, & elles contiennent beaucoup de suc mielleux. La tige fraiche & jeune est tendre, charnue, aqueuse, d'un goût amer & astringent. S'il y avoit quelque cas où cette plante pût nuire aux animaux domestiques, ce seroit lors qu'ils en mangent trop copieusement; ce qui pourroit leur gonfler l'estomac & le bas ventre: mais les plantes les meilleures, les plus grasses & les plus nourrissantes, produisent le même effet, dès que le bêtail en fait excès.

Dans notre païs, cette plante aime les lieux exposés à un air libre, élevés, chauds, secs, & dont le terroir est maigre, autour des cô-

*) *Orobanche* 2. (major) Linn. Sp. Pl. 888.
Orobanche major, *caryophyllum olens*. C. B. Pin. 87.
Cynomorium quorundam, apud *Plinium*, Hist. Lib. XXII. Cap. ult.

**) *Bod. a Stapel*, in *Theophrast*. Hist. Plant. Lib. III. Cap. VIII.

côteaux, des prairies & des vignobles qui sont situés au midi. J'en ai trouvé moi-même d'attachées aux racines de vieux seps, dans un vignoble ruiné, près de Francfort sur l'Oder; & peut-être qu'on les y trouveroit encore, personne ne se mettant en peine de les arracher. Toutes ces circonstances réunies me donnent lieu de conjecturer que l'*Orobanche* est la plante nuisible que les gens de la campagne avoient décrite à Gesner, & qu'ils étoient si soigneux d'arracher des vignobles & du voisinage des pieds de vigne. Mais on ne sauroit dire les mêmes choses de l'*Anblatum* de *Cordus*, ou du moins les prouver. Si l'*Orobanche* de Montpellier *) qui ne doit pas être moins préjudiciable aux plantes que celle dont on vient de parler, se trouvoit abondamment dans les contrées où Gesner a vécu, & a recueilli sa description, qu'on fût assuré que les chevres la broutent & que les abeilles en tirent du miel, on seroit alors mieux fondé à la regarder comme un *Aegolethron* que plusieurs autres; car l'odeur & le goût de cette plante sont souverainement mauvais & désagréables, & la distinguent d'une façon toute particuliere des autres plantes qui répugnent aussi à l'odorat & au goût.

A' l'égard de la seconde plante, que Dodonæus **), à cause des qualités extremement nuisibles que plusieurs autres ont reconnues en elle, conjecture pouvoir être celle dont Pline a fait mention, C. Bauhin ***) & d'autres ont eu la même idée. Quoique Dodonæus ne se hazarde pas à rien avancer de positif là dessus, il y a pourtant diverses circonstances sur lesquelles on peut fonder son opinion. Mais, avant que de les alléguer, je dois remarquer que la même plante, de laquelle il est fait actuellement mention, a été connue ailleurs sous le nom de *Cleome Octaviani Horatii*, comme une plante très acre, & on l'a confondue avec d'autres, savoir la *Dentaria* †), ou, suivant tou-

*) *Orobanche* (lævis) Linn. Sp. Pl. 881.
Orobanche majore flore. C. B. Pin. 88.

**) *Pempt. Stirp.* Lib. III. Cap. V.

***) *Pinax*, 180.

†). *Dentaria* 2. (bulbifera) Linn. Sp. Pl. 913.

toutes les circonstances l'*Erisymum officinale* *). Aussi ne doit-il pas y avoir beaucoup de différence entr'elle & cette derniere. En ce cas elle n'appartient pas ici.

La véritable plante qui, conformément à tout ce qui a été dit jusqu'ici, est la plus propre à représenter l'*Aegolethron*, se rapporte au genre de l'antiquité, déjà connu chez les Grecs sous le nom de *Batrachis*, ou *Batrachion*, & que les Botanistes appellent en Latin *Ranunculus* **). Aussi longtems que les Médecins, dans les anciens tems, ont plus pensé à multiplier les remedes crûs & simples, qu'à en faire l'examen, on employoit dans les Apoticaireries cinq ou six especes différentes de *Ranonculus:* mais les Médecins modernes s'en sont débarrassé comme de beaucoup d'autre fatras. La premiere espece s'appelloit simplement *Ranunculus officinarum*, & elle est la sixieme dans Tabernæmontanus ***). Le peu d'acreté qu'elle a, lui a fait donner le nom de *Ranunculus dulcis repens*, d'avec lequel Tabernæmontanus distingue, sans aucun fondement, encore un *Batrachium salutiferum.*

La seconde espece étoit *Ranunculus acris officinarum*, *s. causticus & sylvestris* †), *Tabernæmontani.* Les gens de la campagne la connoissent encore comme une plante mordante, & qui fait élever des ampoulles. Aussi, dès les anciens tems, l'a-t-on employée à la place du *Moxa* de la Chine, & avec le même succès. La troisieme espece de ce genre a pour nom *Ranunculus palustris officinarum* ††); & pendant longtems les Apoticaires l'ont débitée à faux pour le *Coronopus* †††). C. Bauhin l'appelle *Ranunculus palustris apii folio*, & d'au-

*) *Erisymum* 1. (officinale) Linn. Sp. Pl. 922.

**) En Allemand, *Hahnen-fus*, *Frosch-Kraut*, *Frosch-Pfeffer*, *Hähnlein*, &c.

***) Lib. I. Cap. IV. Dans le *Pinax* de Bauhin, 178. *Ranunculus pratensis hirsutus.*

†) Lib. I. Cap. III. Dans le *Pinax* de Bauhin, 178. *Ranunculus pratensis, erectus, acris.* En Allemand, *der brennende Hahnen-fus.*

††) *Pin.* 180.

†††) Le *Coronopus* est une espece de *Plantago*, savoir la 14. Linn. Sp. Pl. 166. Au contraire la Plante qui a été confondue avec le Coronopus est la 5. espece de *Cochlearia*, Linn. Sp. Pl. 904. & C. Bauhin, Pin. 138. l'appelle *Ambrosia campestris repens.*

d'autres Commentateurs des Anciens croyent que c'est le premier *Ranunculus*, & la Sardonia de Dioscoride. Suivant Guilandin c'est l'*herba Sardoa;* & d'autres en font la *Strumea* & l'*Apiastrum* de Pline, ou aussi la *Scelerata* d'Apulée. Cependant la plante dont Pline *) fait mention sous le nom de *Gelatophyllis*, & qu'on a crue la même que le *Selinum agrium* de Dioscoride, seroit beaucoup plutôt l'*herba Scelerata* d'Apulée.

La quatrieme espece de *Ranunculus* est encore aujourdhui en usage dans plusieurs contrées. On la connoit sous le nom de *Ranunculus tuberosus* **), & l'on estime que c'est le *Batrachium* & le *Verticillum* d'Apulée. L'extreme & brûlante acreté que sa racine excite sur la langue, propriété par où elle paroit surpasser toutes les plantes du même genre, lui a déjà procuré depuis longtems les noms de *Flammula Vulcani* & de *Rapum Vulcani.*

La cinquieme espece est le *Ranunculus flammeus officinarum*, qui est décrit dans *Tabernæmontanus* ***), sous le nom de *Ranunculus lanceatus major.* Cette plante considérable, qui est une espece de roseau aqueux, l'emporte sur plusieurs autres par une acreté dévorante; & on la prend †) pour la *Lingua* de Pline.

La *Flammula officinarum*, (*Flammula, quasi flamma, aut herba ignis,*) ††) est la sixieme espece de *Ranunculus*, dont les surnoms dérivent de son extreme & brûlante acreté. On en faisoit ci-devant beaucoup d'usage dans les Apoticaireries; & sa propriété dévorante a été remarquée par le plus grand nombre des Historiens des Plantes, d'a-

*) Lib. XXIV. Cap. 17.

**) Tabern. L I. Cap. III. n. 3. C. Bauhin, *Pinax*, 178. Ranunculus *pratensis radice verticilli modo rotunda.* En Allemand, *Knollen Hahnen-fus, Drüswurtzel.*

***) Lib. I. Cap. III. n. XVII. En Allemand, *Spehr-Kraut.*

†) *Hist. Lugdunens.*

††) *Ranunculus* 1. (Flammula) Linn. Sp. Pl. 772.
Ranunculus longifolius palustris minor. C. B. *Pin* 180.
Flammula ranunculus. Dod. *Pempt.* V. Cap. III.
Batrachium platiphyllon Cordi.

d'après les rélations desquels Dodonæus a conjecturé, que ce pourroit être l'*Aegolethron* de Pline. J. Bauhin *) remarque dans ses Ecrits que cette plante mordante fait élever des ampoulles, & que les bergers en éloignent les brebis & les bêtes à corne. Il ajoute, d'après les *Adversaria* de Lobelius, que les boeufs en particulier & les brebis, après en avoir mangé, meurent aisément, & que Lobelius a trouvé que les entrailles des bêtes mortes par les effets de cette plante pernicieuse étoient gangrénées (*sphacelo correpta*). Tout cela est bien d'accord avec les Expériences des Anciens & des Modernes.

Dans la Marche de Brandebourg, cette plante est une des plus communes dans les lieux humides; comme aussi dans les lieux profonds & marécageux où il ne vient d'ailleurs gueres d'autres plantes. On l'appelle en Allemand *Egeln-Kraut*. Elle se trouve fort abondamment parmi le foin des prairies humides, & alors elle ne fait aucun mal aux brebis & au reste du bêtail, parce que sa partie acre volatile s'évapore quand elle se desseche, & qu'elle devient par conséquent beaucoup plus modérée. On rencontre deux variétés de cette plante qui sont également pernicieuses, l'une dite *Ranunculus palustris serratus* **); l'autre, qui se plait dans les plus mauvais terrains & dans les contrées humides, est une plante maigre, à feuilles étroites, que Caspar Schwenckfelt nomme *Ranunculus palustris*, *gramineus*, *minimus* ***). M. de Haller †) & Amman ††) lui donnent le nom de *Ranunculus repens*, *gramineis foliis*, *e singulis geniculis radices agens*. Le dernier remarque que cette plante a été trouvée par M. le Professeur Gmelin, répandue partout, en Mai & en Juin, non seulement autour de Selenga, d'Uda, de Geoda, & sur les bords de la riviere de Schilka

*) Hist. Plant. III. Append. p. 848.

**) C. Bauhin, *Pin.* 180. Dans Tabernæmontanus c'est la 19 espece.

***) Dans l'*Histoire de Lyon* on l'appelle *Hydropiper lanceolatum*; & dans Buxbaum, Cent. V. Plantar. Append. 41. *Ranunculus flammeus minimus*, *spergulæ folio*.

†) *Stirp. Helvet.* p. 328.

††) Ammann, *Stirp. Ruthen.* p. 80. Tab. XIII. fig. 13.

Schilka, mais même aux environs de Petersbourg & le long de la Neva, où elle croit dans le fable. Qu'elle ait dans toutes ces contrées la même acreté mordante que chez nous, c'eft ce dont cet Auteur n'a fait aucune mention.

Si l'on vouloit uniquement s'arrêter à la propriété acre brûlante qui fe trouve dans la plûpart des *Ranunculus*, auffi longtems qu'ils font verds & frais, & que la détermination de l'*Aegolethron* ne demandât pas qu'on fit attention à d'autres circonftances, il feroit égal de laquelle des efpeces on fit choix. Mais où cela ne méneroit-il pas, puisque, dans plufieurs autres genres de plantes, il fe trouve encore bien des efpeces qui font douées d'une acreté très confidérable? D'abord, à l'égard de la plûpart de ces efpeces, il ne demeurera pas vrai qu'elles ne croiffent que dans le Pont & autour d'Héraclée, ni que diverfes fortes de bêtail les broutent effectivement, ni qu'elles ne portent des fleurs dans aucune autre faifon de l'année qu'au Printems, ni enfin que les abeilles y recueillent un miel empoifonné. Et quant à quelques autres, les mêmes circonftances demeureront pour la plûpart douteufes faute d'expérience.

L'acreté produit à la vérité dans les corps de tous les animaux des effets analogues; mais on ne laiffe pas d'y obferver auffi des différences plus moins nombreufes qui fe rapportent aux divers degrés de violence de ces parties acres, à leur fineffe, à leur volatilité, à leur multitude, & à la maniere dont les principes actifs entrent dans la liaifon des parties conftituantes.

On a des caracteres extérieurs qui fervent à diftinguer les plantes acres & nuifibles d'avec les autres, & au moyen desquels on peut déterminer d'une maniere préalable tant les efpeces générales de leurs effets dans l'action qu'elles exercent fur les corps des animaux, que d'autres circonftances particulieres. Ces caracteres fe déduifent en partie de l'odeur & du goût. Je dis donc qu'on peut les employer à des déterminations préalables; & je fuis obligé de m'exprimer ainfi, à caufe de diverfes conditions, qui limitent & varient trop confidérable-

ment

ment leurs effets, tant rélativement à diverſes eſpeces d'animaux, ou même à toutes en général, qu'à l'égard des eſpeces particulieres; ce qui demande par conſéquent des déterminations propres.

En effet, ce n'eſt pas aſſez qu'on ſache d'une maniere circonſtanciée & certaine, que certaines plantes ont une force nuiſible & mortelle; il eſt auſſi queſtion de s'aſſurer qu'elles agiſſent, qu'elles déployent leurs effets: ce qui, ſi l'on s'en rapporte à l'Expérience, peut également arriver & ne pas arriver. La raiſon de cela ſe trouve dans la conſtitution particuliere & la différence des divers Corps vivans, ſuivant qu'ils cooperent aux effets de ces plantes ou qu'ils y réſiſtent. Or la grande différence & les variétés innombrables qui ont lieu, tant dans les animaux que dans les plantes, étant à l'abri de toute conteſtation, on auroit un beſoin indiſpenſable d'être bien au fait de toutes ces circonſtances, & d'y en joindre d'autres plus ou moins nombreuſes, qui ſont purement contingentes, & dont la raiſon ſe trouve hors des plantes & des animaux; en ſorte que ce ne ſeroit qu'après la réunion de tous ces ſecours, qu'on pourroit bien voir comment il faut juger des effets pernicieux des plantes ſur les animaux, ſoit en général, ou dans le détail de leurs différentes eſpeces. On reconnoitroit en même tems que, ſans une expérience réelle, on ne peut compter ſur rien, à moins que de vouloir ſe tromper volontairement ſoi-même.

Si nous voulons ſuivre le fil de toutes ces directions dans la détermination d'une plante auſſi enſévelie dans l'obſcurité que l'eſt l'*Aegolethron* de Pline, nous nous appercevrons bientôt de tout ce qui nous manque encore pour y réuſſir, & par conſéquent nous ne pourrons franchir à ſon égard les bornes de l'incertitude. En effet, les contrées chaudes du Portugal, de l'Eſpagne, de la France, de l'Italie, toute l'étendue de la Grece, & bien d'autres païs, produiſent bien plus de plantes nuiſibles aux bêtes à corne, aux brebis & aux chevres, que nous n'en connoiſſons, ſans parler de celles dont nous ne ſavons que le nom. Ainſi ce n'eſt pas aſſez, pour prétendre avoir pleinement découvert dans les Ecrits des Anciens de ſemblables plantes, d'en

tirer deux ou trois mots qui indiquent quelques circonſtances rélatives aux plantes de ces tems & de ces lieux. Nous nous hazardons beaucoup trop, lorsque tout de ſuite nous croyons avoir rencontré ces plantes parmi les plus communes de nos contrées occidentales ou ſéptentrionales, affirmant que ce ſont les mêmes qui, il y a dix ou quinze ſiecles, étoient à peine connues dans l'Univers, & n'exiſtoient que dans un ſeul petit canton.

Quelques Interpretes des Anciens, plus attachés à la lettre qu'aux choſes mêmes, ont pouſſé la confiance jusqu'à indiquer les lieux, diſtricts & terroirs, dans nos climats froids, où devoient croître des plantes dont la nature répugne entierement à cette ſuppoſition. Ce nonobſtant, ils n'ont pas fait ſcrupule de rendre raiſon par là des accidens & des maladies contagieuſes du bêtail, ne faiſant aucune attention, ni aux diverſités & variations des prairies & du bêtail qu'on y conduit, ni aux ſaiſons de l'année & à la ſituation du terroir, ni aux uſages particuliers qui concernent la maniere de donner au bêtail le pâturage, ou le fourrage.

Par rapport anx prairies ou pâturages en général, qu'ils ſoient gras & bons & qu'on les entretienne bien nets, ou qu'ils ſoyent mauvais, maigres & mal ſoignés, il arrivera toujours qu'une année plutôt que l'autre, parmi les plantes ordinaires, ils en produiront d'autres d'eſpeces particulieres, entre lesquelles il s'en trouvera d'acres, de narcotiques, ou qui auront d'autres qualités nuiſibles. Cependant on ne pourra alléguer des preuves d'expériences, que le bêtail, & qui plus eſt, tout le bêtail, broute partout, ou dans toutes les ſaiſons de l'année, ces eſpeces de plantes ſans diſtinction, comme une nourriture ordinaire; & il n'y a aucune raiſon qui puiſſe faire juger que cela ſoit indiſpenſablement néceſſaire. En effet, dans le cours naturel des choſes, & par un effet de la coutume, tout le bêtail ſait exactement diſcerner par l'odorat & par le goût les plantes qui lui conviennent; & quoiqu'il aille paître dans tous les lieux où on le mene, il ne laiſſe pas de choiſir certaines eſpeces d'herbes jeunes & douces, avec d'autres

tres plantes médiocres, de toutes sortes d'odeur & de goût, qui, outre les propriétés requises, ont aussi la grosseur qui s'accorde avec la configuration de la bouche, des dents & de la langue, en sorte qu'il puisse les saisir, les arracher, les briser & les mâcher commodément. Car, par la diverse disposition dans la maniere dont les diverses especes de bêtail broutent, la Nature a pourvu avec égalité aux besoins de chacune, en ce que l'une ne peut pas faire usage de la même chose comme l'autre, & que par ce moyen elle laisse à celle qui vient après elle dequoi paître suivant la structure propre aux organes qui lui servent à se nourrir; sans parler de bien d'autre causes qui font qu'une espece de bêtail ne consume que peu ou point du tout de quelques especes de plantes, dont s'accommodent mieux celles qui prennent sa place.

Que les animaux en paissant apportent du choix dans ce dont ils se nourrissent, c'est ce que dépose l'expérience commune. Ils passent dans les pâturages par dessus plusieurs plantes sans y toucher; ils laissent même des pieces de terre tout entieres, & les quittent dès que l'ordre qui regne dans l'accroissement des plantes y apporte du changement; à quoi contribuent beaucoup la nature du terroir, la température des saisons, & bien d'autres circonstances. Aussitôt que les plantes qu'ils avoient d'ailleurs coutume de brouter, éprouvent des changemens par lesquels elles deviennent plus vieilles, plus grossieres, plus coriaces, ils en choisissent d'autres, avant qu'elles soyent parvenues à cet état, & continuent ces échanges aussi longtems qu'ils peuvent avoir lieu. On peut assez aisément se faire une idée de l'influence qu'ont à cet égard les saisons, la température de l'air, la nourriture que reçoivent les plantes, la situation & l'espece du terroir; de sorte qu'il n'y a aucun sujet de s'étonner que le bêtail ne cherche pas dans tous les lieux, au retour de la même saison, dans les divers terroirs, d'une maniere uniforme, précisément les mêmes plantes pour lesquelles il avoit montré beaucoup d'avidité dans d'autres. Les plantes qui ont une acreté brûlante, & avec cela l'odeur & le goût désagreables, les rebutent, aussi bien que celles qui sont seches, dures, épineuses, cou-

vertes de poil ou de laine, tant qu'ils en rencontrent de plus fraîches & de plus agréables.

Ainsi, quand le bêtail trouve tout cela mêlé dans l'herbe & dans ce qu'il broute encore verd, aussi bien que quand on le lui coupe pour le mettre dans la créche, il sait fort bien, & surtout les boeufs, trier avec la langue, & pendant qu'il mâche, ce qui ne l'accommode pas, & le séparer du reste; s'il y a quelques exceptions, elles viennent de la faim, de ce que le bêtail est étranger, de la saison de l'année, de la température de l'air, & de la nature du terroir: circonstances qui sont dignes d'attention. De là vient la surprise de ceux qui, dans de pareils cas, n'ont aucune expérience pratique, surtout lorsqu'ils voyent que dans des saisons où les campagnes paroissent encore couvertes d'herbes & de plantes, le bêtail ne laisse pas de revenir du pâturage à demi affamé, ou que sur le pré même il devient maigre & décheoit, sans qu'on s'apperçoive qu'il soit d'ailleurs attaqué d'aucun mal.

Ceux qui sont versés dans l'oeconomie, savent que le bêtail ne s'accommode pas toujours dans les divers pâturages des mêmes herbes ou plantes, & qu'il refuse quelquefois de brouter dans les uns celles qu'il avoit broutées dans les autres en général. La même circonstance se manifeste à l'égard du foin, suivant qu'on le recueille dans diverses contrées tôt ou tard à l'égard de la saison, & en s'y prenant de différentes manieres; quand ensuite on le donne au bêtail, il arrive qu'il n'en consume que la moindre partie, gâtant le reste & le foulant aux pieds. Et de l'usage même qu'il en fait, il résulte quelquefois des suites qui achevent de procurer la conviction de tout ce que nous avons dit jusqu'ici.

Quoique la certitude de toutes ces circonstances soit déjà fondée sur une expérience commune & ancienne, cela n'empêche pas qu'il n'arrive encore au bêtail de trouver dans les pâturages des herbes nuisibles & mortelles en si grande abondance, que leurs effets se déployent tout à coup sur les troupeaux, & y produisent les accidens les plus funestes. Des recherches plus exactes découvrent que cela n'ar-

n'arrive pas de propos délibéré, mais que c'est l'effet de quelque bévue particuliere. Cependant le contraire a aussi quelquefois lieu; & l'on remarque que, dans d'autres tems, le même bêtail, en faisant le même usage des mêmes plantes pernicieuses, n'en meurt point, ou même n'en ressent pas la moindre incommodité, comme on l'a déja remarqué ci-dessus.

Le dommage causé par de semblables plantes se fait beaucoup plus aisément sentir au printems que dans les autres saisons de l'année, ou lorsque la chaleur est forte que quand elle est modérée; & le jeune bêtail en souffre plutôt que le vieux. De même, ces accidens ne sont pas rares parmi le bêtail étranger, qui passe de quelque hauteur dans un fonds humide, comme aussi parmi celui qui quitte un pareil fonds pour gagner les hauteurs, ou en général parmi celui qu'on a mené d'une autre contrée, ou, quand la saison fait qu'il ne reste pas grand chose à paître dans les campagnes. Chez nous, le bêtail devient sujet à de semblables maladies, en partie quand il va dans des pâturages mal entretenus, couverts d'ombre & marêcageux, en partie quand il regne une trop grande humidité, quand les insectes sont trop nombreux & trop incommodes, lorsqu'après une chaleur extreme du Soleil pendant le jour, les troupeaux passent la nuit à l'air. Ici donc se réunissent diverses causes, qui ne permettent pas d'attribuer tous les mauvais effets à des herbes & à des plantes, qui, hors de ces circonstances, sont bonnes & nourrissantes. En effet, on rencontre à la fois l'herbe humide, le froid de la nuit, l'eau bourbeuse, la poussiere, la multitude d'insectes, tant de ceux qui piquent, que de ceux dont les oeufs & les chrysalides se logent dans les plantes tendres, & forment des especes d'étuis ou de nids dans celles qui sont couvertes de poil ou de laine, ou qui, s'attachant en général aux plantes humides, sont avalés pendant les nuits froides par le bêtail qui est souvent affamé. On ne trouvera dans tout cela aucun sujet d'étonnement, si l'on fait attention à la grande quantité de fourrage verd dont les bêtes à corne ont besoin avant que leur panse soit remplie, & que, cessant de brouter, elles commencent à ruminer. Combien dans une seule nuit, & à plus

plus forte raiſon dans l'eſpace de pluſieurs nuits, le bêtail ne peut-il pas conſuner d'herbes ainſi endommagées, jusqu'à ce que tout à coup les effets nuiſibles & mortels ſe manifeſtent, comme nous l'avons quelquefois remarqué, avec le plus grand étonnement, dans un troupeau tout entier. Il ne faut bien ſouvent qu'un petit nombre d'heures pour de pareils ravages. On ſe trompe ici manifeſtement, en attribuant de pareilles circonſtances aux plantes, en tout ou en partie, tandis que des recherches plus exactes font connoître qu'elles n'y ont pas ſeulement la moindre part.

Je m'appuye à cet égard ſur l'expérience; & j'ai fait moi-même ci-devant pluſieurs obſervations, m'étant trouvé dans les lieux de la Marche de Brandebourg où le bêtail eſt fort nombreux, & où ce nombre va même bien au delà de ce qu'en croyent & en ſavent les étrangers. D'abord, j'ai remarqué que le mauvais goût de ces plantes étoit cauſe que le bêtail n'y touchoit qu'avec beaucoup de répugnance, quoique dans d'autres pâturages il les eût recherchées avec beaucoup d'avidité. Il n'y avoit que la faim, la coutume, l'humidité & le froid de la nuit, qui le portaſſent à la fin à les brouter. J'ai également obſervé cette circonſtance dans les pâturages marêcageux, & dans ceux qui venoient d'être nouvellement faits dans des terroirs couverts auparavant de broſſailles. On y rencontroit fréquemment les mêmes accidens, forte fievre avec inflammation & conſtipation, urine chargée de ſang & rendue avec douleur, enflure, affections convulſives & paralytiques. J'ai fait des rélations exactes de tous ces cas, & conformément aux ordres de Sa Majeſté, j'ai pris toutes les meſures convenables pour remédier à ces maux; mais il m'eſt arrivé rarement d'avoir le bonheur de convaincre les gens de la campagne, combien il importe de faire attention à toutes ces circonſtances & à la liaiſon qu'elles ont entr'elles. Il n'y avoit ſurtout aucune impreſſion à faire ſur l'eſprit de ceux qui ne ſe laiſſent jamais inſtruire que par la longueur du tems & à leurs propres dépens.

Il arrive quelquefois au bêtail de brouter des plantes nuiſibles ſans en recevoir aucun dommage, quand elles ſont encore jeunes, tendres,

dres, molles & aqueuſes, ce qui fait que la force active de leurs parties conſtituantes ne ſe déploye pas encore. Mais, lorsque ces mêmes plantes ont pris leur entier accroiſſement, le bêtail, tout en mâchant, les démêle fort vite du reſte du fourrage. Il fait de nouveau uſage de ces mêmes plantes, lorsqu'après avoir ceſſé de croître, elles ſe flêtriſſent, & perdent par conſéquent une partie conſidérable de la ſubſtance volatile, acre & chaude, qu'elles contenoient. De cette maniere, de ſemblables plantes, quoiqu'acres & narcotiques, peuvent, au défaut d'autres, être données au bêtail, ſans préjudice, mais auſſi ſans avantage: ce qui devient encore plus faiſable, quand une roſée douce qui tombe le matin, attendrit ces plantes, & les rend moins malfaiſantes. Ces circonſtances & d'autres ſemblables doivent être un objet d'attention; & il eſt eſſentiel de ſe mettre au fait à cet égard, pour connoitre les différences ou variations purement accidentelles qui ont lieu par rapport à l'uſage que le bêtail fait des plantes nuiſibles, & aux effets qu'elles produiſent ſur lui.

Outre cela, on remarque que certaines maladies, ou certains accidens mortels, ne ſont propres au bêtail que dans des contrées particulieres, ou des ſaiſons marquées, & qu'on ne les rencontre, ni dans d'autres lieux, ni dans d'autres tems. Il leur arrive auſſi quelquefois de diſparoitre entierement, ou de paſſer d'une contrée à quelque autre, où ces maux étoient auparavant tout à fait inconnus, lorsque la nature du terroir & l'eſpece du pâturage viennent à changer par des conjonctures accidentelles, & à la ſuite d'arrangemens oeconomiques.

En faiſant ſécher doucement le foin, toutes les plantes fortes, acres & aromatiques, s'adouciſſent inſenſiblement; quelques unes perdent tout à fait leur force, & ceſſent par là d'être nuiſibles; d'autres exhalent à travers le foin ce qu'elles avoient de balſamique, de volatil & d'acre, & ainſi s'affoibliſſent d'elles-mêmes. Les perſonnes habiles dans l'oeconomie connoiſſent aſſez la différence des foins, & les conſéquences qui en réſultent par rapport au fourrage. C'eſt auſſi là deſſus qu'eſt en partie fondée la différence du prix dans les foins.

 Enfin

Enfin, une derniere attention à faire par rapport à toutes les circonstances qui ont été rapportées jusqu'ici, concerne la nourriture propre aux diverses especes de bêtail, vû qu'il est certain qu'il y en a qui non seulement recherchent par préférence les alimens acres, mordans, volatils, & même fortement astringens, en faisant usage & les supportant mieux que les autres, mais qui, généralement parlant ne sauroient s'en passer. Par cette raison, les jugemens qui conviennent à une espece d'animaux ne sauroient toujours être appliqués à une autre, quand même il y auroit un rapport plus ou moins grand entre leurs alimens, & fût-il même question d'especes à qui l'action de ruminer convient également. Car quelques animaux supportent les plantes en question, & s'en nourrissent, tandis qu'elles sont absolument nuisibles & mortelles à d'autres, ou qu'elles peuvent aisément le devenir. Ces circonstances se remarquent alternativement dans les especes particulieres d'animaux. Quant à la coûtume que la faim ou l'art peuvent leur faire insensiblement contracter, on ne sauroit en juger autrement que de ce qui arrive aux hommes mêmes qui peuvent s'accoutumer à faire un usage de choses acres & narcotiques, beaucoup plus copieux qu'à l'ordinaire, & qui les supportent pendant longtems sans en recevoir de dommage; ce qui dans les commencemens leur auroit été impossible.

A' l'égard des plantes qui, étant mortelles pour une espece d'animaux, sont à peine nuisibles à d'autres, & qui sont même employées utilement par quelques unes, aussi bien que par les hommes, c'est ce dont on est instruit par l'expérience commune. Elle dépose précisément le contraire par rapport à certaines plantes, dont les propriétés malfaisantes sont telles qu'elles nuisent à peu près de la même maniere aux hommes & à presque tous les animaux, avec cette différence seulement que les suites, quoique toujours nécessaires, se manifestent plus ou moins tôt & avec plus ou moins de force. Il y a outre cela une différence considérable dans les corps des animaux, tant par rapport aux parties solides & à leur structure intérieure, que dans le degré de sensibilité & d'irritabilité.

A présent donc, autant qu'on peut le conclurre de la dénomination de l'*Aegolethron*, cette plante a principalement passé pour nuisi-

ſible parce qu'elle étoit plus funeſte aux chevres qu'aux autres eſpeces d'animaux. Afin de répandre un plus grand jour ſur diverſes circonſtances qui ſe rapportent à ceci, il ne ſera pas ſuperflu d'ajouter encore quelques faits hiſtoriques à ceux qui ont été précédemment rapportés. Les chevres, entre toutes les eſpeces de quadrupedes qui ruminent, paſſent pour avoir le plus d'agilité & de voracité; elles ne s'en tiennent pas à l'herbe jeune, tendre & douce, ni aux plantes qui ont des vertus aromatiques modérées, mais elles en dévorent encore une grande quantité d'autres dont l'odeur, le goût & les vertus, ſont diamétralement oppoſées aux qualités des précédentes. Ces animaux aiment les lieux élevés, & vont paitre volontiers ſur de hautes collines, couvertes d'arbuſtes dont ils broutent les boutons, les feuilles & les rejettons, & qu'ils dépouillent même de leur écorce. Pour trouver une pareille nourriture, les chevres grimpent les rocs les plus eſcarpés, où elles trouvent des plantes d'une acreté conſidérable, fortement aſtringentes; & dont l'odeur & le goût ſont quelquefois ſi déſagréables, que les autres eſpeces d'animaux ne veulent pas ſeulement en approcher.

Cette agilité & cette voracité dont nous parlons, ſont cauſe que les chevres font beaucoup de dégât, & en même tems qu'elles peuvent ſe faire mal à elles-mêmes en dévorant dans la viteſſe des choſes nuiſibles en fait de plantes, ou même d'autres corps qui ne ſont point des alimens convenables à leur eſpece ni à aucune autre. Ce que nous attribuons ici aux chevres, ſe remarque auſſi dans les genres & dans les eſpeces d'animaux qui ont de l'affinité avec elles, & s'étend jusqu'aux Cerfs.

On a trouvé dans l'eſtomac de ces animaux, outre ce qui leur ſert de fourrage ordinaire, comme les herbes, les plantes, les jeunes branches, les tiges, les boutons des arbres, la mouſſe de la terre ou des arbres, de l'ecorce mâchée & d'autres choſes ſemblables, bien d'autres corps étrangers, tels que de l'argille, de la poix, des noyaux, des ſemences dures, du bois, des os, du cuir, des chiffons, de la corne, des plumes, du verre, des coraux, des métaux, des cordons, des rubans, &c. Ces corps étrangers ne ſont non ſeulement presque jamais mâchés, mais ils ne peuvent ſortir du corps des animaux par les voyes ordinaires que fort peſam-

 ment

ment & lentement; ou, la plûpart du tems, ils y demeurent tout à fait. Au bout d'un long espace, surtout dans les vieilles bêtes, on trouve ces corps dans le ventricule, où ils sont envelopés d'une croûte de terre visqueuse, ou d'une espece d'écorce dure & comme osseuse; ce qui devient dans plusieurs animaux la cause d'une maladie de consomption.

Rien n'est plus propre à mettre au fait de ce que j'avance que la piece conservée dans le Cabinet d'Histoire Naturelle de l'Académie que je mets dans ce moment sous les yeux de ceux qui m'écoutent; elle consiste dans un assez gros paquet de ruban ou jarretiere de velours, roulé ensemble, qu'on a tiré autrefois de l'estomac d'un Cerf, dans la forêt de *Rudersdorff*. Ce paquet est entouré d'une forte écorce osseuse, de façon qu'en quelques endroits on peut voir le ruban à nud, & tâter sensiblement le velours.

Les chevres étant telles que nous les avons décrites, ont coutume de s'attaquer à beaucoup plus d'especes de plantes que les autres animaux qui ruminent. Le nombre des plantes indigenes, dans la Marche Electorale de Brandebourg, à dix lieues à la ronde de Berlin, s'étend environ à 2000, ou un peu au delà. Soustraction faite des herbes dures, de la mousse des arbres & de la terre, & des champignons, il reste à peine 200 especes de plantes qui conviennent aux bêtes à corne & aux chevaux; & il faut en rabattre encore près de la moitié quand il est question des veaux & des poulains. Les brebis au contraire sont accoutumées à un plus grand nombre de plantes, ne broutant que les plus petites especes, ou parmi les autres, celles qui conservent leur finesse & leur suc, & poussent des rejettons, auxquels les autres animaux ne font pas attention; de sorte que, par rapport aux brebis, on peut compter jusqu'à 400 plantes qu'on est assuré qu'elles recherchent dans les différentes contrées où elles paissent. Les chevres vont au delà de ce nombre, & consument au moins 500 especes de plantes. Avec celà, comme elles aiment le changement, elles en gâtent plus qu'elles n'en mangent; & cela fait que, malgré ce grand nombre de plantes auxquelles on sait qu'elles touchent, on n'est pas assuré si elles peuvent brouter sans danger & supporter celles d'entre ces plantes qui ont quelque vertu rongeante fort grossiere, ou qui sont

ſont douées d'une acreté volatile extrèmement ſubtile. On ne ſauroit regarder non plus comme propres à la nourriture des brebis ni des chevres, les plantes dans la compoſition desquelles entre une ſubſtance visqueuſe, groſſiere & inſoluble, ou qui ont une grande force narcotique: on doit plutôt s'attendre qu'elles cauſent à ces animaux des accidens dangereux. Il eſt encore de fait que les animaux ſont incommodés par l'uſage, ſurtout lorsqu'il eſt trop copieux, des plantes garnies extérieurement de poils durs, de piquans, ou d'une laine courte & épaiſſe.

Le *Ranunculus* que Dodonæus a pris pour l'*Aegolethron* de Pline, a été reconnu par les Botaniſtes anciens & modernes, d'après une expérience conſtatée, pour une des eſpeces de plantes acres & piquantes, dont ſurtout les feuilles fraiches & la tige ſont extrémement acres, de ſorte qu'en les pilant avec du ſel, & les appliquant extérieurement, elles font venir fort vîte des ampoulles. On peut trouver de plus grands détails là deſſus dans Dodonæus, Jean Bauhin, Fabricius, Cappivacius, Schwencfeld, dans les Recueils de Breslau, &c.

Cependant, quand les chevres broutent cette plante hors du tems où ſes parties actives déployent leur efficace, & ſont dans leur plus grande force, elles n'en éprouvent aucuns accidens fâcheux. Afin de m'en convaincre par ma propre expérience, j'ai fait à cet égard un eſſai, en mêlant au fourrage d'une chevre quantité de cette plante fraiche, qu'elle mangea avec le plus grand appétit, & ſans la moindre mauvaiſe ſuite. Cela eut lieu au mois de Septembre; mais il n'en ſeroit peut-être pas de même dans une autre ſaiſon de l'année, lorsque cette plante n'a pas encore perdu ſes parties acres par l'évaporation, après ſon entier dévelopement. Car il eſt certain que la racine & l'herbe de cette plante produiſent les mêmes effets que la *Ptarmica officinalis*, lorsqu'on l'employe tandis qu'elle eſt dans ſa plus grande force.

Il eſt tems de terminer les éclairciſſemens que je m'étois propoſé de fournir ſur l'hiſtoire de l'*Aegolethron*, & je vais le faire en procurant la connoiſſance d'une plante qui eſt la plus nuiſible de toutes pour les chevres, & qui par cette raiſon peut tenir aujourdhui la place de l'ancien *Aegolethron*. Il y a environ deux ſiecles qu'elle eſt connue ſur ce pied-là dans certaines contrées de l'Italie. Cette plante eſt auſſi

acre & narcotique que peut l'avoir été l'*Aegolethron*; & outre cela, elle est fort tendre & garnie de poils. Elle croît dans les pais chauds, sur des terroirs élevés, maigres & secs, sur les collines, & autres lieux semblables. En Portugal, en Espagne, dans les provinces méridionales de la France, en Italie, dans la Grece, & dans les autres régions Orientales voisines, on la rencontre, surtout dans les lieux secs, dans les vignobles & autour d'eux. Autant qu'on en est instruit par l'expérience, elle est mortelle pour les chevres qui la broutent.

Cette plante fleurit, non comme l'*Aegolethron*, au printems, mais en été, & même un peu tard; & l'on n'a pu apprendre jusqu'à présent, si les abeilles s'y posent pour recueillir du miel & de la cire, ou si elles en tirent un miel dangereux.

Suivant tous les caracteres, cette plante est une espèce de l'*Erigeron* de Linnæus *), & la vraye *Conyza mas* de Theophraste, ou *major* de Dioscoride, de C. Bauhin **), qu'il ne faut pas confondre avec la *Conyza Baccharis*. Ses feuilles couvertes de poils sont avec cela toutes remplies de glandes, dont s'exprime abondamment une matiere visqueuse & tenace.

Castor Durantes, Médecin Romain, qui avoit de la réputation vers l'an 1584, dit ***) au sujet de cette *Conyza*, que les chevres, lorsqu'elles en mangent l'herbe, meurent infailliblement. Y auroit-il trop de témérité, après l'examen que nous avons fait de la description obscure & incertaine qui nous reste de l'*Aegolethron*, d'avancer, sur le pied de simple conjecture, que le miel empoisonné d'Héraclée dans le Pont se recueilloit sur les fleurs du *Chamaerhododendros* de Tournefort, & que l'effet mortel de la plante qui tuoit les chevres doit être attribué à la *Conyza* dont nous venons de parler? En effet, celle-ci est une mauvaise herbe fort commune dans ces contrées; on la trouve, avec une autre espece plus petite, jusqu'en Syrie & en Palestine, & des expériences modernes prouvent sa vertu pernicieuse. Mais pour le *malus Henricus*, la *mala herba*, ou le *malus flos*, tous ces noms ensemble ne désignent que l'*Orobanche*, qui est à la vérité nuisible aux plantes, mais qui ne sauroit tuer aucun animal.

*) *Erigeron* I. (viscosum) Linn. Sp. Pl. 1209.
**) *Pin.* 265.
***) Herbar. nov. edit. Venet. 1602 & 1684.

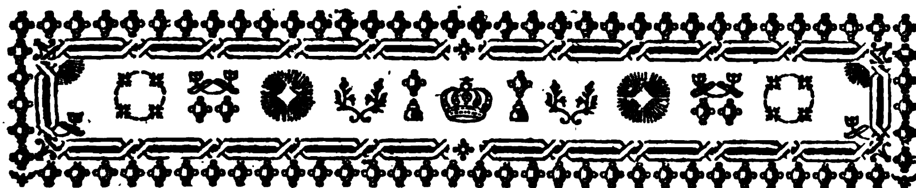


MEMOI-

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE MATHÊMATIQUE.





OBSERVATIONS

SUR

L'ÉTAT PRÉSENT DE LA DIOPTRIQUE, SUR LES MOIENS DE PERFECTIONNER LES LUNETTES À RÉFRACTION, ET SUR LA DÉCOUVERTE QU'ON ANNONCE D'UN NOUVEAU GENRE D'OBJECTIFS QUI LES PORTE AU PLUS HAUT DEGRÉ DE PERFECTION.

PAR M. LE COMTE DE REDERN, CURATEUR DE L'ACADÉMIE. *)

L'Angleterre annonce depuis 3 Ans la découverte d'un nouveau genre de Verres objectifs, qui porte les Lunettes à réfraction au plus haut degré de perfection; & les Journaux étrangers nous apprennent, que cette même découverte vient d'être faite en France. L'extrait d'un ouvrage imprimé au Louvre, que M. Passement a fait paroitre, annonce les lunettes les plus merveilleuses qu'on trouve chez lui.

L'intérêt que j'ai pris particulierement depuis l'absence & la mort de M. de Maupertuis, à un sujet dont l'importance méritoit l'attention la plus sérieuse, & que des vuës auxquelles je le rapportois me rendoient infiniment cher depuis longtems; m'impose l'obligation de rendre compte à l'Académie, de la part qu'elle prend à cette belle découverte, par les efforts qu'on a fait ici, & principalement par les travaux d'un de ses Membres, de M. Euler.

Je

*) Lu le 24 Janvier, jour de la naissance du Roi.

Je puis me dispenser de m'étendre sur les avantages dont les Sciences, les Arts, & les besoins de la vie ordinaire sont redevables à l'art admirable de rapprocher & de grossir les objets infiniment petits ou éloignés.

Habitans d'un petit point dans cet immense Univers; les Lunettes ont établi une communication entre nous & les autres Corps célestes, & porté nos connoissances jusqu'aux bornes de cet Univers même; l'oeil de l'Astronome perce & franchit les espaces infinis, & celui du Physicien arrache à la Nature les secrets qui échapoient à la grossiereté de nos sens.

Le Héros défenseur de sa Patrie, incertain sur le terrain, sur les manœuvres, les évolutions & les forces de l'ennemi qu'il doit combattre, emprunte leur secours, pour assurer ses vuës, & pour fixer à tems les mesures, par lesquelles il prend ses avantages ou pare les coups qu'on alloit lui porter.

Le Navigateur trouvoit dans l'observation des Phénomenes célestes des Guides surs, pour le conduire, quand il étoit perdu dans les vastes Mers qui séparent les différentes parties de notre Globe; l'imperfection des Lunettes, ou plutôt le degré de perfection qu'elles avoient, ne lui donnoient pas les facilités nécessaires pour en profiter; il va jouir aujourd'hui de ce précieux avantage, que j'osai lui annoncer, il y a déjà quelques années, dans le premier Mémoire des Considérations sur le Globe, qui se trouve dans le Recueil de l'Académie.

On ne sait pas précisément à qui nous avons l'obligation de cette découverte admirable, faite vers la fin du 16 Siecle.

L'Allemagne, la Mere des Sciences & des Arts, à qui l'Europe doit presque toutes les grandes découvertes, qui établissent son Empire & sa supériorité dans les autres Parties de notre Globe, la reclame à juste titre.

Copernic aiant fait connoitre le vrai systeme de notre monde Planétaire au commencement du 16 Siecle, l'Astronomie fit des progrès rapides en Allemagne, & trouva des Protecteurs dans des Prin-

ces

ces Philoſophes. Les Tables Roudolphines de Kepler; l'Hiſtoire Céleſte de l'Empereur Ferdinand III. & les Obſervations du Landgrave Guillaume de Heſſe, en ſeront des Monuments éternels. Simon Marius ſe ſervit le premier des Lunettes pour obſerver le Ciel; & le célebre Galilée, à qui il couta ſi cher d'avoir embraſſé les ſentiments de Copernic & de Kepler, avoue qu'il n'a été conduit à s'en ſervir, qu'après avoir ſçu, qu'on avoit en Allemagne un Inſtrument, qui par la combinaiſon de pluſieurs verres faiſoit voir les objets éloignés auſſi bien que s'ils étoient proches.

Le génie de Kepler venoit d'ouvrir la route aux Aſtronomes pour pénétrer dans le Ciel. Dans le tems qu'il introduiſit dans la Géométrie le principe ſublime de fixer les grandeurs finies par l'infini; qu'il dévoila la loi ſelon laquelle les Corps céleſtes ſe meuvent dans des orbes élliptiques; il rechercha & fit connoitre de même les principes de la viſion, les propriétés de la lumiere, & des milieux tranſparents qui ſervent à la transmettre. Il devint le fondateur de l'Aſtronomie, de l'Optique, de la Catoptrique & de la Dioptrique. Il détermina la réfraction que ſouffrent les raions de la lumiere en paſſant obliquement par de différents milieux, plus ou moins rares ou denſes; de l'air dans le verre, & de celui-ci dans l'air.

Il calcula la réfraction pour tous les angles de l'incidence du raion, qui forcé probablement par l'attraction plus forte de milieux plus denſes, dans le premier cas ſe détourne de la ligne droite vers la perpendiculaire, & s'en écarte dans le ſecond. Il fixa la loy qu'on a ſuivie depuis; que le raion eſt rompu d'un tiers de l'angle de l'incidence, lorsqu'il eſt au deſſous de 30 dégrés, & écarté de la moitié. Loy que le célébre Schnell établit enſuite d'une maniere plus préciſe & générale par le rapport conſtant des ſinus des angles de l'incidence avec ceux des angles de la réfraction. Loy heureuſe que Descartes voulut dérober à ſon Auteur, mais que Huyghens lui reclama.

L'aurore du beau jour, qui éclaire aujourd'hui l'Europe, commença alors à paroitre dans tout ſon éclat.

La Réformation avoit rétabli en Allemagne, en Angleterre & dans les Roiaumes du Nord, le droit le plus ſacré des Etres penſants, l'uſage de la raiſon. Le célebre Galilée, éclairé par les découvertes de Copernic & de Kepler, ouvrit en Italie, par les Obſervations les plus heureuſes, le Ciel & pour ainſi dire toute la Nature, par la découverte admirable des loix du mouvement, & l'application de la Géométrie & de l'expérience à la Philoſophie naturelle. Descartes avoit quitté la France pour rappeller le doute qui eut été plus heureux & utile, s'il avoit ſu douter & ſe défier de lui-même dans la Philoſophie; & l'immortel Bacon, ſuivi par le célebre Boile, avoit allumé le flambeau de l'expérience en Angleterre, dont les lueurs brilloient déjà en Allemagne, par l'analiſe chymique des Corps, & les belles découvertes de Guericke de la Machine Pneumatique, & du Barometre. La Géométrie & l'Analyſe appliquées aux Sciences y porterent la juſteſſe; & l'étude du Ciel, devenue générale dans toute l'Europe, ayant fait reconnoitre la néceſſité d'obſerver & l'importance des Lunettes; la Dioptrique devint l'objet des recherches des premiers Génies de toutes les Nations de l'Europe. Le Philoſophe deſcendit dans les détails de l'exécution; les Géometres les plus profonds, les Hevels, les Huyghens, & d'autres, ne dédaignerent pas, de joindre la Pratique à la Théorie, pour porter l'une & l'autre au dégré de perfection, qu'elles ne pouvoient obtenir qu'en ſe prêtant la main.

On ſubſtitua aux lunettes dont l'objectif étoit convexe, & l'oculaire concave, qui portent aujourd'hui encor le nom de Hollandoiſes, ou Galiléenes, celles à deux ou pluſieurs lentilles convexes, que Kepler avoit fait connoitre dans ſa Dioptrique publiée en 1611, beaucoup plus parfaites par la grandeur du champ ou de l'eſpace qu'elles embraſſent, mais fort éloignées encore du dégré de perfection qu'on ſouhaitoit. La figure ſphérique étant la ſeule que l'art de former & de polir le verre eſt en état d'exécuter; on trouva un obſtacle inſurmontable dans la figure ſphérique des lentilles mêmes, dont la circonférence rompt & transmet les raions différemment de ceux qui paſſent près du centre.

Les

Les rayons, au lieu de se réunir dans un seul point dans un même foyer, se réunissent, les premiers plus près, & les autres plus loin de la lentille, & produisent une dispersion du foyer, une confusion d'images, éloignées les unes des autres, par une distance d'autant plus considérable que la lentille est d'un foyer plus court, & que les objets sont moins éloignés.

Ce défaut augmentant excessivement en raison du quarré du diamétre par rapport aux lentilles mêmes, & comme le cube du demi-diamétre de l'ouverture de l'objectif par rapport à l'effet dans la sensation; ne permit d'emploier, pour former les faces des lentilles en général, que des arcs tout au plus de 18 ou 20 dégrés; & à l'égard des objectifs, il s'en faut beaucoup, que leurs ouvertures puissent embrasser des arcs de cette grandeur. Un objectif de 30 pieds par exemple n'admet que 3 pouces d'ouverture tout au plus, qui se réduit à un angle d'un demi-dégré: en doublant le demi-diamétre de cette ouverture, la confusion 8 fois plus grande ne permettoit plus de voir distinctement les objets.

Les rayons de lumiere, à mesure qu'ils s'éloignent en se dispersant, d'un objet, forment un cone, dont le sommet est le point de l'objet dont ils partent.

La vision est distincte, lorsque les rayons qui émanent de chaque point de l'objet, & parviennent à l'oeil en faisceau conique, sont rompus dans l'oeil de maniere qu'ils se réunissent dans un point au fond de l'oeil sur la rétine.

Elle est confuse, lorsque les rayons ne se réunissent pas sur la rétine dans un point, mais par un espace étendu circulaire, dont le diamétre exprimera la mesure de la confusion; qui deviendra absolue, lorsque la dispersion des rayons sera trop grande pour entrer dans l'oeil, & pour subir la réfraction qui les rassemble dans un point dont la sensation excite la vision distincte.

Une ouverture aussi bornée, n'admettant que peu de lumiere, éclairoit peu, & mettoit les mêmes bornes étroites au grossissement; qui est en raison des foiers de l'objectif & de l'oculaire.

Le manque de clarté ne permet pas l'emploi d'oculaires aſſez petits pour obtenir des multiplications conſidérables.

En ſuppoſant la lumiere dans la quantité & avec le degré de force ou de viteſſe dans ſon mouvement de vibration que j'appellerai ſon intenſité, néceſſaire pour exciter la ſenſation; chaque point de l'objet transmet par l'objectif un cone lumineux, qui en traverſant le dernier verre entre dans l'oeil ſous une figure à peu près cilindrique.

Quand le diametre de ce cilindre eſt égal ou plus grand que celui de l'ouverture de la prunelle, nous voyons l'objet avec une clarté entiere; mais lorsqu'il eſt moindre, l'intenſité reſtant toujours la même, l'objet ſera vû, avec un moindre degré de clarté, que celui de la vue ſimple; & le quarré du diametre du cilindre lumineux diviſé par celui du diametre de la prunelle dont l'ouverture variant extrémement à a été fixée pour la valeur moyenne de ſon demi-diamétre à $\frac{1}{20}$ de pouce, exprimera le dégré de clarté.

Le demi-diametre de l'ouverture de l'oculaire, ou de la lentille la plus proche de l'oeil, doit être par conſéquent plus grand que celui du cilindre lumineux qui entre dans l'oeil.

En le diminuant, c'eſt à dire, en emploiant un oculaire plus petit ou d'un moindre foyer pour obtenir une plus grande multiplication, on diminue la clarté dans la raiſon quarrée, à moins qu'on n'augmente ſon intenſité par l'ouverture de l'objectif, qui transmettra un cilindre lumineux formé d'un plus grand nombre de rayons; dont la quantité proportionnelle à l'ouverture de l'objectif augmentera ou diminuera par conſéquent de même la clarté dans la raiſon quarrée de ſon demi-diametre.

Mais, comme la diſperſion du foyer qui réſulte de la figure ſphérique des lentilles, met des bornes à l'ouverture des objectifs; elle en met de même aux oculaires, & établit une rapport général, qu'on peut ſuivre dans la pratique; que le diamétre de l'objectif doit être égal à peu près au foyer de l'oculaire, le rapport du cilindre lumineux transmis à l'oeil avec l'ouverture de l'objectif étant le même à peu près, que celui de la grandeur de l'objet vu à l'oeil avec le groſ-

ſiſ-

ſiſſement qu'on veut obtenir. C'eſt à dire qu'il eſt plus étroit que l'ouverture de l'objectif autant de fois que l'objet eſt groſſi.

Il parut qu'on n'avoit qu'à former les faces des objectifs d'arcs de grands cercles, pour obtenir de grandes ouvertures, & par conſéquent des groſſiſſements conſidérables par l'emploi de petits oculaires; mais on ne fut pas peu ſurpris, quand ces lunettes répondirent ſi peu à l'effet qu'on croyoit être fondé de s'en promettre.

Les foyers des arcs étant comme les rayons des cercles, leur longueur les rendoit non ſeulement d'un uſage très incommode, mais elles firent appercevoir un défaut qui augmenta exceſſivement avec l'ouverture de l'objectif & la longueur de la lunette; c'étoit l'apparition des couleurs d'Iris, qui la remplirent, couvrirent les objets, & empêcherent de les voir diſtinctement.

Il parut que ce défaut dépendoit de même de la figure des lentilles, parce que le ſeul remede, lorsqu'on apperçut les couleurs, étoit de rétrécir l'ouverture de l'objectif, pour les faire diſparoitre; la lumiere n'étoit pas aſſez connue; Newton ne l'avoit pas encore décompoſée pour en connoitre la cauſe.

Le celebre Huyghens à qui les Sciences ont les plus grandes obligations, s'attacha par conſéquent avec raiſon, à former des lentilles dont la figure fut exempte de la diſperſion du foyer. Il trouva que les plano-convexes, ou concaves, & ſelon l'hypotheſe de la réfraction de Kepler, celles dont les rayons des deux convexités ou concavités ſont comme 1 à 6, rapport qui, ſelon l'hypotheſe plus exacte de Newton de 31 à 20, ſeroit comme 2 à 17, la diminuoient beaucoup; & que les méniſques dont les rayons des deux faces ſont comme 6 à 11, ou 13 à 24, en ſeroient délivrés entierement. Mais toutes les lentilles de cette eſpece n'étant ſuſceptibles que d'une très petite ouverture, loin de contribuer à perfectionner les lunettes, ne ſont d'aucun uſage, & ne ſont pas comparables aux lentilles également convexes malgré leur défaut de diſperſion, parce qu'elles admettent une double ouverture.

On a lieu d'être ſurpris, que l'idée ne ſoit pas venue à un eſprit auſſi profond & pénétrant, de chercher dans la combinaiſon des len-

lentilles convexes avec des concaves ou ménisques qui rompent les rayons du centre & de la circonférence de la premiere, de façon qu'ils se réunissent dans un même foyer, les avantages que les objectifs simples ne pouvoient pas faire obtenir.

Les lentilles convexes transmettent les rayons plus convergents vers la circonférence que vers les centres, dans un rapport connu; & les concaves ou ménisques divergents, dans un rapport connu de même, plus vers la circonférence que vers le centre; la combinaison de deux lentilles dont l'espace de diffusion positif de l'une est précisément comme cet espace négatif dans l'autre; celle d'une lentille concave ou ménisque, dont l'une rapproche les rayons dans le même ordre, dans lequel l'autre les en avoit écarté, au même point, paroissoit devoir faire trouver un objectif composé, délivré des défauts des lentilles simples.

Mais la découverte de la dispersion des couleurs faite par Newton dans le tems que la Dioptrique fit le plus de progrès, paroit n'avoir pas peu contribué à faire échaper cette considération à l'Auteur même de cette belle découverte, & à la sagacité des hommes célebres qui penserent à perfectionner les lunettes.

L'ingénieux Huyghens calcula les bornes, ou les degrés de confusion, qu'on peut admettre, parce que l'effet n'en est pas sensible, que des obstacles, qu'il croyoit insurmontables, mettoient à la perfection des lunettes.

Si l'ouverture de la lentille est de $17\frac{1}{2}$ degrés, la diffusion est égale à celle de la réfrangibilité, qui est $\frac{1}{27}$ du foier. En supposant le foier d'une lentille de 100 pouces, & le diametre de l'ouverture de 1 pouce; la diffusion sera de $\frac{3}{800}$ de pouces, & assez peu sensible pour ne pas troubler la vision; j'ajouterai les Regles générales qui résultent du Calcul 1) pour déterminer la confusion, qui sera toujours égale au triple quarré du demidiametre de l'ouverture divisé par le double foyer; & 2) que l'ouverture pour rester dans les bornes d'une diffusion insensible; son demidiamétre doit être comme la Racine quarrée du foyer divisée par 20.

Je

Je dois ne pas omettre la table de M. Huyghens ici, parce qu'elle marque les limites des connoiſſances qu'on vient d'étendre ſi heureuſement aujourd'hui, & qu'elle ſervira toujours de regle pour les lunettes ordinaires; mais ma propre expérience m'oblige d'ajouter que la qualité du verre & l'habileté de l'artiſte permettent de les franchir même, & d'obtenir une plus grande clarté; & par conſéquent des groſſiſſements plus conſidérables avec une repréſentation aſſez diſtincte: mais, pour les obſervations céleſtes, je crois que ces ouvertures ſont trop grandes, & doivent être rétrécies au moins d'un tiers & davantage, ſi l'on ſe propoſe d'avoir une image nette & vraie.

Foiers de l'objectif.	L'ouverture ou Diametre de l'objectif.	Foiers de l'oculaire.	Groſſiſſement des objets en diametre.
Pieds du Rhin.	Pouces. Lign. deci.	Pouces. Lign. deci.	combien de fois.
1, — — ,	0, — — 55	0, — — 61	— — 20
2, — — ,	0, — — 77	0, — — 85	— — 28
3, — — ,	0, — — 95	1, — — 05	— — 34
4, — — ,	1, — — 09	1, — — 20	— — 40
5, — — ,	1, — — 23	1, — — 35	— — 44
6, — — ,	1, — — 34	1, — — 47	— — 49
7, — — ,	1, — — 45	1, — — 60	— — 53
8, — — ,	1, — — 59	1, — — 71	— — 56
9, — — ,	1, — — 64	1, — — 80	— — 60
10, — — ,	1, — — 73	1, — — 90	— — 63
15, — — ,	2, — — 12	2, — — 33	— — 72
20, — — ,	2, — — 45	2, — — 70	— — 89
25, — — ,	2, — — 74	3, — — 01	— — 100
30, — — ,	3, — — 00	3, — — 30	— — 109
40, — — ,	3, — — 46	3, — — 56	— — 126
50, — — ,	3, — — 87	4, — — 26	— — 141
60, — — ,	4, — — 24	4, — — 66	— — 154
70, — — ,	4, — — 58	5, — — 04	— — 166
80, — — ,	4, — — 90	5, — — 39	— — 178
90, — — ,	5, — — 05	5, — — 56	— — 183
100, — — ,	5, — — 48	6, — — 03	— — 199

Cette Table établit les rapports ſuivants.

1) Que

1) Que l'ouverture de l'objectif eſt à peu près égale au foier de l'oculaire.

2) Que le groſſiſſement des objets diminue exceſſivement avec la longueur des lunettes.

Pour les lunettes courtes, il eſt en raiſon de la diſtance du foier de l'objectif en pouces.

Pour les lunettes longues il n'eſt qu'en raiſon double de la diſtance du foier de l'objectif en pieds.

Je remarquerai encore un phénomene très ſingulier que les lentilles formées de ſegments de grandes ſpheres, ou d'une ouverture conſidérable, ont fait appercevoir. On en doit l'obſervation à notre célébre Tſchirnhauſs, l'Archimede d'Allemagne, de qui nous avons des miroirs & des verres ardents, dont l'effet ſurpaſſe tout ce qu'on a fait jusqu'à préſent, & qui le premier trouva le moien de former des lentilles d'une grandeur conſidérable; il en fit part à l'Académie de France, mais d'une maniere couverte & miſtérieuſe; c'étoit, ſelon toutes les apparences, dans la premiere illuſion des merveilles qu'il s'en promettoit dans la Dioptrique. Il éprouva le ſort ordinaire du génie dans les efforts qu'il fait pour ſortir de la ſphere étroite qui borne la vie humaine; les idées les plus ſublimes rentrent dans la claſſe des ſonges agréables, par les obſtacles inſurmontables qu'oppoſent dans l'exécution, des accidents imprévus, la foibleſſe réelle de l'homme & les bornes étroites de ſes facultés.

Ces lentilles dont les lunettes retirent ſi peu d'avantage, préſentent & découvrent les objets les plus éloignés avec beaucoup de clarté, & très diſtinctement. M. Wolff fait mention dans les Acta Eruditorum de l'année 1710. d'un verre plano-convexe, dont le raion de convexité étoit de 30 pieds, de 2 pieds de largeur, & d'un & demi de hauteur, qui lui fit voir en plein midi à la diſtance de 2 lieues d'Allemagne des maiſons diſtinctement.

L'immortel Newton, Génie fait pour étendre les connoiſſances humaines, marchant ſur les traces de notre profond Kepler, ſoumit

mit au calcul l'infini, détermina & mesura la cause dont résulte la loi qui regle le mouvement de cet Univers, & créa une nouvelle Théorie de la lumiere qu'il décomposa, & soumit à l'analyse.

On savoit que la lumiere, en passant d'un milieu dans un autre, est transmise selon une loi certaine; mais on croioit que la réfraction de tous les raions étoit la même, & que ce n'étoit que la différence des milieux qui pouvoit la changer.

Il fixa par de nouvelles expériences cette réfraction que la lumiere subit en passant par de différents milieux dans l'air même, qui fait un milieu plus ou moins rare.

comme	—	—	—	—	- 3151	à	3850.
de l'air dans le verre comme				—	- 31	à	20.
de l'air dans l'eau de pluie			—	—	- 529	☰	496.
—	dans l'esprit de vin		—	—	- 100	☰	73.
—	dans l'huile d'olive		—	—	- 22	☰	15.
—	dans le diamant		—	—	- 100	☰	40.

Il fit voir, que les raions, en passant d'un milieu transparent dans un autre, ont une différente réfrangibilité, ou souffrent une différente réfraction, fondée dans leur différente vitesse ou la masse de leurs particules; en conséquence de laquelle ils produisent la sensation des couleurs; les moins réfrangibles le rouge, les plus réfrangibles le violet, & ceux qui tiennent le milieu, les couleurs intermédiaires.

Il paroit que cette belle découverte eût du produire un changement considérable dans la Dioptrique.

Mais, au lieu de voir les bornes de la Dioptrique reculées, il parut qu'elles durent être limitées & resserrées pour jamais.

Newton arrêté, s'il est permis de se servir de ce terme pour ce grand homme, selon toutes les apparences, par la prolixité d'un calcul très épineux, fixa la loi de cette réfrangibilité des raions, ou l'admit comme approchante de la vérité, sur des expériences physiques insuffisantes, trop grossieres & incapables de la donner avec une

 pre-

précision absolue, si même il ne les avoit pas manqué, comme je le ferai voir dans la suite.

Il ne fit pas attention, que la loi qu'il admettoit, étoit en contradiction avec la loi connue & démontrée du rebroussement de la lumiere, ou du retour du raion.

Elle l'induisit encore à établir, que la dispersion causée par la différente réfrangibilité dans le foier des lentilles étoit la cause unique de l'imperfection des lunettes, & un mal sans remede.

Et elle fit échapper encore à sa sagacité supérieure, que quand même l'objectif n'est pas délivré de cette dispersion des couleurs, les lentilles peuvent être disposées de maniere, que la confusion des couleurs disparoit, & ne trouble pas la représentation.

Quoique la lentille, au lieu d'un seul foier, en forme une infinité, selon les différens degrés de réfrangibilité des raions; & qu'une infinité de foiers soit étendue par un espace d'autant plus considérable que la lentille sera d'un foier plus éloigné; les images dispersées peuvent être rangées de maniere que leur dispersion ne trouble pas la représentation, si l'objectif est delivré de la confusion qui résulte de la sphéricité.

C'est à M. Euler, Auteur d'une Théorie nouvelle & ingénieuse, par laquelle il concilie de la maniere la plus heureuse le systeme de Huyghens sur la lumiere, avec les belles découvertes de Newton sur les couleurs, que nous avons l'obligation de la loi véritable, que suit la nature; qui est celle des logarithmes des sinus de l'incidence, & de la réfraction de la lumiere, & des raions colorés en traversant divers milieux. La réfraction des raions rouges à celle des violets étant comme 27 à 28; l'espace par lequel tous les foiers des raions ou des couleurs sont dispersés, sera par conséquent la 27 partie de la distance entiere du foier de la lentille; ou un objectif dont le foier sera de 27 pieds, produira une dispersion de foiers ou d'images colorés diversement, étendue par l'espace d'un pied.

On

On comprend par là, à quel point cette dispersion doit augmenter, lorsqu'on veut se servir d'objectifs de 100 pieds & de plus de foier; & pourquoi les longues lunettes avoient répondu si peu à l'effet qu'on s'en étoit promis.

Selon la Table précédente de M. Huyghens, une lunette d'un pied, ou de 12 pouces, grossit 20 fois presque en raison double de sa longueur en pouces.

Une lunette de 100 pieds, ou de 1200 pouces, devroit par conséquent grossir les objets deux mille fois; pendant qu'elle fait obtenir à peine un grossissement de deux cent fois.

Si la lentille oculaire représente distinctement l'image qui tombe précisément dans son foier; les autres doivent causer une confusion d'autant plus grande, qu'elles en sont plus éloignées; & cet inconvénient deviendra d'autant plus sensible, que l'oculaire sera d'un foier court, à l'égard de celui de l'objectif pour obtenir une grande multiplication. L'objectif ne pouvant transmettre, à cause de la grande dispersion, que très peu d'images distinctes dans le foier de l'oculaire; la sensation dans l'oeil ne peut être que très foible, & celle d'une image confuse formée de toutes les couleurs.

Les autres raions divergens de leurs foiers particuliers, passent absolument hors de la direction de l'oculaire s'il est trop petit; ou, s'ils y entrent réflechis par les parois de la lunette, ils envelopent l'image foible, sombre, & peu distincte de couleurs d'Iris.

On vit avec la derniere évidence, combien la clarté, la vue d'une image distincte & nette, étoit liée avec le grossissement des objets, & qu'on ne pouvoit obtenir l'un qu'en diminuant l'autre. Je ne dois pas faire mention du remede qu'on a cherché dans des objectifs colorés, qui ne transmettent d'autres couleurs que celles qui leur étoient propres; ou dans des anneaux, qui ne transmettent que les raions de la circonférence: ils sont absolument inutiles pour les lunettes terrestres, vu l'usage ordinaire de la vie. La perte de tous les autres

raions diminue l'intenſité de la lumiere au point qu'on ne voit plus rien; l'image foible & ſombre ne produit plus de ſenſation.

Mais les objectifs du verre coloré peuvent être d'un uſage admirable pour les lunettes aſtronomiques, ou les obſervations céleſtes; j'en ai fait l'expérience moi même: ils forment l'image du Soleil principalement, & des autres Corps céleſtes, beaucoup plus nette, & déterminent leur diametre plus précis & plus juſte, que les objectifs de verre blanc, avec lesquels on eſt obligé d'affoiblir l'éclat de leur lumiere. On s'en ſervit beaucoup dans le ſiecle paſſé pour les obſervations aſtronomiques en Allemagne; & ces lunettes porterent le nom d'Hélioſcopes: mais l'uſage des verres plans colorés ou enfumés a prévalu, & les a fait oublier, je crois à tort. Je pourrois ajouter que pour les lunettes terreſtres même, le verre un peu verdâtre ou jaunâtre eſt preférable au parfaitement blanc.

Cette diſperſion des couleurs, ou diffuſion du foier, étant dans le rapport de la diſtance du foier des lunettes; toutes les lentilles, ſoit convexes ou ménisques, qui en conſéquençe de leur figure transmettent les raions convergents dans un point, ſont aſſujettis à ce défaut; & le différent rapport qu'on pourroit mettre entre les raions de leurs faces, n'y ſauroit rien changer.

Newton vit qu'un objectif composé de deux lentilles, aiant la cavité remplie d'eau, pourroit être délivré de l'aberration des raions, qui réſulte de la figure ſphérique; confuſion de la correction de laquelle dépend la perfection des lunettes, & qu'il compte pour rien.

L'idée lui échapa, que c'étoit le moien, ou qu'il pouvoit y en avoir, pour remédier à la diſperſion des couleurs; l'hypotheſe de la réfrangibilité des raions, qu'il avoit adoptée, l'avoit perſuadé, que ce défaut des lentilles, indépendant de celui qui réſulte de leur figure ſphérique, tenant à la lumiere même, étoit ſans remede; & cette perſuaſion lui avoit fait abandonner l'idée de perfectionner les lunettes à réfraction, & embraſſer celle du Téleſcope à réflexion, que le célébre

bre Grégori avoit donnée dans son Optique. Un génie comme le sien ne pouvoit pas manquer de saisir, & de pénétrer l'effet merveilleux de cet instrument admirable, & de le perfectionner. Il substitua aux lentilles dont les défauts lui paroissoient sans remede, des miroirs concaves, susceptibles de la plus grande ouverture, dont la clarté vive, l'image éclairée & formée par une lumiere abondante, lui permettoient de combiner avec des miroirs de plusieurs pieds, des oculaires de quelques lignes, & d'obtenir les multiplications les plus surprenantes.

Tout le monde sait, à quel point de perfection le célébre Short en Angleterre, & le Pere Noël en France, portent aujourd'hui ces Télescopes.

Milord Morton, Président de la Société d'Edimbourg, fit usage d'un Télescope de M. Short qui grossissoit 600 fois & permettoit l'usage d'un oculaire pour multiplier 1200 fois, pour observer en 1748. avec M. le Monnier, une Eclipse de Lune; ils virent la circonférence du disque herissée de montagnes & de pics aussi aisés à distinguer, qu'une chaine de montagnes qu'on apperçoit à l'horison. Mais Newton avoit d'abord remarqué qu'il s'en falloit beaucoup, que les miroirs de métal réflêchissent autant de rayons que les verres en transmettent.

Il croit que cette différence entre le verre & le métal rendroit non seulement les miroirs de verre, formés d'un ménisque, dont la cavité & la convexité couverte d'un fond convenable, auroient le même rayon, à la rigueur très supérieurs à ceux de métal. Je n'ai pas eu beaucoup de succès dans les tentatives que j'ai vu faire & que j'ai fait faire moi-même. La pratique trouve non seulement des difficultés presque insurmontables dans l'exécution, pour former le ménisque d'une épaisseur égale & les deux faces parfaitement les mêmes; le fond dont on couvriroit la face convexe du ménisque, ne pouvant être que de vif argent, auroit peut-être les mêmes inconvénients, que les miroirs de métal. Mais j'en tirerai une conséquence bien avantageuse pour les lunettes à réfraction.

Les

Les lentilles, délivrées du défaut de la diſperſion, qui réſulte de leur figure ſphérique & de la différente réfrangibilité des rayons, doivent former des images qui ſurpaſſent de beaucoup celles des miroirs, & procurer des lunettes ſupérieures aux Téleſcopes, qui moins propres aux obſervations céleſtes, n'ont qu'un champ aſſez borné, & ne ſont pas d'un ſervice aſſez aiſé, & commode pour l'uſage ordinaire de la vie, & celui du navigateur.

Cette conſidération auroit du porter le Géométre à ne pas ſe relâcher dans les recherches qui pouvoient perfectionner les lunettes; mais la déciſion d'un homme auſſi célebre que Newton, qui avoit regardé la diſperſion des couleurs comme un mal ſans remede, & qui n'en avoit pas trouvé non plus pour celle qui réſulte de la figure ſphérique, fit renoncer avec lui, à ce qui paroit, à l'idée de perfectionner les lunettes à réfraction.

La conſidération de la dépendance intime du défaut de la diſperſion des couleurs, de celui de la figure, ne porta perſonne, à regarder le dernier comme le point de réforme, & de perfectibilité, auquel il falloit s'attacher, malgré l'expérience invariable & la pratique aveugle de l'artiſte dans la conſtruction des lunettes, qui firent remarquer conſtamment, que la diſperſion des couleurs augmente, diminue, & diſparoit, avec la confuſion qui réſulte de la figure.

Depuis un demi-ſiecle, il paroit que le Géométre a cru devoir abandonner comme vaines les recherches ſur ce ſujet.

M. Euler, que je me contente de nommer ſimplement ici, apperçut l'erreur ou la prévention dans laquelle la fauſſe loi de la réfrangibilité avoit fait tomber Newton.

Après avoir fixé la véritable, il découvrit dans la différente réfraction du rayon diverſement réfrangible, qu'il ſubit en traverſant divers milieux, le remede à la diſperſion des couleurs; & fonda ſur cette Théorie une nouvelle conſtruction des lunettes, dont l'objectif formé de deux méniſques, ou d'un méniſque & d'une lentille convexe, ayant la cavité remplie d'eau, eſt exemt de la diſperſion.

Il

Il en fit part à l'Académie par un Mémoire qui se trouve dans le troisieme Tome de son Recueil de l'année 174 7/8.

La considération de la structure merveilleuse de l'oeil avoit conduit M. Euler à cette belle découverte. S'il ne s'étoit agi que de représenter les images des objets, un seul milieu transparent doué d'une figure convenable, une seule lentille convexe qui se présente dans le crystallin auroit suffi; & la comparaison de l'oeil avec une petite Chambre obscure seroit juste alors.

Mais il en auroit aussi tous les défauts. Les représentations seroient troublées par la diverse réfrangibilité des rayons, & bordées des couleurs de l'arc-en-ciel.

Les seuls objets situés dans l'axe de l'oeil, ou très peu éloignés, seroient représentés distinctement, & le champ apparent de la vision nette & distincte ne s'étendroit pas au delà de 10 degrés.

Il n'admettroit qu'une très petite ouverture qui ne procureroit que des représentations obscures.

Dans l'oeil naturel tous ces défauts sont heureusement prévenus.

La diverse réfrangibilité des rayons n'y produit aucune confusion.

Le champ apparent s'étend fort au delà de 90 degrés, sans qu'on s'apperçoive de la moindre confusion dans la représentation des objets les plus éloignés de l'axe.

Et l'ouverture de la prunelle surpasse infiniment celle que toute lentille semblable au crystallin pourroit jamais permettre.

L'oeil formé de plusieurs milieux transparents d'une figure déterminée, & combinés selon les regles de la sublime Géométrie, est exemt de tous les défauts que la Dioptrique nous fait connoitre comme inévitables dans les Lunettes.

Il parut probable à M. Euler, que la différente réfrangibilité des rayons trouve le remede dans l'arrangement des diverses hu-

meurs de l'oeil, pour former un foyer exemt de toute diffusion, & que la combinaison de différents corps transparents pourroit rendre le même service dans la Dioptrique. Dans l'emploi que M. Euler se propose de faire du verre & de l'eau, pour former son oeil dioptrique; il suppose, que les rayons d'un objet subissent 4 réfractions, en passant dans l'oeil naturel par 5 milieux réfringents, différents les uns des autres, & terminés par 4 faces sphériques dont les centres sont une même ligne droite, qu'il considere comme l'axe.

Il en forme par les principes de la Dioptrique l'expression générale pour la distance de l'image après la derniere surface, & fait l'application de sa formule générale au sujet qu'il traite, en supposant que les rayons d'un objet passent par un objectif composé de deux lentilles jointes ensemble, dont la cavité est remplie d'eau.

Les 5 milieux dans l'hypothese de l'oeil se changent en *Air*, *Verre*, *Eau*, *Verre & Air*, qui proprement ne forment que 3 milieux différents; pour lesquels il suppose la raison de la réfraction des rayons moiens, en passant de l'air dans le verre, comme 31 à 20, & de l'air dans l'eau comme 4 à 3.

La distance de l'image se détermine aisément par la formule générale, à l'aide de quelque changement de lettres.

Il examine ensuite la diverse réfrangibilité des rayons, pour développer la véritable loi de la réfraction des rayons de différente couleur à l'égard des milieux par lesquels ils sont transmis, en conséquence de laquelle il établit la raison de réfraction;

en passant de l'air dans le verre;

des rayons rouges comme — — — 1, 5398 à 1.
des violets comme — — — 1, 5601 à 1.

Et lorsqu'ils passent de l'air dans l'eau,

des rouges comme — — — 1, 3276 à 1.
des violets comme — — — 1, 3390 à 1.

Il tâche enfin de déterminer les rayons des 4 surfaces des deux lentilles, afin que la diverse réfrangibilité ne change rien dans le lieu de l'image & dans sa grandeur; ce qui le met en état de donner la

construction

construction générale d'un objectif composé de deux ménisques joints ensemble, dont la cavité est remplie d'eau; qui rassemble tous les rayons d'un objet, de quelque degré de réfrangibilité qu'ils soient, dans le même foyer.

Il établit les expressions ou formules, pour la distance, & pour la quantité qui exprime l'image, qu'il développe entierement en y faisant entrer la distance du foyer de la lentille composée. Ces formules fournissent, par les deux quantités qui restent indéterminées, & pour lesquelles on peut prendre des nombres à volonté, une infinité d'objectifs, qui auront la même distance ou le même foyer, exempts de la dispersion des couleurs.

M. Euler se borne à considérer particulierement deux especes d'objectifs.

La premiere, lorsque les deux dernieres faces de l'objectif sont planes, c'est à dire que l'objectif composé sera plano-convexe, ou formé d'un ménisque & d'un verre plat; le rayon de la convexité du ménisque sera $\frac{15}{289}$ de la distance du foyer, & celui de la concavité sera de $\frac{7}{310}$.

La seconde, lorsque les deux ménisques qui forment l'objectif sont égaux; le rayon de la convexité sera $\frac{1038}{10000}$, & celui de la concavité $\frac{451}{10000}$ de la distance du foyer.

Il fait voir les avantages de ces objectifs, d'abord à l'égard du grossissement, en supposant que l'image de ces objectifs exemts de toute diffusion soit aussi claire & nette que celle d'un miroir de métal; un objectif de 200 pouces ou de 16 pieds joint à un oculaire de $\frac{1}{10}$ de pouce augmenteroit les objets deux mille fois. Et ensuite par rapport à la facilité de l'exécution.

Les rayons de sphéricité de ces lentilles, étant très petits & formant des objectifs d'un foyer très considérable, leur exécution seroit beaucoup plus aisée que celle des ordinaires. Pour former un objectif ordinaire de 400 pouces de foyer, il faut que le rayon de ses

deux faces soit à peu près de 400 pouces; pour former un objectif composé de ce même foyer, on n'a besoin que de deux courbures, dont les rayons seront l'un de $51\frac{3}{4}$, & l'autre de 20 pouces de foyer; & en joignant un tel ménisque avec un verre plan des deux côtés, on obtiendra un objectif d'un double foyer de 800 pouces.

Il détermine ensuite la raison entre les rayons des faces & de la distance du foyer dans le plus petit nombre pour l'utilité des Artistes. Et comme ce rapport établi entre les rayons des faces des lentilles, est fondé sur les hypotheses de la réfraction des rayons de l'air dans le verre & de l'air dans l'eau; M. Euler, pour ne pas borner sa solution à une seule hypothese, qui peut-être admet encore de l'arbitraire, & demanderoit par conséquent du changement dans les quantités F & G, rayons des faces des ménisques, & pour faciliter l'application de ces formules à d'autres milieux transparents, tâche de résoudre le probleme de la maniere la plus générale, & forme une Table d'objectifs convexo-convexes, formés de deux ménisques égaux, la distance du foyer étant donnée.

J'ai les regrets les plus vifs, quand je suis obligé d'ajouter, que ces belles idées éprouverent le sort des plus beaux projets que l'esprit humain a formés, qui rencontrent des difficultés insurmontables dans l'exécution.

Ces objectifs formés de sphéres de très petits raions, loin d'admettre d'aussi grandes ouvertures que les miroirs des Télescopes, & les objectifs simples du même foyer, n'admettent qu'une ouverture très petite, qui cependant devroit augmenter dans la multiplication pour recevoir assez de lumiere, & procurer la clarté nécessaire.

Peut-être les différents milieux, que la Théorie regarde comme une lentille sans épaisseur, à travers laquelle la lumiere est supposée passer librement, réfléchissent-ils plus de raions qu'ils n'en laissent passer. Les essais qu'on put faire, ne firent obtenir que des lunettes d'un petit champ & obscures; & quand on voulut donner une plus grande ou-

ouverture, la confusion causée par la convexité d'arcs trop grands devint trop considérable.

Quelque habileté avec cela qu'on veuille supposer dans l'Artiste, on ne pourroit se promettre du succès que d'un heureux hazard. Les milieux fluides qu'on emploie, ne pouvant recevoir la figure que la Théorie exige, que renfermés dans des verres; le défaut de leur figure, & leur réfraction, fait trouver des obstacles insurmontables dans l'exécution. Comme les raions très courts de ces lentilles donnent des foyers communs très grands; les défauts de l'ouvrier & du verre se multiplient dans la même raison, & un défaut imperceptible dans une lentille simple, multiplié ici à l'infini, devient assez considérable, pour détruire l'effet qu'on se promet.

M. Euler le reconnut lui-même, dans le Mémoire par lequel il répondit à M. Dollond, qui expose les preuves invicibles, & sans réplique, de sa belle Théorie, insérée dans le dixieme Tome des Mémoires de l'Académie de l'année 1755.

Le peu de succès dans l'exécution rebuta M. Euler de pousser plus loin alors ces recherches, pénibles d'ailleurs par le calcul épineux & prolixe qu'elles demandent.

Il avoit tourné ses vues en même tems sur les moiens de remédier au défaut des lentilles simples, qui résulte de leur figure sphérique. Il en trouve dans la combinaison de plusieurs lentilles qui forment l'objectif, & il expose cette belle Théorie dans des Mémoires, qui n'ont pas été rendus publics.

Comme la figure sphérique est la seule jusqu'à présent, que la Pratique est en état d'exécuter, & que les ménisques n'admettent qu'une très petite ouverture; il s'attache d'abord à déterminer avec une entiere précision les faces pour former des lentilles simples & inégalement convexes, qui par leur figure ont la moindre diffusion; ce que Huyghens & d'autres Géometres avoient déjà fait. L'hypothese plus exacte de Newton sur la réfraction de la lumiere, donne pour les lentilles inégalement convexes ou concaves, la proportion plus précise & correcte du rapport comme 2 à 17, des rayons de leurs faces; mais

 l'avan-

l'avantage ou la diminution de la diffusion, qu'on obtient, n'est pas assez considérable pour la perfection qu'on désire dans les lunettes, & pour compenser la diminution de l'ouverture. Selon les expériences que j'ai faites avec des lentilles plano & inégalement convexes, travaillées selon les proportions marquées, & avec precision; la distance des foyers du centre & de la circonférence, ou la confusion, est réduite dans les premieres à $\frac{2}{3}$, & dans les secondes à la moitié, de celle des lentilles également convexes du même foier.

Mais la diminution de l'ouverture des premieres, dont les faces sont des arcs de beaucoup plus petites sphéres, réduit cet avantage à rien.

Le foyer d'une lentille également convexe est comme le rayon du cercle dont l'arc forme ses faces; mais le foyer d'une lentille plano ou très inégalement convexe est comme le diametre du cercle dont on prend ses faces, ou projette un foyer d'une double distance de celui d'une lentille également convexe, si leurs faces sont prises du même cercle.

Il faut par conséquent prendre pour la face d'une lentille plano ou très inégalement convexe, l'arc d'un cercle dont le rayon n'est que la moitié de celui dont on prend les faces pour une lentille également convexe du même foyer. Et comme les cercles ou leurs arcs sont comme leurs rayons, l'ouverture d'une lentille plano ou très inégalement convexe ne sera que la moitié de celle d'une lentille également convexe du même foyer.

Je ne dois pas oublier de rappeller, si l'on veut se servir de ces lentilles; que dans les objectifs la face la plus convexe doit être tournée vers l'objet, & dans les oculaires vers l'oeil.

Si la diffusion d'une lentille également convexe est comme $1\frac{1}{8}$ celle d'une plano-convexe ne sera que comme — 1 en tournant sa convexité vers l'objet; mais elle deviendra comme 4 en tournant sa face plane vers l'objet.

Et celle d'une lentille inégalement convexe, comme 2 à 17, dont
la diffuſion n'eſt, en tournant la face la plus convexe vers l'objet,
que comme — $\frac{1}{2}$
deviendra comme — 2
en tournant la face la moins convexe vers l'objet.

M. Euler recherche enſuite la diffuſion du foyer de deux ou de plusieurs lentilles combinées; qu'il conſidere comme étroitement unies ſans aucun intervalle, & dont il regarde ou ſuppoſe l'épaiſſeur, étant combinées, aſſez petite pour pouvoir être négligée dans le calcul, & pour les regarder comme une lentille ſimple dans la Théorie & dans la Pratique. Cette hypotheſe qui ne peut pas avoir lieu dans l'exécution, me diſpenſe d'entrer dans les détails de l'Analyſe, qui, réformée ſur la ſuppoſition véritable d'une diſtance donnée entre les lentilles, peut fournir des combinaiſons très utiles.

Après avoir établi les formules pour déterminer la confuſion ou la diſperſion du foyer d'une ou de pluſieurs lentilles combinées; il développe les combinaiſons, qui remédient à cette confuſion, en réuniſſant touts les rayons dans un ſeul foyer.

Il s'attache particulierement aux lentilles convexes & méniſques, qui, étant d'un foyer poſitif & égal, ne font pas craindre dans l'exécution les erreurs multipliées à l'infini des objectifs formés par des lentilles convexes & concaves d'un foyer inégal qui donnent des foyers communs fort éloignés.

Dans le premier cas, qui eſt la combinaiſon de deux lentilles inégalement convexes, ou l'une convexe, & l'autre méniſque d'un foyer égal & poſitif, qui chacune ont la moindre diffuſion, & qui jointes enſembles ont un foyer réduit à la moitié de celui qu'elles ont ſéparément, l'eſpace de la diffuſion ne peut être réduit qu'à $\frac{1}{3}$.

La combinaiſon de 3 lentilles d'un foyer poſitif, d'une convexe & de deux méniſques, réduit la confuſion ou le foyer diſperſé à $\frac{1}{24}$;

La combinaiſon de 3 lentilles, dont l'une eſt concave ou d'un foyer négatif, & deux ſont inégalement convexes ou d'un foyer poſitif, fait évanouir, dans les trois manieres qu'on peut les combiner, la diffuſion abſolument.

Comme la combinaiſon de 3 lentilles produit l'effet qu'on ſe propoſe d'obtenir, celle de 4 ou de plus de lentilles deviendroit abſolument inutile; mais elle procure l'avantage d'une plus grande ouverture.

Les objectifs de 3 lentilles n'auront pour le demi-diametre de l'ouverture, la premiere ſorte que $\frac{2}{9}$ du foyer; la ſeconde $\frac{1}{9}$, & la troiſieme $\frac{1}{8}$, ſi l'on veut ſe reſtraindre à une ouverture, qui ne comprenne que 60 degrés de la face la plus courbée.

Mais les objectifs de 4 lentilles d'un foyer poſitif donnent deux combinaiſons; & ceux de cinq en donnent une ouverture beaucoup plus conſidérable, à peu près de $\frac{1}{3}$ du foyer.

On n'eut pas lieu d'être abſolument content des eſſais qu'on fit exécuter.

Le manque d'ouvriers dont l'habileté pouvoit garantir la préciſion, la juſteſſe de l'exécution, ne permit pas d'aſſurer la Théorie; & de vérifier ſi l'hypotheſe de la jonction parfaite des lentilles, qui les conſidére combinées, & ſans la moindre épaiſſeur, eſt admiſſible; ou ſi l'objectif compoſé ne cauſe pas une perte trop conſidérable de la lumiere, par la réflexion d'un trop grand nombre de rayons; & qu'elle pouvoit être l'influence des hypotheſes, que la Théorie ne peut pas ſe diſpenſer d'admettre. On néglige l'épaiſſeur des lentilles dans la Théorie, ou on les ſuppoſe abſolument ſans épaiſſeur; mais, en ſuppoſant l'épaiſſeur de la lentille ſeulement de $\frac{1}{8}$ de pouce, elle rapproche le foyer & diminue le diametre de l'image de l'objet de $\frac{1}{23}$ du foyer & de la grandeur de l'image, qu'on auroit ſi l'hypotheſe d'aucune épaiſſeur étoit vraie à la rigueur. Dans les lentilles ſimples, cette erreur n'eſt d'aucune conſéquence; un foyer un peu plus on moins court ne fait qu'une lunette plus ou moins longue; mais elle eſt de la plus grande conſéquence dans un objectif compoſé de deux ou plu-

ſieurs

ſieurs lentilles; & la perte des rayons, dont la Théorie ne tient pas compte, devient exceſſive.

J'ajouterai encore l'inconvénient d'une ſeconde hypotheſe qui eſt la diſtance infinie des objets & l'incidence parallele des rayons; la proximité plus ou moins grande des objets les fait voir ſous des angles, qui produiſent un changement cònſidérable dans l'incidence des rayons. Dans les objectifs ſimples, l'effet n'eſt gueres ſenſible & peut ſe redreſſer; mais les erreurs multipliées dans les objectifs compoſés ne ſont que d'une trop grande conſéquence.

Après avoir obtenu un objectif exemt abſolument de la confuſion qui réſulte de la figure ſphérique par la combinaiſon de deux ou de pluſieurs lentilles; la figure ſphérique des oculaires fera rencontrer peut-être de nouveaux obſtacles. Il ne ſuffit peut-être pas de remédier à la confuſion de la lentille convexe objective, en la combinant avec une ſeconde & troiſieme lentille, concave ou ménisque; ſi dans cette combinaiſon on n'a égard à remédier en même tems à la confuſion qui réſulte de la figure ſphérique des oculaires qui augmente avec leur petiteſſe.

La certitude ſeule d'un objectif exemt abſolument de toute confuſion pourroit décider cette difficulté.

Peut-être l'hypotheſe de la confuſion rélative à la figure, ſur laquelle la Théorie fonde la réfraction de la lentille concave, ou ménisque, qui doit la corriger, manque-t-elle de la précifion néceſſaire; & il faudra déterminer par des expériences exactes la confuſion de chaque lentille convexe dont on veut faire uſage pour fixer la ſeconde lentille?

La Théorie enfin ſuppoſe la ſphéricité parfaite des faces des lentilles; la Pratique eſt-elle en état de les former au degré de perfection néceſſaire?

Toutes les vues qu'on eut ſur les moiens de perfectionner les lunettes, produiſirent un Mémoire, dans lequel M. Euler renferme les regles générales, pour la conſtruction des lunettes & des microſcopes, de quelque nombre de verres qu'ils ſoient compoſés, inſéré dans le 13 Tome du

du Recueil de l'Académie; & un autre, qui ſuit immédiatement après, dans lequel il fait voir les avantages que les lunettes aſtronomiques à deux verres peuvent obtenir par l'addition d'un troiſieme, en conſéquence de ces principes. Il y développe toutes les combinaiſons poſſibles, & n'oublie pas à la fin du Mémoire, dans la 5 hypotheſe p. 369. celle de l'objectif compoſé de deux lentilles, d'une convexe & d'une concave, en les ſuppoſant éloignées l'une de l'autre, qui eſt le cas dont il s'agit aujourd'hui, ſur lequel roule ce Mémoire. Mais le manque de ſuccès dans l'exécution empêcha de s'attacher abſolument à cette hypotheſe dès-lors, comme à la ſeule qui pouvoit faire obtenir les avantages déſirés.

Feu M. de Maupertuis envoya peu avant ſon départ des Devis de lunettes dont l'objectif étoit compoſé de pluſieurs lentilles ſimples, avec un petit Mémoire qui renfermoit les vues de M. Euler, en France, ſi je me rappelle juſte, à M. le Duc de Chaulnes & à M. l'Abbé Outhier.

M. Euler avoit envoié en même tems le Mémoire qu'il avoit donné à M. de Maupertuis, à l'Académie Royale des Sciences. Elle lui fit faire des remerciments, & des aſſurances d'approbation, par M. du Hamel à qui il l'avoit adreſſé, qui lui marqua que M. le Duc de Chaulnes avoit produit une lunette à l'Académie conſtruite ſur ſes principes par M. Paſſement, qu'on lui avoit reconnu des avantages, mais qu'on s'étoit promis quelque choſe de mieux de la part de l'ouvrier. M. Paſſement avoit dejà fait précédemment un objectif compoſé de deux lentilles, & rempli d'eau, qui remédie à la différente réfrangibilité dont M. de la Condamine lui avoit donné le Devis; la lettre qu'il écrivit du 3 Fevr. 1750. à M. Euler ſur ce ſujet fut une preuve de ſes lumieres, & de la grande intelligence avec laquelle il travailloit. M. du Hamel marqua dans une ſeconde lettre du 31 Juillet 1756. à M. Euler, qu'il faiſoit travailler un des plus habiles artiſtes à exécuter une lunette ſelon ces principes; mais on ignore le ſuccès de ces eſſais, que l'hypotheſe de la diſtance des lentilles égale à zéro rendoit ſujette à beaucoup de difficultés.

M.

M. Euler avoit envoié, lorsqu'il avoit rendu public son Mémoire sur la véritable loi de la réfrangibilité des rayons, des Devis de lentilles, qui, formées de deux ménisques & remplies d'eau, remédient à la dispersion des couleurs, à M. Wetstein, pour le communiquer à M. Dollond, qui réunit avec une habileté supérieure dans la construction des instruments d'optique les connoissances d'une profonde théorie.

M. Euler rencontra en lui un adversaire qui prétendit non seulement que l'exécution la plus exacte de ses devis n'avoit produit que des objectifs sombres, dont on ne pouvoit absolument pas se servir; mais qui attaqua en même tems sa nouvelle Théorie de la réfrangibilité des rayons, comme une hérésie contraire au sentiment de Newton, & aux expériences sur lesquelles il étoit fondé.

M. Euler reçut une lettre de M. Short du 14 May 1752, par laquelle il lui marqua que M. Dollond lui ayant remis des Remarques sur son Mémoire, pour en faire la lecture à la Société, il l'avoit persuadé de lui en faire auparavant la communication, ce que M. Dollond avoit fait par une lettre très polie du 8 Mars 1752, que M. Short lui envoya. M. Euler adressa de même sa réponse à M. Short; M. Dollond répliqua, & rendit ensuite ses objections publiques dans les Transactions avec la réponse de M. Euler. Regardant la loi de la diverse réfrangibilité de M. Euler, comme purement hypothétique, il y avoit substitué, dans les formules générales qu'il avoit données, celle de Newton, fondée sur des expériences; & il en résulta une solution toute différente: la réunion des foyers de tous les rayons colorés n'avoit lieu que dans le cas de la longueur infinie de la lunette.

M. Euler reclama la nature même qui garantissoit la vérité de sa Théorie; la construction de l'oeil & la perfection de la vision qui en résulte; la difficulté ou l'impossibilité plutôt de fixer des quantités infiniment petites par des expériences physiques; la conséquence démentie par le fait d'une impossibilité absolue de corriger la réfrangibilité d'un milieu par celle d'un autre, qui résultoit de ces expériences; & la contradiction de la loi de Newton avec le rebroussement de la lumiere.

Mais le nom de Newton étoit l'Egide de M. Dollond: la prévention de l'infaillibilité de ses expériences étoit telle, qu'on n'osa pas les révoquer en doute, les taxer d'une méprise, ni les vérifier par un nouvel examen.

La lettre de M. Euler n'étoit que le précis d'un Mémoire, qui se trouve dans le 9 Tome du Recueil de l'Académie, de l'année 1753.

Il y démontre de la maniere la plus évidente la vérité de sa Théorie, & sa conformité aux loix de la Nature; & prouve que, si l'exécution de ses objectifs ne répond pas à l'attente de la Théorie, la cause s'en trouve dans la figure sphérique des lentilles, qui ne permet qu'une très petite ouverture; mais la seule que la Pratique est en état d'exécuter, incapable de former celles d'une Parabole, ou d'autres courbes transcendantes, que la Théorie elle-même auroit de la peine à tracer à l'Artiste.

Il donna enfin le plus haut degré de certitude à sa Théorie par un Mémoire inséré dans le 10 Tome du Recueil de l'Académie, de l'année 1754, qui a pour Titre: *Recherches physiques sur la diverse réfrangibilité de la lumiere;* & par un autre, qui se trouve dans le 13 Tome de l'année 1757, qui expose les expériences pour déterminer la réfraction de toutes sortes de liqueurs transparentes. Il y fait voir que les foyers dispersés de rayons ne peuvent pas seulement être rassemblés dans un seul point par la différente réfraction qu'ils subissent en traversant divers milieux; mais tellement déplacés, que la dispersion se fait dans un sens contraire. Tous ces Mémoires ne sont qu'autant de Pieces détachées d'un ouvrage complet sur la Dioptrique, dans lequel il s'étend à tout ce qui peut la porter à la perfection, & qui mériteroit d'être rendu public.

J'ai déjà dit, que les essais qu'on avoit faits, pour exécuter des lunettes qui devoient former une démonstration complette de la Théorie, n'avoient pas répondu à l'attente.

Elle offroit deux sortes d'objectifs; l'un exemt du défaut de la diffusion du foyer, qui résulte de la figure sphérique des lentilles simples; & l'autre qui l'étoit de la dispersion des couleurs. Il parut, pour obtenir

obtenir le degré de perfection qu'on desiroit dans les lunettes, qu'il auroit fallu trouver un objectif exemt de l'un & de l'autre défaut; & que les lentilles, qui ne remédioient qu'à l'un de ces inconvéniens, n'étoient peut-être pas propres pour satisfaire à tout.

Cette considération fit regarder comme des conjectures, qui pouvoient n'être pas fondées, la persuasion dans laquelle on étoit; que la correction d'un défaut pouvoit être en même tems celle de l'autre, & qu'une lentille délivrée du défaut de la diffusion du foyer, qui résulte de la figure sphérique des lentilles simples, pouvoit trouver la correction ou le remede contre la dispersion des couleurs dans la disposition ou l'arrangement des oculaires, & dans le lieu ou l'oeil se trouve placé, pour voir sans désordre les images des couleurs, & pour voir dans son entier le champ apparent que l'objectif découvre par les rayons des objets qui passent par son centre, à moins que la figure sphérique des oculaires ne présente de nouvelles difficultés, principalement lorsqu'on se sert de très petits pour obtenir des grossissements considérables.

Ces principes d'accord avec l'expérience journaliere qu'on fait dans la construction des lunettes ordinaires, avoient un degré de probabilité, qui approchoit de la certitude.

Dans les lunettes astronomiques, l'oeil placé comme il doit l'être, voit les objets sans ces couleurs d'Iris, qui paroissent tout de suite s'il change de place: les lunettes à 3 verres disposés pour représenter les objets debout, ne sont presque pas d'usage, par les couleurs qui bordent les objets; pendant que l'arrangement des lentilles qui représente les objets renversés, les fait disparoitre entierement. Et les lunettes à 3 oculaires sont susceptibles d'arrangements, qui les délivrent presque absolument des couleurs: & un quatrieme oculaire, placé dans la rencontre des foyers de l'objectif & des oculaires, prévient la perte des rayons dont dépend la grandeur du champ apparent.

La conviction de l'évidence des principes ne servit qu'à augmenter les regrets de rencontrer des obstacles dans l'exécution, que le manque d'ouvriers habiles & de secours qu'il auroit fallu don-

 ner

ner à ceux qu'on employa, fit regarder peut-être comme insurmontables.

Les Mémoires de l'Académie ayant fait connoitre la Théorie par laquelle la Dioptrique en général & les lunettes pouvoient obtenir ce degré de perfection, que les Sciences, l'Astronomie, & la Navigation attendoient avec impatience, l'espérance qu'elle seroit couronnée par l'habileté connue & supérieure à toutes les difficultés, des Shorts, des Dollonds, des Noels, & des Passements, servit de consolation.

On ne fut pas longtems sans voir cés espérances flatteuses remplies. L'Angleterre, à qui les sciences ont tant d'obligations, a la gloire d'ajouter encore celle-ci à tout ce qu'elle a fait pour le bien des hommes, & de la Société.

M. Dollond, revenu de l'infallibilité qu'il attribuoit à l'hypothese & aux expériences de Newton, par un Mémoire de M. Klingenstierna, Professeur de l'Université d'Upsal, & par ceux de M. Euler peut-être rendus publics, avoit reconnu la vérité de la Théorie de M. Euler; & l'utilité admirable dont elle pouvoit être, par les expériences mêmes qu'il avoit faites.

Il se convainquit par la combinaison de deux Prismes, l'un de verre & l'autre d'eau, que l'hypothese de Newton ne pouvoit pas avoir lieu. Voici l'expérience de cet homme celebre, p. 145. de son Optique, Edition françoise, in 4.

Toutes les fois que les rayons de lumiere traversent deux milieux de densité différente, de maniere que la réfraction de l'un detruise celle de l'autre, & que par conséquent les rayons émergens soient paralleles aux incidents, la lumiere sort toujours blanche.

M. Dollond fit l'expérience avec un prisme d'eau renfermé entre deux plaques de verre, le tranchant tourné en bas, dans lequel étoit placé un prisme de verre le tranchant en haut: les plaques de verre ayant reçu l'inclinaison nécessaire pour l'anéantissement réciproque des deux réfractions; en faisant paroitre des objets regardés au travers de ce double prisme, à la même hauteur qu'on les apperçoit à la simple vue, ils se trouvoient teints de couleurs d'iris, comme ils le

sont

ſont regardés au travers de priſmes; ce qui renverſoit la propoſition & l'expérience de Newton.

Les plaques de verre ayant reçu au contraire une telle inclinaiſon, que les objets regardés à travers les deux priſmes, étoient ſans couleurs, comme vus à l'oeil, leur hauteur apparente n'étoit plus vraie; ce qui prouvoit la correction de la différente diſperſion, ou des rayons colorés diverſement réfrangibles, les uns par les autres, ſans qu'il y eut un redreſſement mutuel des réfractions. Ces expériences que j'ai faites & vérifiées, & qui ne ſont pas difficiles, lorsque des yeux comme ceux de Newton les ont manqué, ſoit par inattention, ou par prévention, prouvent les précautions ſcrupuleuſes qu'il faut apporter aux obſervations.

M. Dollond ayant enſuite examiné pluſieurs ſortes de verres prétendit être convaincu, qu'ils étoient doués d'une réfraction très inégale par rapport aux rayons colorés; & il en tira la conſéquence que la diſperſion des couleurs pouvoit trouver le remede dans la combinaiſon de deux lentilles de ces verres d'une diverſe réfraction, que M. Euler avoit cherché dans une lentille de verre & d'eau à l'imitation de l'oeil naturel.

Il rendit publique ſa belle découverte dans le 50 Volume des Tranſactions, & le célebre M. Short lui donna le témoignage glorieux que ſon objectif formé par la combinaiſon de deux lentilles, l'une convexe & l'autre concave, dans une raiſon déterminée par la quantité de la diverſe réfraction, égaloit l'effet des Teleſcopes.

Les termes généraux du Mémoire ne firent pas connoitre davantage: mais, quoique le principe annoncé fixe la diſtance du foyer des lentilles, comme il y a des combinaiſons de lentilles à l'infini qui donnent le même foyer; je ſoupçonne que, dans ce grand nombre, M. Dollond a trouvé heureuſement celle qui dans ſa combinaiſon avoit fait trouver en même tems le remede au défaut de la figure ſphérique & de l'ouverture.

Il ne paroit pas non plus, que cet homme celebre eût emploié le calcul ou les principes d'une Théorie raiſonnée, pour parvenir à cette admirable découverte, la plus belle de la Dioptrique. Il dit lui-même,

me, qu'il n'a réussi a découvrir les sphéres du verre concave qui remédie à toute confusion, qu'après un nombre infini d'essais; sans indiquer la méthode qu'il a suivie pour les déterminer. Le tâtonnement de l'expérience en combinant des lentilles sans nombre paroit l'avoir conduit; il ne donne les rapports de la réfraction des deux verres qu'il emploie, que comme des à peu près: & loin d'annoncer les principes d'une Théorie qu'il voudroit établir, ou d'un calcul analitique dont il s'est servi; il ne donne pas seulement ces résultats généraux, par lesquels le Géometre s'assure la propriété de sa découverte.

M. Euler crût devoir rechercher, & soumettre à l'examen, les principes d'une découverte aussi importante. Il lut un Mémoire à l'Académie, au mois de Mars de cette année, dans lequel, en rendant justice à l'habileté de M. Dollond, il tâche de fixer une Théorie, & des principes sûrs pour éclairer la Pratique, & pour la conduire à la perfection.

Comme il n'est pas rendu public encore, j'en donne avec sa permission le précis, pour juger de l'état de la question.

Il suppose deux sortes de verres d'une différente réfraction, & propose le probleme: de former un objectif combiné de deux lentilles, qui représente les objets fort éloignés sans dispersion des couleurs, & sans la diffusion du foyer qui naît de la figure sphérique des lentilles simples.

En déterminant les foyers de 4 faces sphériques des deux lunettes, convexes & concaves, on obtient une infinité de solutions, entre lesquelles la plus facile dans l'exécution seroit à choisir. Comme cette Théorie suppose une connoissance exacte du verre qu'on emploie; M. Euler suppose la raison de la réfraction des deux verres dont il forme l'objectif comme 31 à 20, ou comme 3 à 2. Et il en déduit la formule applicable à des lentilles dont les expériences les plus précises auront déterminé la différence de la réfraction, ou de la dispersion des rayons colorés connue.

Mais, au lieu du prix flatteur de l'objectif admirable de M. Dollond qu'on espéroit d'obtenir, on eut la surprise désagréable d'ap-

prendre,

prendre, que les suppositions de diverse réfraction qu'on pouvoit faire, étoient beaucoup trop petites, & ne pouvoient faire avoir que des objectifs d'une très petite ouverture. Au défaut du verre, ou de matieres diaphanes d'une réfraction très différente, on fit exécuter un objectif, composé d'un ménisque & d'une lentille concave, par le Mécanicien de l'Académie Rinck, de l'habileté duquel on étoit fondé de se promettre quelque succès: il étoit fort éloigné de la théorie; & on eut une nouvelle conviction des obstacles insurmontables de ces objectifs dans l'exécution. Enfin, quand l'examen le plus févere, une Théorie fondée sur des principes incontestables, & la supposition de la réfraction la plus forte des verres connus, poussée peut-être fort au delà de la vérité, donnoient des résultats qui ne répondoient en rien au succès de M. Dollond; seroit-il permis de former une conjecture, qui me paroit avoir le plus haut degré de probabilité?

M. Dollond cherche, en travaillant sur les principes de M. Euler, un objectif exemt de la dispersion des couleurs; il a le bonheur d'en exécuter un après un grand nombre d'essais & d'expériences, qui est admirable par sa grande ouverture, par sa clarté vive, & par la multiplication qu'il admet en conséquence: ses lumieres, sa bonne foi, & le témoignage respectable & éclairé de M. Short, n'en laissent pas douter. Mais les loix de la lumiere même & de la Dioptrique prouvent qu'un objectif formé des milieux connus diversement réfringents, exemt de la dispersion des couleurs, ne peut pas procurer ces avantages, & que la correction de la confusion de la figure est un point essentiel pour porter les lunettes au degré de perfection qu'on desire.

J'en tire une conséquence qui me paroit incontestable: ou la Théorie la mieux approfondie, & fondée sur des principes démontrés, doit être fausse; ou M. Dollond, au lieu d'avoir un objectif exemt de la dispersion des couleurs par le verre d'inégale réfraction qu'il employe, a trouvé ce qu'il ne cherchoit pas; un objectif très admirable, & beaucoup plus parfait que celui qui faisoit l'objet de ses recherches, mais très différent; exemt de la diffusion du foyer, qui résulte de la figure sphérique susceptible d'une très grande ouverture, d'une abondante

dante lumiere, & d'une grande multiplication; j'ajouterois encore, qu'il n'eſt nullement exempt de la diſperſion des couleurs, mais que ce défaut diſparoit, & devient inſenſible, par le bel arrangement qu'il ſçait faire des oculaires. Il avoue lui-même, que les premiers objectifs qu'il conſtruiſit ſuivant la Théorie qu'il avoit adoptée, péchoient par le défaut d'une trop grande courbure; il abandonne les principes ſur lesquels il a travaillé; fait un choix heureux de ſphéres toutes différentes & contraires à ſes principes; forme les faces des lentilles qu'il exécute avec des arcs de grands cercles; ſurmonte par ſon habileté les difficultés de la pratique & de l'exécution ordinaire; & après un tâtonnement infatigable & des combinaiſons nombreuſes réitérées, il rencontre heureuſement la lentille concave, qui remédie à la confuſion de la lentille convexe, dont réſulte un objectif admirable, tout différent des premiers.

Quelques conſidérations ſur la Théorie de M. Euler & ſur le Mémoire des Tranſactions qui annonce la découverte de M. Dollond, prouveront que cette conjecture n'eſt pas hazardée.

J'ai déja fait voir les difficultés presqu'inſurmontables dans l'exécution, d'un objectif à faire ſur la ſuppoſition de milieux inégalement réfringents, ſuppoſé que la lentille convexe, formée du verre de la moindre réfraction, ſoit de $1\frac{1}{3}$ de pouce de foyer, & que la concave du verre de la plus grande réfraction, aye la face antérieure de $1\frac{1}{2}$, & la poſtérieure de $1\frac{9}{10}$ de pouce de foyer; ſon foyer négatif ſera par conſéquent de $1\frac{1}{3}$ de pouces, & il étendra celui du verre convexe jusqu'à 100 pouces, qui ſera le foyer commun. Tous les défauts, qui pourront ſe trouver dans le verre & dans la juſteſſe de la figure, ſeront multipliés dans la même raiſon, au moins 75 fois.

Malgré toute la perfection qu'on a acquiſe dans l'art de former & de polir les verres; le plus habile ouvrier doit manquer 100 fois avant de réuſſir: & de tous les défauts de l'exécution, un ſeul imperceptible par lui-même, mais multiplié 100 fois, ne ſera que trop ſenſible.

Mais

Mais la ſuppoſition d'un ſuccès inespéré même ne fait obtenir que très peu d'avantages.

Les faces des lentilles n'étant que des arcs de très petites ſpheres, ne permettent que de très petites ouvertures, d'un pouce tout au plus de diametre, & ne parcourent, par conſéquent, que des objectifs obſcurs, qui n'admettent que peu de lumiere.

L'augmentation ou la projection prodigieuſe des foyers ne compenſe pas, par la correction de la diſperſion des couleurs, le manque de clarté dans les lunettes courtes; & la difficulté; ou plutôt l'impoſſibilité de l'exécution fait déſeſpérer des avantages que la Théorie promet pour les lunettes longues, où l'ouverture des objectifs deviendroit plus conſidérable.

Cependant M. Dollond s'explique clairement; que ſon objectif compoſé de deux lentilles, l'une convexe tournée vers l'objet & l'autre concave vers l'oculaire, eſt doué d'une très grande ouverture: ce qui eſt abſolument contraire à la Théorie de M. Euler. Mais il ne paroit pas d'accord avec lui-même. Après un raiſonnement qui n'eſt pas trop clair, il établit le foyer du verre convexe au concave, comme 2 à 3; quoique la maniere miſtérieuſe avec laquelle il s'exprime, ne permette pas de le deviner abſolument: cette inégalité eſt trop grande, & contraire aux principes mêmes qu'il veut établir.

Il prétend que la diverſe réfraction des rayons colorés des deux ſortes de verres qu'il employe, eſt comme 2 à 3, & que les foyers des lentilles ſont dans la même raiſon; il s'enſuivroit

ſi le foyer de la lentille convexe eſt de 2 pieds;
que celui de la concavité doit être de 3
& leur foyer commun ſera de 6 pieds.

Ce qui eſt non ſeulement impoſſible, & n'a aucun ſens intelligible; mais par la Théorie, & les principes dont M. Euler a démontré la vérité, & que M. Dollond adopte lui-même, ces objectifs ne ſeroient abſolument pas délivrés de la diſperſion des couleurs. Ses propres expériences, celles qu'il a faites avec des coins de différentes ſortes de verre, l'auroient conduit à la conviction de cette impoſſibilité, s'il avoit

travaillé ſur les principes d'une Théorie raiſonnée. Je rends juſtice aux talens & à l'habileté de M. Dollond; mais j'admire le hazard qui couronne ſa patience infatigable à former des lentilles, & à les compaſſer.

Il adopte des principes, ſur lesquels il s'imagine d'avoir formé ſes objectifs, & s'égare dans des raiſonnements contradictoires, ſelon lesquels il ne pouvoit pas ſe promettre le moindre ſuccès: le hazard le conduit à la plus belle découverte. M. Dollond me permettra de lui expoſer les doutes que les expériences faites avec différentes ſortes de verre m'ont fait venir, ſur la loi de la réfraction diverſe des rayons colorés qu'il attribue aux deux ſortes de verre qu'il employe.

Le flint-glaſs eſt un verre blanc; il tranſmet tous les rayons, qui forment des images diſperſées, ſuivant la loi de la diſperſion, ou de la diverſe réfrangibilité des rayons de couleur.

Le crown-glaſs, verre d'une couleur verte, ne tranſmet que les rayons moyens verds & ceux qui n'en ſont pas trop éloignés, en interceptant les rayons extremes, plus ou moins, ſelon qu'il eſt d'un verd plus ou moins foncé.

Le ſpectre du premier, formé par les images de tous les rayons colorés, tranſmis & rompus ſuivant la loi de leur diverſe réfrangibilité, eſt parfait; il a ſa grandeur telle qu'elle doit être conformément à la diſperſion des rayons violets aux rouges.

Celui du ſecond, formé par les images de la réfraction moyenne & de la moindre aberration, que le crown-glaſs tranſmet en interceptant les rayons extremes, eſt imparfait, conſidéré comme n'étant pas formé par les images de tous les rayons; il eſt plus petit que le précédent, & ſa grandeur peut être comme 2 à 3, ou dans des rapports différents ſuivant la couleur plus ou moins verte du verre.

C'eſt par cette même raiſon, que les lentilles d'un verre de couleur verte forment une image plus nette, & celles d'un verre blanc une image plus lumineuſe, mais qui fait appercevoir des couleurs; & que les premieres admettent de même une plus grande ouverture que les dernieres.

M.

M. Dollond employe les deux sortes de verres pour former ces objectifs; en leur attribuant, suivant le rapport des spectres qu'ils forment, une dispersion différente.

Le crown-glass, en interceptant les images trop dispersées du flint-glass, produit une image nette, mais qui, par la perte d'une partie des rayons seroit sombre, s'il n'y apportoit pas du remede par la belle ouverture, que l'exemption de la confusion de la figure permet de lui donner.

Aussi la multiplication ou le grossissement de ses lunettes ne répond pas à celle qu'un objectif exemt absolument de la confusion de la figure & de la dispersion des couleurs admettroit; il surpasseroit les Télescopes, si les foyers de tous les rayons étoient réunis aussi parfaitement qu'ils le sont par la réflexion des miroirs, qui font perdre beaucoup de lumiere.

Il est obligé d'employer des oculaires d'un foyer considérable, & la correction absolue de la dispersion est due à la belle disposition de ses oculaires; je ne doute pas qu'avec une disposition différente des oculaires, ou dans les lunettes astronomiques, on n'apperçoive pas l'apparition des couleurs, auxquelles ses objectifs sont encore sujets.

M. Euler, convaincu que les objectifs délivrés de la dispersion des couleurs, ne sauroient procurer les avantages de l'objectif de M. Dollond, examina de nouveau sa Théorie & ses principes sur la formation des objectifs, par la combinaison de plusieurs lentilles exemptes de la diffusion du foyer de la figure, pour déterminer la Théorie de l'espece formée par la combinaison d'une lentille convexe avec une concave ou ménisque; combinaison, qu'on n'avoit pas examinée particulierement, parce qu'on la croyoit sujette à de trop grandes difficultés pour la pratique, par la projection du foyer commun des lentilles, qui multiplioit de même tous les défauts, d'autant plus à craindre, qu'on avoit manqué de succès dans celles qu'on avoit regardées comme les plus faciles. Il les considéra, comme il avoit fait autrefois, jointes absolument sans le moindre intervalle, & sans épaisseur comme une seule lentille: l'exécution ne répondit pas à l'attente de la Théorie, & comme il parut que l'hypothese d'une

jonction parfaite, qui ne peut pas avoir lieu à la rigueur, devoit en être la cause; il en forma une autre, en supposant une distance quelconque entre les lentilles, qui dans chaque cas peut être déterminée de maniere qu'elle peut contribuer à perfectionner la lunette à d'autres égards, pour augmenter le champ apparent, ou pour la rendre plus courte. Hypothese qui procurera en même tems le grand avantage à l'ouvrier, pourvû qu'il ne s'écarte pas trop grossierement des mesures prescrites, de réparer ses fautes, en déterminant par l'expérience, ou le tâtonnement, l'intervalle entre les lentilles qui fait disparoitre la confusion.

Il fait voir d'abord que les lunettes ne peuvent obtenir le degré de perfection qu'on desire, que par la correction de la diffusion du foyer qui résulte de l'ouverture de l'objectif; & qu'alors, quoiqu'il soit impossible de remédier à la dispersion des couleurs, ou de réunir les images des rayons différemment réfrangibles, dans une seule; cette diffusion devient insensible par l'arrangement des lentilles, qui présentent à l'oeil les images dispersées, sous un même angle, & confondues dans une seule.

L'oeil placé pour voir la file des images dispersées de biais, ne voit qu'une base colorée, d'autant plus longue que la direction de l'oeil sera différente de la ligne droite des images; mais, lorsqu'il est placé de maniere qu'il les regarde dans la continuation de cette même ligne droite par l'arrangement des lentilles, ou quel que puisse être cet arrangement dans le point où les images se croisent; il ne verra qu'un point.

M. Euler soumet ensuite l'objectif formé par la combinaison d'une lentille convexe avec une concave ou ménisque, au calcul; & il y trouve les avantages desirés.

La lentille tournée vers l'objet reste également convexe, comme celle de l'hypothese précédente, sans intervalle; mais la seconde concave inégalement, subit un changement considérable, le foyer de sa face tournée vers la convexe devient beaucoup plus court, & celui de l'autre d'autant plus long.

Ce

Ce qui fait voir les suites des suppositions: le plus petit intervalle entre les lentilles produit un changement très considérable; les hypotheses précédentes supposoient les lentilles jointes sans le moindre interstice; & il est impossible que dans l'exécution il n'y en aye.

La différente multiplication ou projection du foyer de la lentille convexe, par la concave ou le ménisque, & les différentes distances entre les deux lentilles, produisent les formules qui dévelopent les résultats de tous les cas possibles dans lesquels on peut faire la combinaison des lentilles.

Je pourrois renvoyer sur les principes & sur le calcul pour la construction des ces objectifs formés de deux lentilles, l'une convexe & l'autre concave ou ménisque; au Mémoire de M. Euler, qui se trouve dans le 13 Tome du Recueil de l'Académie de l'année 1757: *Recherches sur les lunettes à 3 verres, qui représentent les objets renversés.* Il dévéloppe dans la premiere Hypothese 8 especes différentes de lunettes, dont l'objectif est formé de deux lentilles, qu'il suppose jointes immédiatement; depuis la page 331 jusqu'à la page 354; & dans la cinquieme hypothese, il y joint le dévelopement nécessaire pour leur combinaison, en supposant un intervalle quelconque entre les deux lentilles; depuis la page 369 jusqu'à la page 372.

Mais, pour ne pas laisser de doute à M. Dollond, & pour déveloper absolument un sujet qui merite d'être éclairci & mis dans tout son jour; j'emprunte du calcul de M. Euler, ce qui me paroit nécessaire, pour remplir ce but.

Soit A, B, une lentille convexe de deux côtés, dont on suppose les deux faces parfaitement sphériques. Fig. 1.

le rayon de sa face AaB, sera $= a$,

& celui de l'autre AbB, sera $= b$.

Soit de plus $m : 1$, la raison de la réfraction du rayon qui passe de l'air dans cette lentille, qu'on suppose comme $1,55 : 1$, pour le verre le plus réfringent & pour les rayons moyens.

Si l'on suppose maintenant un point lumineux F dans l'axe de cette lentille à la distance aF $= f$, dont les rayons passent

par

par la lentille est m, & que la distance de ce point m de l'axe de la lentille $mp = x$; ces rayons après la réfraction se réuniront avec l'axe en G, de sorte qu'en posant $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{p}$, on aura

$$\frac{1}{bG} = \frac{m-1}{p} - \frac{1}{f} + \frac{(m-1)xx}{2m}\left(\frac{1}{p}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f}\right)\left(\frac{m+2}{a}+\frac{3m+2}{f}\right) - \frac{m}{p^4}\left(\frac{2m+1}{a}+\frac{3m+1}{f}\right) + \frac{m^3}{p^3}\right),$$

ou si l'on pose pour abréger $\frac{1}{a} + \frac{1}{f} = \frac{1}{r}$, afin qu'on aie,

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{r} - \frac{1}{f}, \quad \& \quad \frac{1}{b} = \frac{1}{p} - \frac{1}{r} + \frac{1}{f}, \quad \text{on aura}$$

$$\frac{1}{bG} = \frac{m-1}{p} - \frac{1}{f} + \frac{(m-1)xx}{2mp}\left(\frac{m+2}{r^2} + \frac{2m}{fr} - \frac{m(2m+1)}{pr} - \frac{m^2}{fp} + \frac{m^3}{p^2}\right).$$

Par conséquent, si x, exprime le demi-diametre de l'ouverture de la lentille, les rayons qui passent par l'extrémité de l'ouverture, représenteront l'image de l'objet en G, qui sera différente de celle que représentent les rayons qui passent par le milieu de la lentille en a. C'est de là que résulte la confusion causée par l'ouverture des lentilles, à laquelle il s'agit ici de remédier.

Fig. 2. Comme il est impossible de faire évanouir cette confusion en n'employant qu'une seule lentille A, B, plaçons derriere celle-ci sur le même axe une seconde C, D, à la distance $bc = e$, & posons le rayon de sa face convexe de devant vers la premiere lentille $CcD = c$, & de sa face postérieure $CdD = d$; je remarquerai, que si quelque face étoit concave, le rayon en seroit négatif.

Il s'agit à présent de déterminer ces deux lentilles, de maniere qu'il n'en résulte aucune confusion dans l'image, qui sera représentée par toutes les deux.

Comme il est question ici d'objectifs de lunettes; la distance de l'objet que regarde l'oeil par la lentille A, B, qui a été posé $= f$ sera

sera infinie; & $\frac{1}{f} = 0$; & par conséquent $\frac{1}{r} = \frac{1}{a}$, ou $r = a$, & $\frac{1}{b} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$; & par conséquent.

En posant le demi-diametre de l'ouverture de la lentille $= x$, l'image sera représentée par elle en G, &

$$\frac{1}{bG} = \frac{m-1}{p} + \frac{(m-1)xx}{2mp}\left(\frac{m+2}{a^2} - \frac{(2m+1)}{ap} + \frac{m^3}{p^2}\right).$$

Mais, comme ces mêmes rayons, en passant par l'autre lentille CD, doivent représenter la seconde image en H, afin que la distance $dH = h$, soit indépendante de l'ouverture des lentilles; on pourra regarder l'image en H, comme un objet, dont l'image représentée par la seule lentille CD, doit tomber au même point G, qui vient d'être déterminé.

On n'aura donc qu'à renverser le cas & poser;

$$\frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{1}{q}; \quad \& \quad \frac{1}{d} + \frac{1}{h} = \frac{1}{s}; \quad \text{de sorte que}$$

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{s} - \frac{1}{h}; \quad \& \quad \frac{1}{c} = \frac{1}{q} - \frac{1}{s} + \frac{1}{h};$$

Et en exprimant le demi-diametre de l'ouverture de la lentille CD, $= y$; le lieu de l'image G, se trouvant dans une situation contraire ou opposée; il en résulte;

$$-\frac{1}{cG} = \frac{m-1}{q} - \frac{1}{h} + \frac{(m-1)y^2}{2mq}\left(\frac{m+2}{ss} + \frac{2m}{hs} - \frac{m(2m+1)}{qs} - \frac{m^2}{hq} + \frac{m^3}{q^2}\right);$$

Les ouvertures des deux lentilles, seront dans le rapport suivant; $x : y = bG : cG$; ou si $bG = g$; $x : y = g : g - e$;

Posons pour abréger;

$$\frac{m-1}{2mq}\left(\frac{m+2}{ss} + \frac{2m}{hs} - \frac{m(2m+1)}{qs} - \frac{m^2}{hq} + \frac{m^3}{q^2}\right) = Q,$$

 &

& ayant dénominé $bg = g$; nous aurons ces deux équations

$$\frac{1}{g} = \frac{m-1}{p} + Px^2 \text{; \& } -\frac{1}{g-e} = \frac{m-1}{q} - \frac{1}{h} + Qy^2,$$

qui auront lieu également, quelque grande que soit l'ouverture des lentilles.

En posant $x = 0$; & $y = 0$; nous aurons;

$$\frac{1}{g} = \frac{m-1}{p}\text{; \& } \frac{1}{g-e} = \frac{1}{h} - \frac{m-1}{q};$$

dont résultent les rapports;

$$x : y = g : g - e = \frac{1}{g-e} : \frac{1}{g} = \frac{1}{h} - \frac{m-1}{q} : \frac{m-1}{p}.$$

Pour déterminer enfin la distance g, renversons les deux équations;

$$g = \frac{1}{\frac{m-1}{p} + Px^2} = \frac{p}{m-1} - \frac{Pp^2x^2}{(m-1)^2},$$

$$e - g = \frac{1}{\frac{m-1}{q} - h + Qy^2} = \frac{1}{\frac{m-1}{q} - \frac{1}{h}} - \frac{Qy^2}{\left(\frac{m-1}{q} - \frac{1}{h}\right)^2};$$

& nous aurons;

$$e = \frac{p}{m-1} + \frac{1}{\frac{m-1}{q} - \frac{1}{h}} - \frac{Pp^2x^2}{(m-1)^2} - \frac{Qy^2}{\left(\frac{m-1}{q} - \frac{1}{h}\right)^2};$$

& par conséquent $e = \frac{p}{m-1} + \frac{hq}{(m-1)h - q}$:

& ensuite; $\frac{Pp^2x^2}{(m-1)^2} + \frac{Qy^2}{\left(m-1-\frac{1}{h}\right)^2} = 0$;

ou comme; $\frac{m-1}{p} : \frac{1}{h} - \frac{(m-1)}{q} = y : x$; nous aurons;
$\frac{Px^2}{y^2} + \frac{Qy^2}{x^2} = 0$; & de même $Px^4 + Qy^4 = 0$: qui se reduiront à celles-ci; $P\left(\frac{(m-1)}{q} - \frac{1}{h}\right)^4 + \frac{(m-1)^4}{p^4}Q = 0$;
ou $Q + P\left(\frac{p}{q} - \frac{p}{(m-1)h}\right)^4 = 0$.

C'est donc de cette équation jointe a la précédente,

$$e = \frac{p}{m-1} + \frac{hq}{(m-1)h-q},$$

qu'il faut déduire l'équation de notre Probleme.

Substituons à la place de P, & Q, leurs valeurs supposées; & en divisant par $\frac{m-1}{2m}$ notre seconde équation; elle prendra la forme suivante;

$$\frac{1}{q}\left(\frac{m+2}{ss}+\frac{2m}{hs}-\frac{m(2m+1)}{qs}-\frac{m^2}{hq}+\frac{m^3}{q^2}\right)+p^3\left(\frac{1}{q}-\frac{1}{(m-1)h}\right)^4\left(\frac{m+2}{a^2}-\frac{m(2m+1)}{ap}+\frac{m^3}{p^2}\right)=0,$$

ou la suivante;

$$\frac{m+2}{ss}+\frac{2m}{hs}-\frac{m(2m+1)}{qs}-\frac{m^2}{hq}+\frac{m^3}{q^2}+p^3q\left(\frac{1}{q}-\frac{1}{(m-1)h}\right)^4\left(\frac{m+2}{a^2}-\frac{m(2m+1)}{ap}+\frac{m^3}{p^2}\right)=0.$$

Dont on pourra déduire aisément la valeur de s; & de même celle de a; on pourra donc prendre à volonté d'abord les distances $bc = e$, & $d\text{H} = h$; ensuite la valeur de p, ou celle de q; ou bien leur rapport mutuel; qui l'une & l'autre seront déterminées par la premiere équation;

$$e = \frac{1}{m-1} + \frac{hq}{(m-1)h-q}.$$

 Enfin

Enfin, prenant a à volonté, l'autre équation donnera la valeur de s, ou réciproquement; il faut seulement faire attention, que les racines de l'équation quarrée deviennent réelles.

Après avoir trouvé toutes ces valeurs, la figure des deux lentilles se déduira des formules suivantes;

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}; \quad \frac{1}{c} = \frac{1}{q} - \frac{1}{s} + \frac{1}{h}; \quad \& \quad \frac{1}{d} = \frac{1}{s} - \frac{1}{h}.$$

Il faut se rappeller;

que pour la lentille AB, les rayons de ses faces sont, celui { de l'antérieure vers l'objet $= a$; de la postérieure $= b$

pour la lentille CD, les rayons de ses faces sont celui { de l'antérieure $= c$; de la postérieure $= d$.

Le plus petit de ces quatre rayons, rapporté aux valeurs de x ou y, donnera l'ouverture dont les lentilles sont susceptibles, qui ne doit pas embrasser un arc, qui surpasse 20 degrés; & pour cet effet il faut remarquer, que $y = x - \frac{(m - 1) e x}{p}$;

Pour développer ces équations, il faut considérer la distance du foyer derriere la seconde lentille CD, $dH = h$, comme donnée.

Posons la distance des lentilles $bc = e = \frac{h}{\varepsilon}$; soit ensuite $\frac{q}{m - 1} = \frac{h}{1 - \mu}$; la premiere équation donne

$$\frac{h}{\varepsilon} = \frac{p}{m - 1} = \frac{h}{\mu};$$

& par conséquent $\frac{p}{m - 1} = h\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\mu}\right)$; dont résulte

$$\frac{1}{q} - \frac{1}{(m - 1) h} = \frac{\mu}{(m - 1) h};$$

&

& $p^3 q = \frac{(m - 1)^4}{1 - \mu}\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\mu}\right)^3 h^4$; & par conséquent;

$$p^3 q \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{(m - 1) h}\right)^4 = \frac{\mu^4}{1 - \mu}\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\mu}\right)^3; \quad \&$$

$$y = x\left(1 - \frac{\mu}{1 + \mu}\right) = \frac{\varepsilon x}{\varepsilon \mu}; \quad \text{ou } x : y = \varepsilon + \mu : \varepsilon;$$

Posons de plus; $a = \frac{p}{\alpha} = \frac{(m - 1) h}{\mu}\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\mu}\right)$;

pour avoir;

$$\frac{m+2}{a^2} - \frac{m(2m+1)}{ap} + \frac{m^3}{p^2} = \frac{1}{p^2}\left(\alpha\alpha(m+2) - \alpha m(2m+1) + m^3\right);$$

$$p^3 q\left(\frac{1}{q} + \frac{1}{(m-1)h}\right)^4\left(\frac{m+2}{a^2} \frac{m(2m+1)}{ap} + \frac{m^3}{p^2}\right) = \frac{\mu^4\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\mu}\right)^4}{(m-1)^2(1-\mu)h^2}(\alpha\alpha(m+2) - \alpha m(2m+1) + m^3);$$

Ce qui est le second membre de l'équation;

Posons ensuite $s = \frac{(m - 1) h}{w}$; le premier membre prendra la forme suivante;

$$\frac{1}{(m-1)^2 h^2}(m+2)w^2 - 3mw + \mu m(2m+1)w + (1-\mu)m^2 - \mu(1-\mu)m^3;$$

Et l'équation entiere sera;

$$(m-2)w^2 - 3mw + \mu m(2m+1)w + (1-\mu)m^2 - \mu(1-\mu)m^3 + \mu^3(\varepsilon+\mu)\alpha^2(m+2) - \alpha m(2m+1) + m^3 = 0.$$

Après la résolution de cette équation, les rayons des faces des deux lentilles seront;

$a =$

$$a = \frac{(m - 1)(\varepsilon + \mu)h}{\alpha\varepsilon\mu},$$

$$b = \frac{(m - 1)(\varepsilon + \mu)h}{(1 - \alpha)\varepsilon\mu},$$

$$c = \frac{(m - 1)h}{m - \mu - w},$$

$$d = \frac{(m - 1)h}{1 - m + w},$$

Je remarque, qu'on aura le cas dans lequel les deux lentilles sont supposées jointes ensemble, si l'on pose $\varepsilon = \infty$;

Posons pour abréger;

$$\frac{\mu^3(\varepsilon + \mu)}{\varepsilon(1 - \mu)} = \text{M},$$

$$\frac{3m}{m + 2} = \text{A},$$

$$m(2m + 1) = \text{B},$$

$$\frac{m^2}{m + 2} = \text{C},$$

$$\frac{m^3}{m + 2} = \text{D};$$

Il y aura l'équation suivante à resoudre;

$$w = \text{A}w - \mu\text{B}w - (1 - \mu)\text{C} + \mu(1 - \mu)\text{D} - \text{M}(\alpha^2 - \alpha\text{B} + \text{D});$$

dont il résulte

$$w = \tfrac{1}{2}\text{A} - \tfrac{1}{2}\mu\text{B} \pm \sqrt{(\tfrac{1}{4}\text{A}^2 - \tfrac{1}{2}\mu\text{AB} + \tfrac{1}{4}\mu^2\text{B}^2 - \text{M}(\alpha^2 - \alpha\text{B} + \text{D};}$$

$$- \text{C} + \mu\text{C} - \mu^2\text{D};$$

$$+ \mu\text{D};$$

qui

qui ſe réduit à la forme ſuivante;

$$m = \frac{A - \mu B}{2} \pm \sqrt{(\mu F - (1 - \mu)^2 e + M(a^2 - aB + D))}.$$

La valeur des caracteres A, B, C, D, E, F, étant dépendantes de la réfraction de l'air & du verre en général, différente d'un verre à l'autre; il eſt néceſſaire d'en déveloper les valeurs, pour les différentes réfractions qu'on peut ſuppoſer; ce qui donnera, ſuppoſé qu'elles aillent depuis 1, 50 jusqu'à 1, 55 : à 1; 6 Hypotheſes de réfraction différente.

	hypoth. 1.	hypoth. 2.	hypoth. 3.	hypoth. 4.	hypoth. 5.	hypoth. 6.
$m =$	1,500000	1,510000	1,520000	1,530000	1,540000	1,550000
A =	1,285714	1,290598	1,295455	1,300254	1,305085	1,309859
B =	1,714286	1,729402	1,744545	1,759717	1,774915	1,790141
C =	0,642857	0,649601	0,656364	0,663144	3,669943	0,676765
D =	0,964286	0,980897	0,997673	1,014611	1,031713	1,048978
E =	0,229592	0,233150	0,236813	0,240465	0,244132	0,247822
F =	0,045918	0,048137	0,050420	0,052770	0,055185	0,057668

ſi l'on joint à ces objectifs un oculaire dont la diſtance du foyer eſt $= r$; les objets ſeront groſſis en diametre $\frac{h(e + \mu)}{er}$; de fois.

Il ſera aiſé d'appliquer cette ſolution, & de la déveloper pour l'exécution, ſur les différentes hypotheſes qu'on peut former 1) de la projection du foyer poſitif de la premiere lentille convexe, & 2) de la diſtance entre les deux lentilles.

PREMIERE HYPOTHESE.

Projection positive du foyer de la premiere lentille, $\mu = 3$, $\alpha = \frac{1}{2}$.

Afin que les rayons ou foyers de faces de la premiere lentille convexe ſoient égaux, ou que la lentille devienne également convexe; poſons

posons $\alpha = \frac{1}{2}$; & la projection du foyer $\mu = 3$. Nous aurons

$$w = \frac{1}{2}A - \frac{1}{2}B \pm \sqrt{(3F - 4E + \frac{27(3+\epsilon)}{2\epsilon}(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}B + D)};$$

Et selon les 6 hypotheses de réfraction;

$$1.\ m = 1.50.\ w = -1.928572 \pm \sqrt{-0.780714 + 0.357143 \cdot \frac{27(3+\epsilon)}{2\epsilon}},$$

$$2.\ m = 1.51.\ w = -1.948804 \pm \sqrt{-0{,}788349 + 0.366196 \cdot \frac{27(3+\epsilon)}{2\epsilon}},$$

$$3.\ m = 1.52.\ w = -1.969090 \pm \sqrt{-0.795992 + 0.375401 \cdot \frac{27(3+\epsilon)}{2\epsilon}},$$

$$4.\ m = 1.53.\ w = -1.989448 \pm \sqrt{-0.803542 + 0.384752 \cdot \frac{27(3+\epsilon)}{2\epsilon}},$$

$$5.\ m = 1.54.\ w = -2.009830 \pm \sqrt{-0{,}801973 + 0.394255 \cdot \frac{27(3+\epsilon)}{2\epsilon}},$$

$$6.\ m = 1.55.\ w = -2.030293 \pm \sqrt{-0.818304 + 0.403907 \cdot \frac{27(3+\epsilon)}{2\epsilon}};$$

& ensuite pour les rayons des faces

$$a = b = \frac{2(m-1)(\epsilon+3)h}{3\epsilon};\ c = \frac{(m-1)h}{m-3-w};\ d = \frac{(m-1)h}{1-m+w}.$$

La valeur arbitraire de ϵ, ou de la distance entre les deux lentilles AB & CD, qu'on est le maitre de fixer à volonté, donne autant d'especes différentes de lunettes, qu'il sera aisé de développer; mais il sera bon d'envelopper dans les derniers membres la fraction $\frac{27}{2}$; & ils prendront alors la forme suivante;

$$+ 4.821430. \frac{3+e}{e}\Big),$$

$$+ 4.943646. \frac{3+e}{e}\Big),$$

$$+ 5.067914. \frac{3+e}{e}\Big),$$

$$+ 5.194152. \frac{3+e}{e}\Big),$$

$$+ 5.322442. \frac{3+e}{e}\Big),$$

$$+ 5.452745. \frac{3+e}{e}\Big),$$

Premiere espece de lunettes de l'Hypothese $\mu = 3$; & $a\frac{1}{2}$, Fig. 3.
e étant pris égal à 30;
ou la distance e entre les deux lentilles étant fixée à $\frac{1}{30}$;
de leur foyer commun h; ou $\frac{h}{e} = \frac{h}{30}$;
la premiere lentille convexe également, la seconde concave inégalement.

Fixons $e = 30$; & la distance entre les deux lentilles qui forment l'objectif; $bc = e = \frac{1}{30}h$, ou de leur foyer commun; il en résulte les rayons de la premiere lentille également convexe, $a = b = \frac{2}{3}. \frac{11}{10}(m - 1)h$; & les ouvertures $x : y = e + 3 : e$; ou comme 33 à 30, ou comme 11 à 10.

$$\text{le grossissement} = \frac{11h}{10r},$$

$$\text{le foyer de l'oculaire} = \frac{3h}{100y},$$

Les 6 Hypotheses de réfraction donneront les déterminations suivantes pour la valeur de w.

1. $m = 1.50.\ w = -1.928572 \pm \sqrt{4.522959} = 0.198153$
2. $m = 1.51.\ w = -1.948804 \pm \sqrt{4.649661} = 0.207503$
3. $m = 1.52.\ w = -1.969090 \pm \sqrt{4.778713} = 0.216937$
4. $m = 1.53.\ w = -1.989448 \pm \sqrt{4.910025} = 0.226410$
5. $m = 1.54.\ w = -1.009830 \pm \sqrt{5.043713} = 0.235991$
6. $m = 1.55.\ w = -1.030292 \pm \sqrt{5.179715} = 0.245606$

On formera le reste du calcul de la maniere suivante ;

	hypoth. 1.	hypoth. 2.	hypoth. 3.	hypoth. 4.	hypoth. 5.	hypoth. 6.
$m =$	1. 500000	1. 510000	1. 520000	1. 530000	1. 540000	1. 550000
$w =$	0. 198153	0. 207503	0. 216937	0. 226410	0. 235991	0. 245606
$m - w =$	1. 301847	1. 302497	1. 303063	1. 303590	1. 304009	1. 304394
$m - w - 3 =$	−1. 608153	1. 697503	1. 696937	1. 696410	1. 695991	1. 695606
$1 - m - w =$	0. 301847	0. 302497	0. 303063	0. 303590	0. 304009	0. 304394
$l(m - 1) =$	9 6989720	9 7075702	9.7160033	9.7242759	9.7323938	9.7403627
$l(m - 3 - w =$	0.2299769	0 2298106	0.2296657	0 2295309	0 2294255	0 2293249
$l(1 - m + w =$	9.4797869	9 4807211	9.4815329	9 4822875	9.4828865	9 4834361
$l - \frac{e}{b} =$	9 4689931	9 4777596	9 4863376	9.4947450	9.5029683	9.5110378
$l - \frac{d}{b} =$	0.2191831	0.2268491	0.2344704	0.2419884	0.2495073	9.2569266
$a = b =$	0.366667b	0 374000b	0.381333b	0 388667b	0.396000b	0 403333b
$c =$	−0.294437b	0 300441b	0.306434b	0 312424b	0.318396b	0.324368b
$d =$	−1.656468b	1.685967b	1.715815b	1.745776b	1.776263b	1,806868b

Le diametre de l'ouverture des deux lentilles sera déterminé par le rayon c, de la face antérieure de la seconde lentille comme le plus petit ; en le rendant égal à $\frac{1}{3}$ de ce rayon, le plus grand arc pour l'ouverture des lentilles ne sera que de 19 degrés.

Par conséquent, en posant $2y = \frac{1}{3}c$; on aura $2x = \frac{11}{30}c$; ou la premiere lentille AB aura pour diametre de son ouverture $\frac{11}{33}c$; & la seconde — CD — — — — $\frac{1}{3}c$; & cette ouverture exprimée en pouces, exprimera le grossissement des objets $\frac{11}{3}h$; en diametre.

Je

Je développerai les déterminations pour les 3 hypotheses de réfraction 1,53 : 1 ; 1,54 : 1 ; 1,55 : 1 ; parce que les différentes réfractions du verre que j'ai pu remarquer sont à peu près dans ces bornes.

1) le foyer commun à compter depuis la seconde lentille tombe à la distance — — — — — $= h$

2) la distance e entre les deux lentilles AB & CD est $= \frac{1}{30}h$

3) hypotheses de réfraction	1,53 : 1	1,54 : 1	1,55 : 1
4) la premiere lentille AB, également convexe, a pour rayon	$0.388667h$	$0.396000h$	$0.403333h$
5) la seconde CD, concave inégalement — —			
a pour rayon de la face antérieure	$0.312424h$	$0.318306h$	$0.324368h$
— — postérieure	$1.745776h$	$1.776263h$	$1.806868h$
6) diametre de l'ouverture de la premiere lentille AB —	$0.114555h$	$0.116745h$	$0.118935h$
de la seconde lentille CD	$0.104141h$	$0.106132h$	$0.108123h$
7) le foyer commun h exprimé en pouces, exprimera le grossissement des objets en diametre	$3.81850\ h$	$3.89150\ h$	$3.96450\ h$
8) pour obtenir cette multiplication, l'oculaire aura pour foyer	0.288pouc.	0.283pouc.	0.277pouc.

En général, quand on employe un oculaire, dont le foyer est exprimé par exemple $= r$; les objets seront grossis $\frac{11h}{10r}$ fois en diametre.

Par conſéquent, en établiſſant pour regle générale, qu'un groſſiſſement de 100 fois en diametre demande une ouverture de 3 pouces pour l'objectif, on ne doit pas employer un oculaire, dont la diſtance du foyer ſoit plus petite que celle qu'on vient de marquer.

Si l'on vouloit obtenir une multiplication de M fois en diametre; il faudroit employer un oculaire dont la diſtance du foyer ſeroit $= \frac{11\,h}{10\,M}$: par conſéquent, ſi $M = \frac{11 \cdot h}{3}$, le foyer de l'oculaire ſera de $\frac{3}{10}$ de pouces.

Un objectif de cette eſpece formé de deux lentilles éloignées l'une de l'autre de $\frac{1}{30}\,h$; dont le foyer commun ſeroit de 5 pouces, feroit obtenir avec un tel oculaire un groſſiſſement de 20 fois en diametre.

Enfin il y a dans l'exécution de ces objectifs un ſuccès d'autant plus ſur à eſpérer que l'expérience pourra déterminer les plus juſtes intervalles entre les lentilles, qui fait diſparoitre la confuſion, en les rapprochant ou les éloignant; pourvu que l'Artiſte ne s'écarte par trop groſſierement des meſures preſcrites.

Ayant remarqué, que, pour le verre qu'on employe ordinairement pour les lunettes, la raiſon de réfraction eſt aſſez exactement comme 1, 54: 1, j'ajoute ſur cette ſuppoſition la Table ſuivante.

TABLE

TABLE

en pouces & milliemes parties d'objectifs composés de deux lentilles; la premiere convexe également; la seconde concave inégalement; éloignées l'une de l'autre de $\frac{1}{10}$ de leur foyer commun; la réfraction du verre étant supposée comme 1, 54: 1, l'oculaire est de $\frac{3}{10}$ de pouces de foyer.

Foyer commun des deux lentilles ou distance du foyer après la lentille concave.	Distance entre les deux lentilles.	Rayon ou foyer de la premiere lentille antérieure vers l'objet convexe également.	Rayons de la seconde lentille concave inégalement.		Diametre de l'ouverture des deux lentilles.	Grossissement des objets en diametre.
			Rayon de la face antérieure vers la lentille convexe.	Rayon de la face postérieure vers l'oculaire.		
1	0. 033	0. 396	0. 318	1. 776	0. 11	3. 67
2	0. 067	0. 792	0. 637	3. 553	0. 22	7. 33
3	0. 100	1. 188	0. 955	5. 329	0. 33	11. 00
4	0. 133	1 584	1. 274	7. 105	0. 44	14. 67
5	0. 167	1. 980	1. 592	8. 881	0. 55	18. 33
6	0. 200	2. 376	1. 910	10. 658	0. 66	22. 00
8	0. 267	3. 168	2. 547	14. 210	0. 88	29. 33
10	0. 333	3. 960	3. 184	17. 763	1. 10	36. 67
12	0. 400	4. 752	3. 820	21. 316	1. 32	44. 00
15	0. 500	5. 940	4 776	26. 644	1. 65	55.
18	0. 600	7. 128	5. 731	31. 973	1. 98	66.
21	0. 700	8. 316	6 686	37. 302	2. 31	77.
24	0. 800	9. 504	7 641	42. 631	2. 64	88.
30	1. 000	11. 880	9. 552	53. 288	3. 30	110.
36	1 200	14. 256	11. 462	63. 946	3. 96	132.
42	1. 400	16. 632	13. 373	74. 603	4. 62	154.
48	1. 600	19. 008	15. 283	85. 261	5. 28	176.
54	1 800	21. 384	17. 193	95. 919	5. 94	198.
60	2. 000	23. 760	19. 104	106. 576	6. 60	220.
72	2. 400	28. 512	22. 924	127. 892	7. 92	264.
84	2. 800	33. 264	26 746	149. 206	9. 24	308.
96	3. 200	38. 016	30. 566	170. 522	10. 56	352.
108	3. 600	42. 768	34. 386	191. 838	11. 88	396.
120	4. 000	47. 520	38 208	213. 152	13. 20	440.
144	4. 800	57. 024	45. 848	255. 784	15. 84	528.

J'observeral encore, que si l'on avoit posé la distance des deux lentilles; $bc = e =$ zero, ou qu'elles soyent jointes absolument;

on auroit trouvé les rayons pour les hypotheſes de réfraction $m = 1,50$; $1,53$; $1,55$; de la maniere ſuivante.

			$m = 1,50$	$m = 1,53$	$m = 1,55$
$a =$	$b =$		$0.333333h$	$0.353333h$	$0.366666h$
	$c =$	$-$	$0.316134h$	$0.336305h$	$0.349762h$
	$d =$	$-$	$1.192297h$	$1.249850h$	$1.286544h$

Afin que l'on puiſſe mieux comparer ces rayons avec ceux que l'intervalle $bc = \frac{1}{30}h$ a fait déterminer; augmentons-les en raiſon de 10 : 11, afin que la premiere lentille AB ſoit la même dans l'un & l'autre cas; & nous aurons pour l'hypotheſe $bc = 0$;

			$m = 1,50$	$m = 1,53$	$m = 1,55$
$a =$	$b =$		$0.366667h$	$0.388667h$	$0.403333h$
	$c =$	$-$	$0.347747h$	$0.369935h$	$0.384738h$
	$d =$	$-$	$1.311526h$	$1.374835h$	$1.415198h$

Il en réſulte que, ſuppoſant la premiere lentille donnée, la petite diſtance entre les deux lentilles $bc = \frac{1}{30}h$, exige un changement très conſidérable dans la ſeconde lentille concave; le rayon de ſa face antérieure devient beaucoup plus petit, & celui de la poſtérieure d'autant plus grand.

Et il s'enſuit encore, qu'il eſt très-difficile ou plutôt impoſſible, que les objectifs formés ſelon l'hypotheſe de l'intervalle $bc = 0$, où les deux lentilles ſont ſuppoſées jointes abſolument ſans le moindre intervalle, puiſſent réuſſir dans l'exécution, parce que la moindre diſtance exige une conſtruction très différente.

Seconde eſpece de lunettes de l'hypotheſe $\mu = 3$, & $\alpha = \frac{1}{2}$, ϵ, étant pris égal à 12,

ou la diſtance entre les deux lentilles plus grande étant fixée à $\frac{1}{12}$, de leur foyer commun h; ou $\frac{h}{\epsilon} = \frac{h}{12}$.

La premiere lentille convexe également; la ſeconde concave inégalement.

Fixons

Fixons $e = 12$; & la distance plus grande entre les deux lentilles que dans le cas précédent, sera $bc = e = \frac{1}{12}h$, ou de leur foyer commun, il en résulte; $a = b = \frac{2}{3}.\frac{5}{4}(m-1)h = \frac{5}{6}(m-1)h$; & l'ouverture; $x : y = e + 3 : e = 15 : 12 = 5 : 4$.

Si le foyer de l'oculaire est $= r$, le grossissement sera $= \frac{5h}{4r}$; & par conséquent le foyer de l'oculaire $= \frac{3h}{100y}$, le diametre de l'ouverture des deux lentilles étant déterminé par le plus petit rayon de la seconde lentille c; celui de la seconde sera $\frac{1}{3}c$; & celui de la premiere $\frac{5}{12}c$. L'ouverture de la premiére lentille ne sauroit être prise aussi grande, que sa courbure le permettroit; parce qu'il faut se régler sur la seconde concave.

Il suffira pour éviter la prolixité du calcul de considérer 3 hypotheses de réfraction, $m = 1.51$, 1.53, 1.55, & il sera aisé d'en deduire les autres qui pourront se rencontrer dans le verre qu'on employe. Nous aurons les formules suivantes pour la valeur de w.

1. $m = 1.51.\ w = -1.948804 \pm \sqrt{5.391209} = 0.373093$
2. $m = 1.53.\ w = -1.989448 \pm \sqrt{5.689148} = 0.395745$
3. $m = 1.55.\ w = -2.030292 \pm \sqrt{5.927627} = 0.418713$

On formera le reste du calcul de la maniere suivante.

$m =$	1. 510000	1. 530000	1. 550000
$w =$	0. 373093	0. 395745	0. 418713
$m - w =$	1. 136907	1. 134255	1. 131287
$m - w - 3 =$	1. 863093	1. 865745	1. 868713
$1 - m - w =$	0. 136907	0. 134255	0. 131287
log. $(m - 1) =$	9.7075702	9.7242759	0.7403627
log. $(m - w - 3) =$	0.2702347	0.2708523	0.2715426
log. $(1 - m - w) =$	9.1364257	9.1279305	9.1182217
$l - \frac{c}{h} =$	9.4373355	9.4534236	9.4688201
$l - \frac{d}{h} =$	0.5711445	0.5963454	0.6221410
$a = b =$	0.425000h	0.441667h	0.458333h
$c =$	0.273738h	0.284069h	0.294320h
$d =$	3.725157h	3.947712h	4.189296h

Il

Il en résulte le dévelopement suivant

1) le foyer commun à compter depuis la seconde lentille tombe à la distance — — — — — $= h$

2) la distance e entre les deux lentilles AB & CD est $= \frac{1}{11}h$

3) Hypotheses de réfraction	1,53 : 1	1,54 : 1	1,53 : 1
4) la premiere lentille AB également convexe a pour rayon	0.441667h	0.450000h	0.458333h
5) la seconde CD, concave inégalement			
a pour rayon de la face antérieure	0.284069h	0.289159h	0.294320h
— — postérieure	3.947712h	4.068504h	4.189296h
6) Diametre de l'ouverture de la premiere lentille AB —	0.118361h	0.120496h	0.122634h
de la seconde CD —	0.094689h	0.096398h	0.098107h
7) le foyer commun h, exprimé en pouces, exprimera le grossissement des objets en diametre	3.9454 h	4.0165 h	4.0878 h
8) Pour obtenir cette multiplication l'oculaire aura pour foyer	0.316 pouces	0.311 pouces	0.305 pouces

La regle générale étant, que si le foyer de l'oculaire est $= r$, les objets seront grossis $\frac{5h}{4r}$; la même distance h, produit dans ce cas ci, un grossissement supérieur à celui du cas précédent, avec un oculaire plus grand, ce qui est très avantageux; & cette hypothese d'un plus grand intervalle entre les deux lentilles faisant obtenir des lunettes plus avantageuses, il sera à propos de déveloper d'autres especes en supposant la distance entre les deux lentilles plus grande encore.

Troi-

Troisieme espece de lunettes de l'hypothese $\mu = 3$, & $\alpha = \frac{1}{2}$,

ε, étant pris égal à 6,

où la distance entre les deux lentilles plus grande étant fixée à $\frac{1}{6}$ Fig. 4.

de leur foyer commun h, ou $\frac{h}{\varepsilon} = \frac{h}{6}$;

la premiere lentille convexe également; la seconde ménisque d'un foyer négatif, concave vers la premiere, & convexe vers l'oculaire.

Fixons $\varepsilon = 6$; & la distance plus grande entre les deux lentilles que dans le cas précédent sera $bc = e = \frac{1}{6}h$, ou de leur foyer commun, il en résulte

$$a = b = (m - 1)h; \text{ \& leur ouverture } x : y = 3 : 2.$$

si le foyer de l'oculaire est $= r$; le grossissement sera $= \frac{3h}{2r}$; & le foyer de l'oculaire $= \frac{3h}{100y}$.

Nous aurons pour 3 hypotheses d'une réfraction différente $m = 1,51.\ 1,53.\ 1,55$, les formules suivantes pour la valeur de w.

1. $m = 1.51$; $w = -1$.
2. $m = 1.53$; $w = -1$.
3. $m = 1.55$; $w = -2$.

Il en résulte le calcul suivant.

$m =$	1. 510000	1. 530000	1. 550000
$w =$	0. 625515	0. 653975	0. 682790
$m - w =$	0. 884485	0. 876025	0. 867210
$m - w - 3 = -$	2. 115515	2. 123975	2. 132790
$1 - m + w =$	0. 115515	0. 123975	0. 132790
$l(m - 1 =$	9.7075702	9.7242759	9.7403627
$l(m - w - 3 = -$	0.3254161	0.3271494	0.3289482
$l(1 - m + w =$	9.0626383	9.0933343	9.1231654
$l(-\frac{c}{h} =$	9.3821541	9.3971265	9.4114145
$l + \frac{d}{h} =$	0.6449319	0.6309416	0.6171973
$a = b =$	0.510000h	0.530000h	0.550000h
$c = -$	0.241076h	0.249532h	0.257878h
$d =$	4.415012h	4.275055h	4.141886h

Le foyer de la premiere lentille AB, étant $p = (m-1)\frac{\varepsilon + \mu h}{\varepsilon \mu}$, ou $\frac{p}{m - 1} = \frac{\varepsilon + \mu h}{\varepsilon \mu}$, ou $\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\mu}h$; & $\varepsilon = 6$; $\mu = 3$; il sera $= \frac{9}{18}h$, ou $\frac{1}{2}h$.

Le foyer de la seconde lentille CD, étant $q = (m-1)\frac{h}{1-\mu}$; ou $\frac{q}{m - 1} = \frac{h}{1 - \mu} = -\frac{1}{2}h$; c'est à dire.

Le foyer positif de la premiere lentille AB, sera précisément égal au foyer négatif de la seconde CD; qui dans ce cas devient un ménisque concave devant, & convexe de l'autre côté vers l'oculaire.

Ce

Ce cas fournit le dévelopement ſuivant.

1) le foyer commun tombe à compter depuis la ſeconde lentille à la diſtance $= h$

2) la diſtance e entre les deux lentilles AB & CD eſt $= \frac{1}{6} h$

3) Hypotheſes de réfraction	1,51 : 1	1,53 : 1	1,55 : 1
4) premiere lentille AB, également convexe a pour rayon —	0.530000h	0.540000h	0.550000h
5) la ſeconde CD méniſque.			
a pour rayon de la face antérieure concave	0.249532h	0.253731h	0.257878h
— — poſtérieure convexe	4.275055h	4.207610h	4.141886h
6) diametre de l'ouverture de la premiere lentille AB. —	0.124765h	0.126865h	0.128938h
de la ſeconde lentille CD	0.083177h	0.084577h	0.085959h
7) le foyer commun h, exprimé en pouces, exprimera les groſſiſſements des objets en diametre	4.1588h	4.2288h	4.2978h
8) pour obtenir cette multiplication l'oculaire aura pour foyer	0.367 pouces	0.358 pouces	0.349 pouces

Suivant la regle générale, le foyer de l'oculaire étant $= r$, les objets ſeront groſſis dans ce cas ci $\frac{3h}{2r}$: l'avantage par conſéquent des objectifs de cette eſpece eſt encore plus grand, que celui que les précédents faiſoient obtenir; la même diſtance h produit un groſſiſſement plus conſidérable, avec un plus grand oculaire.

Quatrieme espece de lunettes de l'hypothese $\mu = 3$ & $a = \frac{1}{2}$, ε étant pris égal à 3

ou la distance entre les deux lentilles plus grande étant fixée à $\frac{1}{3}$ de leur foyer commun h; ou $\frac{h}{\varepsilon} = \frac{h}{3}$,

la premiere lentille convexe également; la seconde ménisque d'un foyer négatif, concave vers la premiere & convexe vers l'oculaire.

Fixons $\varepsilon = 3$; & la distance plus grande encore entre les deux lentilles que dans le cas précédent, sera $bc = e = \frac{1}{3}h$, ou de leur foyer commun.

Il en résulte.

$a = b = \frac{4}{3}(m - 1)h$; & leur ouverture $x : y = 2 : 1$.

Si le foyer de l'oculaire est $= r$, le grossissement sera $\frac{2h}{r} = \frac{100x}{3}$, le foyer de l'oculaire sera $= \frac{3h}{100y}$.

Nous aurons pour 3 hypotheses d'une réfraction différente $m = 1,51$; $1,53$; $1,55$; les formules suivantes pour la valeur de w.

1. $m = 1.51.\ w = -1.948804 \pm \sqrt{9.098943} = 1.067642$.
2. $m = 1.53.\ w = -1.989448 \pm \sqrt{9.584762} = 1.106479$
3. $m = 1.55.\ w = -2.030292 \pm \sqrt{10.087186} = 1.145741$

II

Il en résulte de calcul suivant.

$m =$	1. 510000	1. 530000	1. 550000
$w =$	1. 067642	1. 106479	1. 145741
$m - w =$	0. 442358	0. 423521	0. 404259
$m - w - 3 =$	— 2. 557642	0. 576479	2. 595741
$1 - m + w =$	0. 557642	2. 576479	0. 595741
$\log. (m - 1) =$	9.7075702	9.7242759	9.7403627
$l(m - w - 3 =$	— 0.4078397	0.4110266	0.4142614
$l(1 - m + w =$	9.7463554	9.7607834	9.7750575
$l - \frac{c}{d} =$	9.2997305	9.3132493	9.3261013
$l + \frac{d}{h} =$	9.9612148	9.9634925	9.9653052
$a = b =$	0.680000 h	0.706667 h	0.733333 h
$c =$	— 0.199402 h	0.205707 h	0.211885 h
$d =$	0.914565 h	0.919375 h	0.923220 h

Le foyer de la premiere lentille AB; $\frac{p}{m - 1}$ sera $= \frac{2}{3} h$;

& celui de la seconde CD — $\frac{q}{m - 1} = - \frac{1}{2} h$

Le diametre de l'ouverture de la seconde lentille étant $= \frac{1}{3} c$,
celui de la premiere AB, sera — — — $= \frac{2}{3} c$;

en exprimant le rayon c, en pouces, on obtiendra un grossissement de $\frac{200 c}{9}$; en l'exprimant par M, & le foyer de l'oculaire par r; $r = \frac{2 h}{M}$; & le foyer de l'objectif même depuis la premiere lentille étant $= e + h = \frac{4}{3} h$. Ces lunettes seront plus avantageuses, encore que les précédentes, étant plus courtes avec le même grossissement.

Il en résulte le dévelopement suivant.

1) le foyer commun tombe à compter depuis la seconde lentille, à la distance — — — — $= h$

2) la distance e entre deux lentilles AB & CD est — $= \frac{1}{3}h$

3) Hypotheses de réfraction —	1.51 : 1	1.53 : 1	1.55 : 1
4) la premiere lentille AB, également convexe a pour rayon	0.706667h	0.720000h	0.733333h
5) la seconde CD, ménisque a pour rayon de la face antérieure concave	0.205707h	0.208780h	0.211885h
— — postérieure convexe	0.919375h	0.921176h	0.923220h
6) diametre de l'ouverture de la premiere lentille AB. —	0.137138h	0.139186h	0.141256h
de la seconde CD —	0.068569h	0.069593h	0.070628h
7) le foyer commun exprimé en pouces exprimera le grossissement des objets en diametre.	4.5713h	4.6395h	4.7085h
8) Pour obtenir cette multiplication l'oculaire aura pour foyer	0.437 pouces	0.431 pouces	0.425 pouces

Ces lunettes seront plus avantageuses encore que les précédentes; pour obtenir par exemple un grossissement de 100 fois, il suffira de prendre $h = 22$ pouces: & comme $e = \frac{1}{3}h = 7\frac{1}{3}$ pouces, la distance depuis la premiere lentille, ou toute la longueur de la lunette, sera de $29\frac{1}{3}$ pouces.

Elle égalera une lunette ordinaire de 30 pieds; & une de 5 pieds, ou de 60 pouces, fera l'effet d'une ordinaire de 100 pieds.

Mais pour être à même de choisir le cas le plus avantageux; il sera nécessaire de considérer l'hypothese d'une moindre projection ou μ d'une moindre valeur.

I. SE-

SECONDE HYPOTHESE

d'une Projection moindre; double seulement du foyer de la premiere lentille; $\mu = 2$; & $\alpha = \frac{1}{2}$.

Fixons $\mu = 2$; & laissons $\alpha = \frac{1}{2}$; afin que la premiere lentille reste également convexe.

Les rayons des faces des lentilles seront

$$a = b = \frac{(m - 1)(\varepsilon + 2)h}{\varepsilon}.$$

$$c = \frac{(m - 1)h}{m - w - 2}.$$

$$d = \frac{(m - 1)h}{1 - m + w};$$ & leurs ouvertures; $x : y = \varepsilon + 2 : \varepsilon$.

Pour grossir les objets M fois en diametre, l'oculaire doit avoir le foyer $= \frac{h(2 + \varepsilon)}{M'\varepsilon} = \frac{a}{M'(m - 1)}$; & comme $M = - 8\left(\frac{2 + \varepsilon}{\varepsilon}\right)$, il y aura

$$w = \tfrac{1}{2}A - B \pm \sqrt{(2F - \varepsilon) + 8\left(\frac{2 + \varepsilon}{\varepsilon}\right)(\tfrac{1}{4} - \tfrac{1}{2}B + D)}.$$

Et les 3 hypotheses de réfraction $m = 1,51$; $1,53$; $1,55$; donneront les résultats suivants.

1. $m = 1.51$. $w = -1.084103 \pm \sqrt{-0.136916 + 2.929568 \frac{2+\varepsilon}{\varepsilon}}$),

2. $m = 1.53$. $w = -1.109590 \pm \sqrt{-0.134923 + 3.078016 \frac{2+\varepsilon}{\varepsilon}}$),

3. $m = 1,55$. $w = -1.135211 \pm \sqrt{-0.132491 + 3.231256 \frac{2+\varepsilon}{\varepsilon}}$),

Nous

Nous développerons dabord un cas qui paroit devoir être le plus avantageux; en supposant la distance e entre les deux lentilles fort grande, ou $\frac{1}{2}h$, la moitié de leur foyer commun; en donnant à ε, une petite valeur $= 2$.

Premiere espece de lunettes de la seconde hypothese

$$\mu = 2, \quad \& \ \alpha = \tfrac{1}{2}; \quad \varepsilon = 2,$$

ε étant pris égal à 2; ou la distance e entre les deux lentilles, étant fixée a $\frac{1}{2}$ de leur foyer commun h; ou $\frac{h}{e} = \frac{h}{2}$.

la premiere lentille également convexe; & la seconde ménisque d'un foyer négatif, concave vers la premiere & convexe vers l'oculaire.

Fixons $\varepsilon = 2$, & la distance entre les deux lentilles $bc = e = \frac{1}{2}h$; ou de leur foyer commun.

Il en résulte

$$a = b = 2(m - 1)h; \ \& \text{ leur ouverture}; \ x : y = 2 : 1.$$

Si l'on veut grossir les objets M fois en diametre l'oculaire aura son foyer $= \frac{2h}{M}$.

Et nous aurons pour les 3 hypotheses de réfraction

$$m = 1.51. \quad w = -1.084103 \pm \sqrt{5.722220} = 1.308013$$
$$m = 1.53. \quad w = -1.109590 \pm \sqrt{6.021109} = 1.344205$$
$$m = 1.55. \quad w = -1.135211 \pm \sqrt{6.330021} = 1.389743$$

Il

Il en résulte le calcul suivant.

$m =$	1. 150000	1. 530000	1. 550000
$w =$	1. 308013	1. 344205	1. 380743
$m - w =$	0. 201987	0. 186795	0. 160257
$m - w - 2 = -$	1. 798013	1. 814205	1. 830743
$1 - m + w =$	0. 798013	0. 814205	0. 830743
$lm - 1 =$	9.7075702	9.7242750	9.7403627
$lm - w - 2 = -$	0.2547928	0.2516863	0.2626274
$l1 - m + w =$	9.9020099	9.9107337	9.9194667
$l - \frac{c}{h} =$	9.4527774	9.4655896	9.4777353
$l\frac{d}{h} =$	9.8055603	9.8135422	9.8208960
$a = b =$	$1.020000h$	$1.060000h$	$1.150000h$
$c = -$	$0.283646h$	$0.292139h$	$0.300424h$
$d =$	$0.639088h$	$0.650942h$	$0.660535h$

Les diametres de l'ouverture des lentilles étant déterminés par le rayon c; celui de l'ouverture de la premiere lentille AB sera $= \frac{2}{3}c$; & de la seconde CD $= \frac{1}{3}c$.

Le grossissement étant dépendant de l'ouverture de la premiere lentille, si $\frac{2}{3}c = 3$ pouces; il sera $= 100$; & le foyer de l'oculaire sera $= \frac{3}{50}h$, & comme $c = \frac{3}{10}h$; cette multiplication demande $\frac{1}{5}h = 3$ pouces; & $h = 15$ pouces; l'oculaire aura le foyer $= \frac{3}{10}$ pouces.

En général, si l'on veut grossir les objets M fois en diametre; on prendra $h = \frac{3}{20}$ M pouces; le foyer depuis la premiere lentille sera $e + h = \frac{9}{40}$ M; & celui de l'oculaire sera $= \frac{3}{10}$ pouces.

En comparant l'objectif à celui de l'hypothese précédente $\mu = 3$, & $\epsilon = 30$; cette même multiplication demanderoit alors pour foyer $\frac{3}{10}$ M $= \frac{12}{40}$ M pouces; ou la lunette seroit de $\frac{1}{4}$ plus longue, ce qui prouve l'avantage de cette seconde hypothese.

Voici le dévelopement

1) le foyer commun tombe à compter depuis la seconde lentille à la distance — — — — — $= h$

2) la distance e entre les deux lentilles AB & CD est $= \frac{1}{2} h$

3) Hypotheses de réfraction —	1,51.	1,53.	1,55.
4) la premiere lentille AB également convexe a pour rayon — —	1.0200h	1.0600h	1.1000h
5) la seconde ménisque a pour rayon de la face antérieure concave	0.2836h	0.2921h	0.3004h
— — postérieure convexe	0.6391h	0.6509h	0.6605h
6) diametre de l'ouverture de la premiere lentille AB — — —	0.1890h	0.1948h	0.2002h
de la seconde CD — —	0.0945h	0.0974h	0.1001h
7) le foyer commun exprimé en pouces, exprimera le grossissement des objets en diametre — — —	6.30h	6.49h	6.67h
8) pour obtenir cette multiplication l'oculaire aura pour foyer — —	0.32 pouc	0.31 pouc.	0.30 pouc

Pour abréger, je me contente d'ajouter simplement le dévelopement de quelques especes de lunettes qu'on peut obtenir dans cette seconde hypothese $\mu = 2$; $\alpha = \frac{1}{2}$; selon la valeur qu'on donnera à ε, ou la distance e qu'on fixera entre les deux lentilles.

Secon-

Seconde espece.

$\mu = 2$; $\alpha = \frac{1}{2}$; $\varepsilon = 4$,
ou la distance des lentilles $\frac{1}{4}h$.

$a = b$
leurs ouvertures; $x : y = 3 : 2$.
le foyer de l'oculaire $r = \frac{3h}{100y}$.
le grossissement $= \frac{3h}{2r}$.

Il en résulte le dévelopement suivant

m	w	a = b	— c	d	x	y	Grossissement.	foyer de l'oculaire.
1,51	0.9792	0.7650h	0.3471h	1.0871h	0.1735h	0.1157h	5.78h	0.26
1,53	1.0075	0.7950h	0.3587h	1.1100h	0.1794h	0.1196h	5.98h	0.25
1,55	1.0860	0.8250h	0.3701h	1.1317h	0.1851h	0.1234h	6.17h	0.25

Troisieme espece.

$\mu = 2$; $\alpha = \frac{1}{2}$; $\varepsilon = 6$;
ou la distance des lentilles $\frac{1}{6}h$.

$a = b$
leurs ouvertures; $x : y = 4 : 3$.
le foyer de l'oculaire $r = \frac{3h}{100y}$;
le grossissement $= \frac{4h}{3r}$;

Il en résulte le dévelopement suivant.

m	w	a = b	— c	d	x	y	Grossissement.	foyer de l'oculaire.
1.51.	0.8573	0.6800h	0.3785h	1.4685h	0.1682h	0.1262h	5.61h	0.24
1.53.	0.8827	0.7067h	0.3918h	1.5027h	0.1741h	0.1306h	5.80h	0.23
1.55.	0.9083	0.7333h	0.4049h	1.5350h	0.1798h	0.1349h	5.99h	0.22

Quatrieme espece.

$\mu = 2$; $\alpha = \frac{1}{2}$; $\varepsilon = 8$;

ou la distance des lentilles $\frac{1}{8} h$.

$a = b$

leurs ouvertures; $x : y = 5 : 4$.

le foyer de l'oculaire $r = \frac{3h}{100y}$.

le grossissement $= \frac{5h}{4r}$.

Il en résulte le dévelopement suivant.

m	w	$a = b$	$-c$	d	x	y	Grossissement.	foyer de l'oculaire.
1.51.	0.7943	0.6375h	0.3974h	1.1656h	0.1656h	0.1325h	5. 52 h	0.22
1.53.	0.8172	0.6625h	0.4117h	1.1715h	0.1715h	0.1372h	5. 72 h	0.22
1.55.	0.8413	0.6875h	0.4257h	1.1774h	0.1774h	0.1419h	5. 91 h	0.21

Cinquieme espece.

$\mu = 2$; $\alpha = \frac{1}{2}$; $\varepsilon = 10$.

ou la distance des lentilles $\frac{1}{10} h$.

$a = b$

leurs ouvertures; $x : y = 6 : 5$;

le foyer de l'oculaire $r = \frac{3h}{100y}$.

le grossissement $= \frac{6h}{5r}$.

Il en résulte le dévelopement suivant.

m	w	$a = b$	$-c$	d	x	y	Grossissement.	foyer de l'oculaire.
1.51	0.7540	0.6120h	0.4100h	2.0902h	0.1639h	0.1366h	5. 46 h	0.22
1.53	0.7768	0.6360h	0.4251h	2.1475h	0.1700h	0.1417h	5. 66 h	0.21
1.55	0.8000	0.6600h	0.4400h	2.2000h	0.1759h	0.1466h	5. 86 h	0.20

Sixieme

Sixieme espece.

$\mu = 2$; $\alpha = \frac{1}{2}$; $\epsilon = 20$.

ou la distance des lentilles $\frac{1}{20}h$.

$a = b$

leurs ouvertures; $x : y = 11 : 10$.

le foyer de l'oculaire $r = \dfrac{3h}{100y}$.

le grossissement $= \dfrac{11h}{10r}$.

Il en résulte le dévelopement suivant.

m	w	$a = b$	$-c$	d	x	y	Grossisse-ment.	foyer de l'oculaire.
1.51	0.6725	0.5610h	0.4387h	3.1385h	0.1608h	0.1462h	5. 36 h	0.20
1.53	0.6934	0.5830h	0.4556h	3.2436h	0.1670h	0.1519h	5. 56 h	0.19
1.55	0.7146	0.6050h	0.4723h	3.3414h	0.1731h	0.1574h	5. 77 h	0.19

TROISIEME HYPOTHESE

d'une projection moindre que les deux précédentes du foyer de la premiere lentille.

Un & demi-seulement; ou $\mu = \frac{3}{2}$, ou $1\frac{1}{2}$; $\alpha = \frac{1}{2}$.

Fixons $\mu = \frac{3}{2}$, ou $1\frac{1}{2}$; en laissant $\alpha = \frac{1}{2}$, ou la premiere lentille convexe également.

Les rayons des faces des lentilles seront;

$$a = b = \frac{2(m - 1)(2\epsilon + 3)h}{3\epsilon}.$$

$$c = \frac{(m - 1)h}{m - w - \frac{1}{2}},$$

$$d = \frac{(m - 1)h}{1 - m + w};$$

Et les diſtances des foyers ſeront

$$\frac{p}{m-1} = \frac{(2\varepsilon + 3)h}{3\varepsilon};$$

$$\frac{q}{m-1} = -2h;$$

les ouvertures ſeront $x : y = \varepsilon + \frac{3}{2} : \varepsilon. = 2\varepsilon + 3 : 2\varepsilon;$

Si le foyer de l'oculaire eſt $= r = \frac{3h}{100y}$; le groſſiſſement des objets ſera $= \frac{2\varepsilon + 3}{2\varepsilon} . \frac{h}{r}$.

$$M = \frac{27}{8} . \frac{2\varepsilon + 3}{\varepsilon} = - \frac{27}{4} . \frac{2\varepsilon + 3}{2\varepsilon},$$

la valeur de w ſera déterminée par l'équation

$$w = \tfrac{1}{2}A - \tfrac{3}{4}B \pm \sqrt{\tfrac{3}{2}F - \tfrac{3}{4}\varepsilon + \frac{27}{4} . \frac{2\varepsilon + 3}{2\varepsilon} (\tfrac{1}{4} - \tfrac{1}{2}B + D)}.$$

Les 3 hypotheſes de réfraction $m = 1.51;\ 1.53;\ 1.55;$ donneront les réſultats ſuivants:

1) $m = 1,51.\ w = -0.$
2) $m = 1,53.\ w = -0.$
3) $m = 1,55.\ w = -0.$

Nous déveloperons d'abord le cas qui paroit devoir être le plus avantageux, en donnant à ε une petite valeur $= 2$; ou en ſuppoſant la diſtance e entre les deux lentilles fort grande ou $\frac{1}{2}h$, la moitié de leur foyer commun.

Pre-

Premiere espece des lunettes de la troisieme hypothese

$\mu = \frac{3}{2}$, ou $1\frac{1}{2}$; $\alpha = \frac{1}{2}$,

e étant pris $= 2$, ou la distance e entre les deux lentilles, étant fixée à $\frac{1}{2}$ de leur foyer commun h,

$$\text{ou } \frac{h}{e} = \frac{h}{2}.$$

la premiere lentille également convexe; & la seconde ménisque d'un foyer négatif; concave vers la premiere & convexe vers l'oculaire.

Fixons $e = 2$, & la distance entre les deux lentilles sera $bc = e = \frac{1}{2}h$; ou la moitié de leur foyer commun.

Il en résulte

$$a = b = \frac{2(m - 1)(2e + 3)h}{3e}.$$

leurs ouvertures; $x : y = 7 : 4$,

le foyer de l'oculaire étant $= r = \frac{3h}{100y}$;

le grossissement sera $= \frac{7h}{4r}$.

Nous aurons pour les 3 hypotheses de réfraction

$m = 1,51.$ w,

$m = 1,53.$ w,

$m = 1,55.$ w.

Il en résulte le dévelopement suivant

1) le foyer commun tombe à compter depuis la seconde lentille à la distance — — — — —	$= h$		
2) la distance e entre les deux lentilles AB & CD est	$= \frac{1}{2} h$		
3) hypotheses de réfraction —	1.53; 1	1.54; 1	1.55: 1
4) la premiere lentille AB, également convexe, a pour rayon — —	$1.2367h$	$1.2600h$	$1.2830h$
5) la seconde CD, ménisque a pour rayon de la face antérieure concave	$0.3689h$	$0.3739h$	$0.3787h$
— — postérieure convexe	$0.5658h$	$0.5718h$	$0.5775h$
6) diametre de l'ouverture de la premiere lentille AB — — —	$0.2151h$	$0.2180h$	$0.2208h$
de la seconde lentille CD —	$0.1229h$	$0.1246h$	$0.1262h$
7) le foyer commun exprimé en pouces, exprimera le grossissement des objets en diametre — — —	$7.17h$	$7.26h$	$7.36h$
8) pour obtenir cette multiplication, l'oculaire aura pour foyer — —	0.24pouc	0.24pouc	0.24pouc

Seconde espece de lunettes de la troisieme hypothese

$$\mu = \frac{3}{2}, \text{ ou } 1\tfrac{1}{2}; \quad \& \ \alpha = \frac{1}{2},$$

ϵ, étant pris $= 3$; ou la distance e entre les deux lentilles étant fixée à $\frac{1}{3}$ de leur foyer commun h.

$$\text{ou } \frac{h}{\epsilon} = \frac{h}{3},$$

la premiere lentille également convexe; & la seconde ménisque d'un foyer négatif, concave vers la premiere & convexe vers l'oculaire.

Fixons $\epsilon = 3$; & la distance entre les deux lentilles sera $bc = e = \frac{1}{3}h$, ou le tiers de leur foyer commun.

Il en résulte.

$a = b = 2(m - 1)h$; leurs ouvertures; $x : y = 3 : 2$.
les distances de foyers;

$$\frac{p}{m-1} = h,$$

$$\frac{q}{m-1} = 2h;$$

le foyer de l'oculaire étant $= r = \frac{3h}{100y}$.

le grossissement des objets sera $= \frac{3}{2} \cdot \frac{h}{r}$,

Nous aurons pour les 3 hypotheses de réfraction

1) $m = 1.53$. $w = -0.669661 \pm \sqrt{3.914653} = 1.308887$
2) $m = 1.54$. $w = -0.678648 \pm \sqrt{4.013575} = 1.324743$
3) $m = 1.55$. $w = -0.687676 \pm \sqrt{4.114103} = 1.340649$

Dont résulte le calcul suivant.

$m =$	1. 530000	1. 540000	1. 550000
$w =$	1. 308887	1. 324743	1. 340640
$m - w =$	0. 221113	0. 215257	0. 209351
$m - w - \frac{3}{2} = -$	1. 278887	1. 284743	1. 290649
$1 - m + w =$	0. 778887	1. 784743	0. 790649
$lm - 1 =$	9.7242759	9.7323938	9.7403627
$l(m - w - \frac{3}{2}) = -$	0.1068322	0.1088162	0.1108081
$l(1 - m + w =$	9.8914744	9.8947274	9.8979838
$l - \frac{c}{h} =$	9.6174437	9.6235776	9.6295546
$l \frac{d}{h} =$	9.8328015	9.8376664	9.8423789
$a = b =$	1.060000 h	1.080000 h	1.100000 h
$c = -$	0.414423 h	0.420218 h	0.426142 h
$d =$	0.680458 h	0.688123 h	0.695631 h

Il en résulte le dévelopement suivant.

1) le foyer commun tombe à compter depuis la seconde lentille à la distance — — — — — $= h$

2) la distance e entre les deux lentilles AB & CD est $= \frac{1}{3}h$.

3) Hypotheses de réfraction	1,53 : 1	1,54 : 1	1,55 : 1
4) la premiere lentille AB également convexe a pour rayon	0.060000h	1.080000h	1.100000h
5) la seconde CD, ménisque a pour rayon de la face antérieure concave	0.414423h	0.420318h	0.426142h
— — postérieure convexe	0.680458h	0.668123h	0.695631h
6) Diametre de l'ouverture de la premiere lentille AB —	0.208211h	0.210159h	0.213071h
de la seconde CD —	0.138141h	0.140106h	0.142047h
7) le foyer commun exprimé en pouces, exprimera le grossissement des objets en diametre	0.9404 h	7.0053h	7.1024h
8) Pour obtenir cette multiplication l'oculaire aura pour foyer	0.217 pouces	0.214 pouces	0.211 pouces

Si l'on compare, cette espece avec la quatrieme de la premiere hypothese de la projection triple $\mu = 3$, dont la distance entre les lentilles e est de même $= 3$; on trouvera que le rayon e, qui est le plus petit dans l'une & l'autre, est dans celle-ci 2 fois plus grand que dans celle-là; & que par conséquent ces objectifs admettant une ouverture beaucoup plus grande, font obtenir une clarté & un grossissement beaucoup plus considérables.

L'effet en seroit surprenant, si l'exécution ne fait pas trouver des obstacles qu'on ne sauroit prévoir & peut-être insurmontables.

Pour produire un grossissement de 100 fois en diametre, il suffira de prendre $h = 9\frac{1}{2}$; & comme e est $= 3\frac{1}{6}$ pouces, toute

la

la lunette ne ſeroit que de 13 pouces, qui égaleroit une ordinaire de 100 pieds.

On pourroit ſe contenter d'un moindre groſſiſſement, & ſe ſervir d'oculaires plus grands; les avantages qu'on obtiendroit ſeroient toujours les plus conſidérables.

Je me contenterai, pour abréger; de donner le ſimple dévelopement de quelques eſpeces, de ϵ, plus grand, ou d'une moindre diſtance entre les deux lentilles; avec les tables calculées, que je bornerai à 10 pieds de foyer; qu'on étendra aiſément au point qu'on voudra: je ne déveloperai que le dernier de $\epsilon = 15$, de la moindre diſtance entre les deux lentilles, le moins avantageux; pour faire voir les avantages de cette hypotheſe.

Troiſieme eſpece de lunettes de la troiſieme hypotheſe

$$\mu = \tfrac{3}{2},\ \text{ou } 1\tfrac{1}{2},\ \&\ \alpha = \tfrac{1}{2}.$$

$$\epsilon = 4$$

ou la diſtance des lentilles $\frac{1}{4}h$.

$$a = b = \frac{2(m - 1)(2\epsilon + 3)h}{3\epsilon},$$

leurs ouvertures; $x : y = 11 : 8$;

le foyer de l'oculaire $r = \dfrac{3h}{100y}$,

le groſſiſſement $= \dfrac{11h}{8r}$.

Il en réſulte le dévelopement ſuivant.

m	ϖ	$a = b$	$-h$	d	x	y	Groſſiſſement.	foyer de l'oculaire.
1.53	1.2252	0.9716h	0.4434h	0.7624h	0.2071h	0.1381h	6.90h	0.21
1.54	1.2399	0.9900h	0.4500h	0.7715h	0.2101h	0.1401h	7.00h	0.21
1.55	1.2548	1.0083h	0.4565h	0.7804h	0.2131h	0.1420h	7.10h	0.21

Quatrieme espece.

$\mu = \frac{3}{2}$; $\alpha = \frac{1}{2}$; $\epsilon = 6$.

ou la distance des lentilles $\frac{1}{6}h$.

$$a = b = \frac{2(m - 1)(2\epsilon + 3)h}{3\epsilon},$$

leurs ouvertures; $x : y = 5 : 4$;

le foyer de l'oculaire $r = \frac{3h}{100y}$,

le grossissement $= \frac{5h}{4r}$.

Il en résulte le dévelopement suivant;

m	w	$a = b$	$-c$	x	y	Grossissement.	foyer de l'oculaire.
1.53	1.1373	0.8833h	0.4786h	0.1994h	0.1595h	6. 65 h	0. 19
1.54	1.1512	0.9000h	0.4860h	0.2025h	0.1620h	6. 75 h	0. 18
1.55	1.1650	0.9167h	0.4933h	0.2055h	0.1644h	6. 85 h	0. 18

Cinquieme espece.

$\mu = \frac{3}{2}$; $\alpha = \frac{1}{2}$; $\epsilon = 9$,

ou la distance des lentilles $\frac{1}{9}h$.

$$a = b = \frac{2(m - 1)(2\epsilon + 3)h}{3\epsilon},$$

leurs ouvertures; $x : y = 7 : 6$;

le foyer de l'oculaire $r = \frac{3h}{100y}$,

le grossissement $= \frac{7h}{6r}$,

Il en résulte le dévelopement suivant.

m	w	$a = b$	$-c$	d	x	y	Grossissement.	Foyer de l'oculaire.
1.53	1.0764	0.8244h	0.5065h	0.9700h	0.1969h	0.1688h	6. 56h	0. 18
1.54	1.0896	0.8400h	0.5145h	0.9825h	0.2001h	0.1715h	6. 67 h	0. 18
1.55	1.1027	0.8556h	0.5225h	0.9951h	0.2032h	0.1742h	6. 77 h	0. 17

Sixieme

Sixieme espece:

$\mu = \frac{3}{2}$; $\alpha = \frac{1}{2}$; $\varepsilon = 12$,

ou la distance des lentilles $\frac{1}{12}h$.

$$a = b = \frac{2(m - 1)(2\varepsilon + 3)h}{2\varepsilon},$$

leurs ouvertures; $x : y = 9 : 8$,

le foyer de l'oculaire $r = \frac{3h}{100y}$,

le grossissement $= \frac{9}{8}h$;

Il en résulte le dévelopement suivant;

m	w	$a = b$	$- c$	d	x	y	Grossissement.	Foyer de l'oculaire.
1.53	1.0452	0.7950h	0.5221h	1.0287h	0.1957h	0.1740h	6. 52 h	0.17
1.54	1.0579	0.8100h	0.5305h	1.0427h	0.1989h	0.1768h	6. 63 h	0.17
1.55	1.0706	0.8250h	0.5389h	1.0565h	0.2020h	0.1796h	6. 73 h	0.17

Septieme espece de la troisieme hypothese

$\mu = \frac{3}{2}$, ou $1\frac{1}{2}$; & $\alpha = \frac{1}{2}$;

ε, étant pris $= 15$, ou la distance e, entre les deux lentilles étant fixée à $\frac{1}{15}$ de leur foyer commun h.

ou $\frac{h}{\varepsilon} = \frac{h}{15}$.

la premiere lentille également convexe; & la seconde ménisque d'un foyer négatif; concave vers la premiere & convexe vers l'oculaire.

Fixons $\varepsilon = 15$, & la distance entre les deux lentilles sera $bc = e = \frac{1}{15}h$, ou $\frac{1}{15}$ de leur foyer commun.

Il en résulte

$a = b = \frac{22}{15}(m - 1)h$;

leurs ouvertures seront $x : y = 11 : 10$,

 les

les distances des foyers $\frac{p}{m - 1} = \frac{11}{15} h,$

$$\frac{q}{m - 1} = 2(m - 1)h,$$

le foyer de l'oculaire étant $= r = \frac{h}{100y},$

le grossissement sera $= \frac{11h}{10r}.$

Nous aurons pour les 3 hypotheses de réfraction

$$m = 1.53.\ w = -0.669661 \pm \sqrt{0.019039 + 2.597076 \frac{2\varepsilon + 3}{2\varepsilon}}),$$

$$m = 1.54.\ w = -0.678648 \pm \sqrt{0.021744 + 2.661221 \frac{2\varepsilon + 3}{2\varepsilon}}),$$

$$m = 1.55.\ w = -0.687676 \pm \sqrt{0.024545 + 2.726372 \frac{2\varepsilon + 3}{2\varepsilon}}),$$

Dont résulte le calcul suivant

$m =$	1. 530000	1. 540000	1. 550000
$w =$	1. 026164	1. 038642	1. 051161
$m - w =$	0. 503836	0. 501358	0. 498839
$m - w - \frac{2}{3} = -$	0. 996164	0. 998642	1. 001161
$1 - m + w =$	0. 496164	0. 498642	0. 501161
$l m - 1 =$	9.7242759	9.7323938	9.7403627
$l(m - w + \frac{2}{3} = -$	9.9983309	9.9994098	0.0005039
$l(1 - m + w =$	9.6956252	9.6977888	9.6999773
$l - \frac{c}{h} =$	9.7259450	9.7329840	9.7398588
$l \frac{d}{h} =$	0.0286507	0.0346050	0.0403854
$a = b =$	0.777333h	0.792000h	0.106667h
$c = -$	0.532041h	0.540734h	0.549362h
$d =$	1.068195h	1.082941h	1.097451h

n

Il en résulte le dévelopement suivant.

1) le foyer commun tombe à compter depuis la seconde lentille à la distance — — — — — $= h$

2) la distance e, entre les deux lentilles AB & CD, est $= \frac{1}{11}h$

3) Hypotheses de réfraction	1.53 : 1	1.54 : 1	1.55 : 1
4) la premiere lentille également convexe a pour rayon	$0.777333h$	$0.792000h$	$0.806667h$
5) la seconde ménisque a pour rayon de la face antérieure concave	$0.532041h$	$0.540734h$	$0.549362h$
— — postérieure convexe	$1.068195h$	$1.082941h$	$1.097451h$
6) Diametre de l'ouverture de la premiere lentille AB	$0.195081h$	$0.198269h$	$0.201433h$
de la seconde CD	$0.177347h$	$0.180245h$	$0.183121h$
7) le foyer commun exprimé en pouces exprimera le grossissement des objets en diametre	$6.5027h$	$6.6089h$	$6.7144h$
8) pour obtenir cette multiplication l'oculaire aura pour foyer	0.169 pouces	0.166 pouces	0.163 pouces

Dans ce cas un oculaire dont le foyer est $= r$, grossira les objets $\frac{11h}{10r}$; & par conséquent, si le grossissement est exprimé par M, on aura $r = \frac{11h}{10M}$.

Il suffit pour grossir un objet 100 fois en diametre de prendre $h = 15$; & comme $e = 1$ pouce, la lunette ne seroit que de 16 pouces: elle surpasseroit encore celles des deux hypotheses précédentes. Une lunette de 3 pieds feroit un effet beaucoup plus considérable qu'une ordinaire de 100 pieds; mais, l'oculaire étant très petit, il sera peut-être à propos de se servir d'un plus grand, & de se contenter d'une moindre multiplication, qui sera toujours très-avantageuse.

Cette

Cette hypotheſe paroiſſant réunir les plus grands avantages préférablement aux deux précédentes; & le cas de la diſtance entre les deux lentilles, égale à la moitié de leur foyer commun $\varepsilon = 2$, le plus avantageux dans toutes les trois; il ne ſera pas mal à propos de développer le cas d'un plus grand éloignement pour s'aſſurer de celui qui de tous eſt le plus avantageux.

Huitieme eſpece de la troiſieme hypotheſe

$$\mu = \tfrac{3}{4};\ \alpha = \tfrac{1}{2};\ \&\ \varepsilon = \tfrac{3}{2},$$

ε étant égal au deux tiers du foyer commun; ou les deux lentilles étant éloignées de plus de la moitié à deux tiers de h.

la premiere lentille également convexe & la ſeconde ménisque d'un foyer négatif; concave vers la premiere lentille & convexe vers l'oculaire.

Fixons $\varepsilon = \frac{3}{2}$; & la diſtance entre les deux lentilles ſera $be = e = \frac{3}{2}h$, ou les deux tiers du foyer commun.

Il en réſulte

$$a = b = \tfrac{4}{9}6(m-1)h = \tfrac{8}{3}(m-1)h,$$

$$c = \frac{(m-1)h}{m - \frac{3}{2} - w},$$

$$d = \frac{m-1}{1-m+w}h,$$

les diſtance des foyers ſeront; $p = \frac{4}{3}h$; $q = -2h$

leurs ouvertures ſeront; $x : y = 2 : 1$.

le foyer de l'oculaire étant $= r = \dfrac{3h}{100h}$,

le groſſiſſement ſera $= \dfrac{2h}{r}$.

Nous

Nous aurons pour l'hypothese de réfraction $m = 1,54$,
$w = -0.678640 \pm \sqrt{5.344186} = 1.633102$.

Dont résulte le calcul suivant

$$
\begin{aligned}
m &= 1.540000 \\
w &= 1.623102 \\
m - w &= -0.093102 \\
m - w - \tfrac{3}{2} &= -1.593102 \\
1 - m + w &= 1.093102 \\
l(m - 1 &= 9.7323938 \\
l(m - w - \tfrac{3}{2} &= -0.2022435 \\
l(1 - m + w &= 0.0386607 \\
l - \frac{c}{h} &= 9.5301593 \\
l\frac{d}{h} &= 9.6937331 \\
a = b &= 1.440000h \\
c &= -0.338961h \\
d &= 0.494007h
\end{aligned}
$$

Il en résulte le dévelopement suivant.

1) le foyer commun tombe à compter depuis la seconde lentille à la distance — — — $= h = 15$

2) la distance entre les deux lentilles AB & CD est $= \frac{2}{3}h = \frac{h}{10}$

3) hypothese de réfraction —	1.54 : 1	
4) la premiere lentille également convexe a pour rayon — —	$1.44000h$;	$= 21\frac{6}{10}$ pouces
5) la seconde lentille ménisque a pour rayon de la face antérieure concave	$0.338961h$;	$= 5\frac{8}{10}$ pouces
— — postérieure convexe	$0.494007h$;	$= 7\frac{41}{100}$ pouces
6) diametre de l'ouverture de la premiere lentille AB — —	$0.225974h$;	$= 3\frac{39}{100}$ pouces
de la seconde BC — —	$0.112987h$;	$= 1\frac{69}{100}$ pouces
7) le foyer commun exprimé en pouces exprimera le grossissement des objets en diametre — —	$7.5324h$;	$= 112$ fois
8) pour obtenir cette multiplication l'oculaire aura pour foyer —	0.2666;	$= \frac{4}{15}$ pouces

Ce dévelopement prouve que la distance la plus avantageuse est $e = 2$; & que les avantages diminuent à mesure que la distance entre les deux lentilles devient moindre ou plus grande.

QUATRIEME HYPOTHESE

d'une projection moindre encore que les trois précédentes du foyer de la premiere lentille, plus approchante de l'unité.

Neuf huitiemes seulement, ou $\mu = \frac{9}{8}$, & $\alpha = \frac{1}{2}$.

Fixons $\mu = \frac{9}{8}$; en laissant $\alpha = \frac{1}{2}$, ou la premiere lentille convexe également.

 Les

Les rayons des faces des lentilles seront.

$$a = b = \frac{(m - 1)}{0,5603} \cdot \frac{\varepsilon - 1,125}{\varepsilon} \cdot h;$$

$$c = \frac{m - 1}{m - 1,125 - w} \cdot h = - \frac{(m - 1)}{w + 1,125 - m} \cdot h;$$

$$d = \frac{m - 1}{w + 1 - m} \cdot h;$$

les distances des foyers seront;

$$p = (m - 1)\left(\frac{1}{\varepsilon} + 0,88889\right),$$

$$q = -(m - 1) \cdot 8h;$$

les ouvertures seront; $x : y = 8\varepsilon - 9 : 8\varepsilon$.

si le foyer de l'oculaire est $= r = \frac{3h}{100y}$;

le grossissement des objets sera en diametre

$$= \frac{8\varepsilon + 9}{8\varepsilon} \cdot h = \frac{\varepsilon + 1,125}{\varepsilon} \cdot \frac{h}{r},$$

$$M = - 11,30966 \cdot \frac{\varepsilon + 1,125}{\varepsilon}.$$

La valeur de w sera déterminée par l'équation

$$w = \tfrac{1}{2}A - 0,5626B \pm \sqrt{\left(1,125F - \tfrac{1}{64}\varepsilon + (2,84766 - 5,69533B + 11,39066D)\frac{\varepsilon + 1,125}{\varepsilon}\right)}$$

Les

Les 3 hypotheses de réfraction $m = 1,53;\ 1,54;\ 1,55$ donneront les résultats suivants.

$$1.\ m = 1,53.\ w = -0.339716 \pm \sqrt{\left(0.055609 + 4.382570 \cdot \frac{\varepsilon + 1,125}{\varepsilon}\right)}$$

$$2.\ m = 1,54.\ w = -0.345848 \pm \sqrt{\left(0.058268 + 4.490820 \cdot \frac{\varepsilon + 1,125}{\varepsilon}\right)}$$

$$3.\ m = 1,55.\ w = -0.352025 \pm \sqrt{\left(0.061004 + 4.600770 \cdot \frac{\varepsilon + 1,125}{\varepsilon}\right)}$$

Le dévelopement du cas le plus avantageux, en donnant à ε une petite valeur $= 2$; c'est à dire, en supposant la distance e, entre les deux lentilles, fort grande $= \frac{1}{2} h$, la moitié de leur foyer commun.

Premiere espece de lunettes de la quatrieme hypothese

$$\mu = \tfrac{9}{8};\quad a = \tfrac{1}{2};$$

ε étant pris $= 2$, ou la distance e entre les deux lentilles étant fixée à $\frac{1}{2}$ de leur foyer commun h.

Les rayons des [illegible]res des lentilles seront;

Dans la premiere hypothese $m = 1,53 : 1$.

$$a = b = 0,942222 \cdot \frac{\varepsilon + 1,125}{\varepsilon} \cdot h,$$

$$c = -\frac{0,53}{-0,405 + w} \cdot h,$$

$$d = \frac{0,53}{w - 0,53} \cdot h,$$

$$p = 0,471111h + \frac{0,53}{\varepsilon} h = 0,7361h,$$

$$q = -4,24h = 4,2400h.$$

Dans

Dans la feconde hypothefe $m = 1,54 : 1$;

$$a = b = 0,960000 . \frac{\varepsilon + 1,125}{\varepsilon} . h,$$

$$c = -\frac{0,54}{w - 0,415} h,$$

$$d = \frac{0,54}{w - 0,54} h,$$

$$p = 0,480000 h + \frac{0,54}{\varepsilon} h; = 0,7500 h,$$

$$q = - 4,32 h = 4,3200 h.$$

Dans la troifieme hypothefe $m = 1,55 : 1$.

$$a = b = 0,977778 . \frac{\varepsilon + 1,125}{\varepsilon} . h,$$

$$c = -\frac{0,55}{w - 0,425} . h,$$

$$d = \frac{0,55}{w - 0,55} h,$$

$$p = 0,488889 h + \frac{0,55}{\varepsilon} h = 0,7639 h,$$

$$q = - 4,40 h = 4,4000 h.$$

Leurs ouvertures feront; $x : y = 25 : 16 = 1,5625 : r$,

le foyer de l'oculaire étant $= r = \frac{3h}{100y} = \frac{25h}{16r} = \frac{1,5625}{r} h$,

Et dans les 3 hypothefes de réfraction

$m = 1,53$; $w = 2,2877$
$m = 1,54$; $w = 2,3141$
$m = 1,55$; $w = 2,3405$.

Il en résulte le dévelopement suivant.

1) le foyer commun tombe à compter depuis la seconde lentille à la distance — $= h$

2) la distance e entre les deux lentilles AB & CD est $= \frac{1}{2} h$

3) Hypotheses de réfraction —	1,53 : 1	1,54 : 1	1,55 : 1
4) la premiere lentille AB, également convexe, a pour rayon — —	1,4722h	1,5000h	1,5278h
5) la seconde CD, ménisque, a pour rayon de la face antérieure concave	0.2815h	0.2843h	0.2871h
— — — postérieure convexe	0.3015h	0.3015h	0.3071h
6) diametre de l'ouverture de la premiere lentille — — — —	0.1465h	0.1481h	0.1498h
de la seconde lentille CD —	0.0938h	0.0948h	0.0957h
7) le foyer commun h, exprimé en pouces, exprimera le grossissement des objets en diametre — — —	4.88h	4.94h	4.99h
8) pour obtenir ce grossissement l'oculaire aura pour foyer — —	0.32 pouc	0.31 pouc	0.31 pouc

La comparaison de ce dévelopement avec celui du même cas $e = 2$, de l'hypothese précedente $\mu = \frac{3}{2}$ fait voir que cette hypothese est moins avantageuse, & me dispense de développer les autres especes d'un moindre distance entre les deux lentilles, & par conséquent moins avantageuses.

Il paroit qu'on pourroit augmenter cet avantage de la moindre projection du foyer de la premiere lentille également convexe; en déterminant la valeur de la quantité α, de maniere que $\alpha\alpha - \alpha B + D$; aye de même la moindre valeur; ce qui arriveroit en fixant $\alpha = \frac{8}{9}$, ou $= \frac{3}{4}$. Si pour le reste on vouloit suivre l'hypothese $\mu = \frac{3}{2}$;

dans

dans le premier cas a feroit égal $= \frac{8}{9}(m - 1)\frac{2\varepsilon + 3h}{\varepsilon}$; & $b = 9(m - 1)\frac{2\varepsilon + 3}{3\varepsilon}\Big)h$; dont on déduiroit la valeur de w pour les hypothefes de réfraction.

Le dévelopement de deux cas fera voir, que cette hypothefe n'a pas les avantages des précédentes.

La premiere lentille inégalement convexe, ayant une de fes faces d'un petit rayon, met les mêmes bornes à l'ouverture des lentilles, & réduit les oculaires à une petiteffe extreme.

HYPOTHESE CINQUIEME.

$\alpha = \frac{8}{9}, \quad \mu = \frac{3}{2}.$

Ayant $a = \frac{8}{9}(m - 1)\frac{2\varepsilon + 3h}{3\varepsilon}$; &

$$b = 9(m - 1)\frac{2\varepsilon + 3h}{3\varepsilon}.$$

Il en réfulte pour les 3 hypothefes de réfraction

1. $m = 1{,}53.\ w = -0.669661 \pm \sqrt{\left(0.019030 + 1.623632\frac{2\varepsilon + 3}{2\varepsilon}\right)}$

2. $m = 1{,}54.\ w = -0.678648 \pm \sqrt{\left(0.021744 + 1.647911\frac{2\varepsilon + 3}{2\varepsilon}\right)}$

3. $m = 1{,}55.\ w = -0.687676 \pm \sqrt{\left(0.024545 + 1.673096\frac{2\varepsilon + 3}{2\varepsilon}\right)}$

Pre-

Premiere espece.

e étant égal $= 15$, ou la distance entre les deux lentilles étant fixée à $\frac{1}{15}h$, ou du foyer commun.

Soit $e = 15$; il y aura

$$a = \tfrac{33}{40}(m - 1)h; \ \&$$
$$b = \tfrac{33}{5}(m - 1)h.$$

dont résulte pour les 3 hypotheses de réfraction

$$m = 1{,}53.\ w = -\ 0.669667 \pm \sqrt{1.805034} = 0.673854$$
$$m = 1{,}54.\ w = -\ 0.678648 \pm \sqrt{1.832018} = 0.674872$$
$$m = 1{,}55.\ w = -\ 0.687676 \pm \sqrt{1.864950} = 0.677955$$

& le calcul suivant

$m =$	1. 530000	1. 540000	1. 550000
$w =$	0. 673854	0. 674872	0. 677955
$m - w =$	0. 856146	0. 865128	0. 872045
$m - w - 3 = -$	0. 643854	0. 634872	0. 627955
$1 - m + w =$	0. 143854	0. 134872	0. 127955
$l(m - 1 =$	9.7242759	9.7323938	9.7403627
$l(m - w - \frac{3}{2}) = -$	9.8087874	9.8026862	9.7979286
$l(1 - m + w) =$	9.1579220	9.1299219	9.1070573
$l - \frac{c}{h} =$	9.9154885	9.9297076	9.9424341
$l\,\frac{d}{h} =$	0.5663539	0.6024719	0.6333054
$a =$	0.437250h	0.445500h	0.453750h
$b =$	3.498000h	3.564000h	3.630000h
$c = -$	0.823168h	0.850565h	0.855859h
$d =$	3.684290h	4.003795h	4.298386h

La premiere face de la lentille convexe, qui détermine l'ouverture, étant d'un rayon très petit, fait perdre les avantages des hypotheses précédentes.

Un

Un autre dévelopement, en prenant e très-petit, égal à 3, pour mettre une grande distance entre les lentilles, fera voir s'il y a à gagner.

Seconde espece.

$$e = 3.$$

Soit $e = 3$, il y aura;

$$a = \tfrac{9}{8}(m - 1)h; \quad \&$$
$$b = 9(m - 1)h,$$

dont résulte pour les 3 hypotheses de réfraction.

$m =$	1. 530000	1. 540000	1. 550000
$w = -$	0. 897019	0. 900468	0. 903238
$m - w =$	0. 632981	0. 639532	0. 645762
$m - w - \frac{3}{2} = -$	0. 867019	0. 869468	0. 854238
$1 - m + w =$	0. 367081	0. 360468	0. 354238
$l(m - 1) =$	9.7242789	9.7323938	9.7403627
$l(m - w - \frac{2}{3} = -$	9.9398285	9.9347347	9.9315789
$l(1 - m + w =$	9.5647619	9.5568667	9.5492952
$l - \frac{c}{h} =$	9.7862474	9.7076591	9.8087588
$l\,\frac{d}{h} =$	0.1595140	0.1755271	0.1910675
$a =$	0.596250h	0.607500h	0.618750h
$b =$	4.770000h	4.860000h	4.950000h
$c = -$	0.611290h	0.627565h	0.643848h
$d =$	1.443823h	1.498053h	1.552628h

On gagne un peu: le rayon de la premiere face de la lentille convexe est un peu plus grand que dans le cas précédent, mais beaucoup plus petit que dans les autres hypotheses. Il y auroit plus d'avantage en prenant $a = \frac{3}{4}$, ou environ, mais l'oculaire deviendroit excessive-

ment

ment petit; & le dévelopement de ces deux cas prouve l'inutilité des recherches qu'on voudroit pouſſer plus loin dans cette hypotheſe.

Je déveloperai enfin une hypotheſe, qui fait obtenir des objectifs d'un genre différent des précédents; en ſuppoſant la quantité μ négative.

La premiere lentille AB deviendra alors concave, & la ſeconde CD vers l'oculaire convexe.

Le dévelopement général fera voir, qu'elle n'eſt gueres avantageuſe.

HYPOTHESE SIXIEME

dans laquelle la premiere lentille vers l'objet devient concave, & la ſeconde vers l'oculaire convexe.

Fixons $\mu = 2$, & $\alpha = \frac{1}{2}$; afin que la premiere lentille reſte également concave.

Il en réſulte

$$M = -8\left(\frac{\varepsilon - 2}{3\varepsilon}\right);$$

La quantité $-2F - 9\varepsilon + 8\left(\frac{\varepsilon - 2}{3\varepsilon}\right)\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}B + D\right.$, devroit être poſitive; mais elle ſe réduit dans l'hypotheſe de réfraction 1,54; par exemple à $-2.307558 + \frac{8}{3}.\,0.394255.\frac{\varepsilon - 2}{\varepsilon}$; toujours négatif.

Il faudroit par conſéquent donner à μ, une plus grande valeur.

Rendons $\mu = 3$; M ſera $= -\frac{27(\varepsilon - \mu)}{4\varepsilon}$; & la quantité $-3F - 16\varepsilon + \frac{27(\varepsilon - \mu)}{4\varepsilon}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right)B + D$, ſera également négative.

Il faudroit rendre $\mu = 7$, au moins, pour l'obtenir positive. Mais, en lui donnant une si grande valeur, les deux lentilles n'auront, à cause de la grande projection de leur foyer commun, que des foyers si petits, & leurs courbures seront des êtres de si petites spheres, que les lunettes ne seront d'aucun usage.

J'observerai 1) que les deux quantités μ & ε, arbitraires qu'on peut fixer à volonté, fournissent une infinité d'especes d'objectifs exemts de la confusion causée par l'ouverture des lentilles; entre lesquels on peut choisir les plus avantageux & les plus propres pour l'exécution.

2) Qu'on pourra déterminer la figure des deux lentilles, aussitôt que leur distance e, & leurs foyers sont donnés, pourvu que la premiere soit concave & l'autre convexe, pour remédier à la confusion qui nait de l'ouverture.

Supposons la distance du foyer de la première lentille AB $= 3e$; & celle de la seconde CD $= \eta e$.

Les équations

$$3e = \frac{3h}{\varepsilon} = \frac{h(\varepsilon + \mu)}{\varepsilon\mu}; \text{ \&}$$

$$\eta e = \frac{\eta h}{\varepsilon} = \frac{h}{\mu - 1}; \text{ donnent}$$

$\varepsilon + \mu = 3\mu$; & $\eta(\mu - 1) = \varepsilon$; il y aura par conséquent $\eta\mu + \mu - \eta = 3\mu$; & $\mu = \frac{\eta}{1 + \eta - 3}$; &

$$\varepsilon = \frac{(3 - 1)\eta}{1 + \eta - 3}.$$

Mais il faut $\mu > 1$; par conséquent; $1 + \eta > 3$; & $3 > 1$; ou 3 doit être contenu entre les limites 1, & $1 + \eta$.

Je remarquerai encore, que ces objectifs formés de deux lentilles, représentent les images des objets de la même grandeur, que feroit une lentille simple dont la distance du foyer seroit

$$= \left(\frac{\varepsilon + \mu}{\varepsilon}\right) h;$$

En y joignant par conséquent un oculaire dont le foyer seroit $= r$; on obtiendra une multiplication $= \frac{\varepsilon + \mu}{\varepsilon} \cdot \frac{h}{r}$.

Il seroit possible de former des oculaires, sur les principes de ces objectifs de deux lentilles, en prenant la quantité h, très petite; pour rendre $\frac{\varepsilon + \mu}{\varepsilon} =$ à la distance du foyer que l'oculaire doit avoir.

L'espece de la cinquieme hypothese où α est égal à $\frac{3}{4}$, seroit la plus propre pour cela, les rayons des courbures des lentilles étant assez grands.

Ces oculaires, s'il est possible de les exécuter avec la précision nécessaire, placés de maniere que la lentille convexe regarde l'oeil, exemts de la confusion de l'overture, auroient l'avantage de prévenir la confusion que produisent les oculaires simples, lorsqu'on les employe d'un très-petit foyer pour obtenir de grandes multiplications.

Je tâcherai de la déveloper en peu de mots de la formule générale de Mr. Euler, (dans le 13 Tome du Recueil de l'Académie) qui exprime le diametre de la confusion qui résulte de la figure des lentilles d'une lunette en général, quel que soit le nombre de lentilles

$$\frac{\mu x^3}{4\alpha^3}\left(\lambda m + \frac{m\phi(B+1)(\lambda'(B+1)^2 + \nu B)}{B^3(\mathfrak{B}\pi - \phi)} + \&c.\right.$$

J'omets les termes rélatifs aux lentilles qu'on désigne par le nom des oculaires très-petits; le dernier terme, qui répond à l'oculaire sera en po-

posant son foyer égal à v; $= \frac{\lambda^{(n)} \alpha^3}{m^3 v^3}$; & cette confusion, pour ne pas troubler la représentation, doit être moindre que $\frac{4\mu}{\varkappa^3}$; le caractere $\varkappa$ est un nombre dont la valeur est entre 40 & 50.

Le foyer de la premiere lentille convexe étant exprimé par α, & son ouverture par x; si m exprime le grossissement, il faut prendre $x = \frac{m}{50}$ pouces, pour obtenir le dégré de clarté nécessaire. Exprimant ensuite le foyer de la seconde lentille concave par $-q$, & l'intervalle entre les deux lentilles par d; les formules précédentes donnent $d = \frac{\mathfrak{B}\pi}{\mathfrak{B}\pi - \Phi}\alpha$, & $q = -\frac{\mathfrak{B}\Phi}{\mathfrak{B}\pi - \Phi}\alpha$; par consequent $\frac{d}{q} = -\frac{\pi}{\Phi}$; & $d = \frac{\mathfrak{B}d}{\mathfrak{B}d + q}\alpha$; ou $\mathfrak{B} = \frac{q}{\alpha - d}$, & $B = \frac{\mathfrak{B}}{1 - \mathfrak{B}} = \frac{q}{\alpha - d - q}$; les bornes par conséquent d'une confusion insensible seront exprimés par la formule

$$\frac{x^3}{\alpha^3}\left(\lambda m - \frac{m(\alpha-d)^2(\lambda'(\alpha-d^2)+vq(\alpha-d-q)}{\alpha q^3} \ldots\ldots + \frac{\lambda^{(n)}\alpha^3}{m^3 v^3}\right) < \frac{1}{\varkappa^3}.$$

Il résulte enfin du dévelopement de toutes ces différentes hypotheses;

1) Que la moindre projection du foyer positif de la premiere lentille également convexe, ou l'hypothese de la quantité μ la moindre, est la plus avantageuse.

2) Que l'augmentation de la distance entre les deux lentilles, ou la quantité ε la moindre, qui donne la plus grande distance entre les deux lentilles qui forment l'objectif, fait obtenir dans toutes les différentes hypotheses les plus grands avantages; mais, dans cette distance, il faudroit avoir égard à un point

fort intéreſſant qui eſt le champ; il faudroit ne pas éloigner la ſeconde lentille au point qu'elle lui faſſe du tort.

3) Que ſi la premiere lentille qui regarde l'objet doit être également convexe;

4) la quantité a doit toujours être priſe égale à $\frac{1}{2}$; mais, en prenant les faces inégales, on auroit l'avantage d'une moindre confuſion à corriger; & les faces de la ſeconde lentille négative ſeroient moins courbes, & permettroient plus d'ouverture; le principe qui ſeroit à ſuivre ſeroit celui de l'équilibre qui donneroit les faces les plus grandes pour les deux lentilles.

5) Que le verre le plus denſe, ou de la plus forte réfraction, eſt le plus avantageux;

Que ce n'eſt qu'en ſuivant ces principes, qu'on obtient les avantages qu'on deſire.

1) Les faces des lentilles priſes dans des êtres de très grandes ſpheres; qui permettent

2) de donner aux lentilles de très grandes ouvertures;

3) d'obtenir une très grande clarté, par une lumiere abondante; &

4) des groſſiſſements conſidérables, par l'emploi de petits oculaires; &

5) des lunettes très courtes, & d'un ſervice aiſé & commode.

Il ne reſte qu'a ſoumettre à l'examen l'arrangement des oculaires, pour faire diſparoitre les couleurs qui naiſſent de la différente réfrangibilité des rayons; & pour faire obtenir le champ dans toute ſa grandeur, tels que les lunettes l'admettent, & peuvent le faire obtenir.

Le foyer commun de deux lentilles qui forment l'objectif tombant à la diſtance égale a $\frac{-q(a-d)}{a-d-q}$ qui doit être poſitive; q doit être plus grand que $a-d$.

En

En exprimant toutes les mesures en pouces; parceque x étoit égal $\frac{m}{50}$ pouces, & prenant $x = 50$; le membre de la formule précédente $\lambda m - \frac{m(a-d)^2}{aq^3}(\lambda'(a-d)^2 - vq(q-a+d)) + \frac{\lambda^{(n)}a^3}{m^3v^3}$ sera moindre que $\frac{a^3}{m^3}$.

Et il s'ensuit que la confusion qui résulte d'un seul oculaire trouble déjà la représentation lorsque $\frac{\lambda^{(n)}}{v^3}$, est plus grand que l'unité; ou que le foyer de l'oculaire v est moindre que $\sqrt[3]{1,63}$ pouces, ou $1\frac{1}{6}$ pouces, $\lambda^{(n)}$ étant à peu près $= 1,63$.

Il en résulte une conséquence très contraire à l'emploi de petits oculaires pour obtenir de grandes multiplications; qu'on ne retireroit que peu d'avantage d'un objectif delivré de toute confusion en le joignant avec un oculaire au dessous d'un pouce de foyer qui troubleroit la représentation.

Mais, comme la confusion diminue en raison du cube de la distance du foyer augmentée, la confusion devient insensible, lorsque le foyer de l'oculaire est au dessus de deux pouces.

Et la seconde lentille concave ou ménisque, formée avec la précision nécessaire pour remédier absolument à la diffusion de la premiere lentille, feroit obtenir en même tems le moyen de corriger la confusion de l'oculaire dans l'augmentation du rayon des faces de la seconde lentille & de sa distance de la premiere lentille convexe, en ajoutant la quantité qui exprime cette confusion aux formules, qui expriment les rayons des faces de la seconde lentille.

La confusion de l'oculaire étant dépendante du grossissement, elle sera à peu près égale à l'unité divisée par la multiplication $\frac{1}{m}$;

mais

mais, comme cette confusion a des limites dans lesquelles elle est plus ou moins sensible, on peut ajouter ou soustraire à $\frac{1}{m}$ la particule $\frac{\alpha^3}{m x^3 \varkappa^3}$ qui sera égale a $\frac{4\alpha^3}{3m^4}$; le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif x étant $= \frac{m}{50}$ pouces, & prenant $\varkappa = 45$; la précision à laquelle on peut s'attendre de la part de l'artiste dans l'exécution exacte des rayons des faces des lentilles, décidera avec cela des bornes auxquelles on étendra cette confusion, pour rendre la confusion de l'objectif, de positive qu'elle étoit négative, au point nécessaire pour corriger celle des oculaires.

La représentation est confuse, lorsque chaque point de l'objet n'est pas représenté au fond de l'oeil par un point, mais par un petit cercle, dont le demi-diametre est exprimé en pouces, dans les formules précédentes.

La grandeur de ce petit cercle décide du degré de la confusion, qui deviendra insensible, lorsqu'il sera réduit à une certaine petitesse.

L'expérience apprend que, pour les telescopes, il doit être renfermé dans les bornes de la réfraction $\frac{0{,}93819}{a^3 \alpha} = \frac{\mu}{4.30^3} = \frac{\mu}{4\varkappa^3}$, le caractere $\varkappa$ exprimant un nombre de 30 ou moindre.

Par rapport aux lentilles, cette confusion, ou la différence entre les foyers des rayons du centre & du bord, est comme le quarré du diametre de l'ouverture; & cet espace de la diffusion des foyers sera exprimé pour les objectifs par la formule;

$$\frac{\mu x^2}{p} (A + 1)^2 + \nu A),$$

&

& pour les autres lentilles rapporter aux mêmes distances a & α, en leur donnant les mêmes ouvertures par

$$\frac{\mu x^2}{p}(\lambda(A+1)^2+\nu A).$$

De sorte que les deux distances, celle de l'objet infinie devant l'objectif $= a$, & celle de l'image derriere lui $= \alpha$, étant données; on peut former l'objectif auquel répond cet espace de diffusion d'une double maniere, pourvu que le caractere λ ne soit pas au dessous de l'unité.

Comme ces formules expriment les limites d'une représentation nette & confuse, elles mettent en état de fixer les bornes dans lesquelles l'exécution peut s'écarter de la précision que prescrit la théorie, avant que la confusion devienne sensible.

Les hypotheses de la moindre projection du foyer de la premiere lentille convexe, qui promettent les avantages les plus considérables, sont sujettes à de grandes difficultés; les mesures & les proportions sur lesquelles l'Artiste est obligé de travailler sont si petites, & les deux termes d'une représentation distincte & confuse ont si peu de latitude, que l'exécution peut-être n'est pas possible.

Les hypotheses moins avantageuses d'une projection considérable, qui donnent les limites de la vision plus étendue & les proportions plus grandes dans les rapports des foyers des deux lentilles offrent plus de facilité pour l'exécution: c'est l'expérience & l'habileté de l'Artiste qui en décideront.

M. Euler a développé par un calcul très ingénieux, le degré de précision nécessaire dans l'exécution, ou les bornes des écarts qu'on peut permettre, sans que la vision soit troublée sur les différents rapports qu'on peut établir entre les foyers de la premiere lentille convexe & de la seconde concave.

Dans l'hypothese de l'égalité de ces deux rayons, si le foyer commun des deux lentilles doit être à celui d'un objectif simple com-

 me

me 1 à 4; c'eſt à dire, que ſon effet ou le groſſiſſement que l'objectif composé admet, réponde à celui d'une lunette avec un objectif ſimple 4 fois plus longue; l'Artiſte doit ne pas manquer les faces de $\frac{1}{849}$ partie de leurs rayons.

Si le foyer de l'objectif composé doit être réduit à la moitié de celui d'une lentille ſimple, l'erreur peut aller à $\frac{1}{100}$ partie des rayons des faces.

Si le foyer de l'objectif composé n'eſt plus court que $\frac{1}{3}$; l'erreur peut aller à $\frac{1}{30}$ partie des rayons des faces.

$n = 2$ Si le foyer négatif de la ſeconde eſt double de celui de la premiere convexe.

le	foyer	réduit	à $\frac{1}{4}$,	l'erreur	ne	peût	être	que d'un	$\frac{1}{333}$
—	—	—	à $\frac{1}{3}$	—	—	—	—	—	$\frac{1}{100}$
—	—	—	à $\frac{1}{2}$	—	—	—	—	—	$\frac{1}{30}$

$n = 3$ Si le foyer négatif de la lentille eſt triple de celui de la lentille convexe,

le	foyer	réduit	à $\frac{1}{4}$,	l'erreur	ne	peut	aller	qu'à un	$\frac{1}{331}$
—	—	—	à $\frac{1}{3}$	—	—	—	—	—	$\frac{1}{100}$
—	—	—	à $\frac{1}{2}$	—	—	—	—	—	$\frac{1}{30}$

$n = 4$ Si le foyer négatif de la ſeconde lentille eſt quadruple de celui de la lentille convexe,

le	foyer	reduit	à	$\frac{1}{4}$,	l'erreur	peut	aller	à un	$\frac{1}{210}$
—	—	—		$\frac{1}{3}$	—	—	—	—	$\frac{1}{109}$
—	—	—		$\frac{1}{2}$	—	—	—	—	$\frac{1}{30}$

$n = 5$ Si le foyer négatif de la ſeconde lentille eſt quintuple de celui de la lentille convexe,

le	foyer	reduit	à	$\frac{1}{4}$,	l'erreur	peut	aller	à un	$\frac{1}{200}$
—	—	—		$\frac{1}{3}$	—	—	—	—	$\frac{1}{100}$
—	—	—		$\frac{1}{2}$	—	—	—	—	$\frac{1}{30}$

Si

Si le grossissement est $= m$, la distance du foyer de l'objectif composé, ou le foyer commun des deux lentilles à compter depuis la premiere $d + p$ est $\frac{m\sqrt[3]{m}}{2,07}$; & en employant un objectif simple, on peut prendre sa distance de foyer $\frac{m\sqrt[3]{m}}{1,33}$.

Cette progression fait voir que les avantages augmenteroient avec l'augmentation du rapport entre les foyers des deux lentilles, ou en augmentant celui de la seconde lentille négative; en le supposant infini: il ne faudroit qu'une précision qui ne manqueroit pas les rayons des faces de $\frac{1}{100}$. Mais plus on augmente le foyer négatif du ménisque, ou de la seconde lentille, plus ces deux faces deviennent égales; ce qui est sujet à de grands inconvénients dans l'exécution: & comme les avantages ne croissent que très insensiblement, & sont peu considérables depuis le rapport d'un à 5 entre les foyers des deux lentilles; l'hypothese du foyer négatif, quintuple de celui de la premiere lentille convexe, est celle qui est la plus propre & la plus avantageuse pour l'exécution.

Je finirai par quelques réflexions qui découlent de la Théorie d'une Dioptrique raisonnée, & fondée sur les vrayes loix de la nature, & du Mémoire de Mr. Dollond, nécessaires pour l'éclaircissement de mon sujet.

Il résulte de la Théorie de la différente réfrangibilité des rayons, & de l'influence qu'elle sur la représentation des objets à travers les lunettes; qu'il n'est pas absolument nécessaire que l'objectif soit délivré de la dispersion des couleurs; qu'en remédiant à la diffusion du foyer causée par la figure sphérique des lentilles, les oculaires acquiérent la propriété heureuse de redresser le défaut de la diverse réfrangibilité des rayons, de ranger les images dispersées dans une même direction. Ce qui ne peut pas avoir lieu, quand par la confusion d'une trop grande ouverture, les images des rayons du centre & de la cir-

conférence de l'objectif sont étendues par un si grand espace, que les rayons des diverses couleurs deviennent trop divergents pour pouvoir être rangés dans la même direction par les oculaires.

C'est le cas, selon toutes les apparences, de l'objectif de M. Dollond, qui a eu le bonheur, dû à ses talens, & à sa grande habileté dans l'exécution, de travailler selon les principes de cette derniere Théorie de M. Euler, quand il croyoit travailler sur les principes d'une Théorie toute différente; & de combiner heureusement deux lentilles faites sans doute avec une précision admirable: dont l'une ne corrige pas seulement la diffusion des images que l'autre produit par sa grande ouverture, mais corrige peut-être de même la confusion qui résulte de la figure sphérique des oculaires; qui admettent une lumiere abondante, procurent une grande clarté, & permettent de multiplier les objets extrémement par l'emploi de petits oculaires.

La diversité de deux sortes de verres d'une différente réfraction, en diminuant même un peu la diverse réfrangibilité des rayons, n'y a aucune part; comme le supposent Mrs. Short & Dollond; la même sorte de verre, d'une même réfraction, pour les deux lentilles, qui forment l'objectif, fera le même effet.

L'objectif de M. Dollond dont les deux lentilles qui le forment, sont comme 2 à 3. répond a celui dont la lentille convexe, exprimée dans le calcul par la quantité λ, a le foyer égal à 1,5.

Il se peut que le rapport entre les rayons des faces de ses lentilles concaves soit un peu différent des formules de Mr. Euler, étant d'un verre d'une plus grande réfraction; mais il n'est pas moins vrai, que la diversité du verre ne contribue en rien à la perfection de l'objectif, qui seroit également bon, n'étant que de la même sorte de verre de la lentille convexe.

La diminution de la dispersion des couleurs, que cette différente réfraction de deux sortes de verre pourroit produire, est trop petite pour être sensible: il faudroit que λ fut moindre que 1,2, comme il est aisé de le prouver.

La

La disperſion des couleurs, quelque grande, que ſoit la différence de la réfraction du verre que Mr. Dollond a employé, ne peut être diminuée que d'un $\frac{1}{12}$.

Il avoue lui-même, que les premiers objectifs qu'il forma en conſéquence de ſes principes où de la diverſe réfraction qu'il ſuppoſoit dans ſes verres, eurent le même inconvénient, celui d'une trop grande courbure, qu'il avoit rencontré dans l'emploi du verre & de l'eau.

Une expérience facile peut prouver à Mrs. Short & Dollond, l'erreur dans la quelle ils ſont, que cet objectif eſt exemt de la diſperſion des couleurs; ils n'ont qu'à examiner dans une chambre obſcure la diſtance du foyer formé par les rayons rouges & violets; pour ſe convaincre, par la même différence, que Newton a établie pour les verres ordinaires, que cet objectif eſt ſujet à la diverſe réfrangibilité comme les lentilles ſimples.

Il faudroit des verres, qui avec la même réfraction moyenne produiſiſſent, à l'égard du verre ordinaire une diſperſion double ou triple; & l'ouverture dont les lentilles ſeroient ſuſceptibles alors porteroient ſans doute les lunettes au plus haut degré de perfection, dont elles ſont ſuſceptibles.

J'ai eſſayé de former des verres avec un mêlange conſidérable de minium & d'alcali fixe, qui m'ont paru produire une diſperſion aſſez forte; mais comme dans le creuſet le mouvement de giration du flux le remplit de bulles & d'ondes, ils n'étoient pas propres pour les expériences qu'il faudroit faire; & je n'ai pas été à même de faire fondre & rouler ces compoſitions en maſſes aſſez grandes dans une fabrique à glaces.

Il m'a paru de même, que le verre en le faiſant rougir au feu, éprouve du changement dans la réfraction; les expériences par leſquelles on s'aſſureroit d'un effet marqué permanent & durable, pourroient n'être pas inutiles.

Si j'ai tâché de répandre du jour, pour conſerver les titres précieux de la propriété la plus légitime d'un bien qui nous appartient,

tient, sur l'état présent de la Dioptrique; sur les vrais moyens de perfectionner les lunettes; & sur les grandes obligations qu'elle a à M. Euler, dont les travaux heureux l'élevent au degré de perfection qui lui manquoit; je me fais un plaisir de rendre justice à la découverte admirable de M. Dollond, comme une des plus belles qu'on ait faites de nos jours. Si la Dioptrique compte pour la connoissance de ses loix comme des époques marquées, les noms des Keplers, des Huyghens, des Newtons & des Eulers; c'est à celui-ci qu'on aura l'obligation d'avoir demontré par l'exécution la vérité de leurs préceptes sublimes.

Avec les milieux réfringens connus, la recherche difficile dans laquelle on s'est égaré, des objectifs exemts de la dispersion des couleurs, devient inutile absolument; la grande courbure qu'on est obligé de donner aux arcs des petites spheres qui forment les lentilles, met des bornes trop étroites à leur ouverture, les fait manquer d'une qualité essentielle, qui est la clarté, dont le défaut ne permet pas l'emploi d'oculaires assez petits pour grossir les objets.

L'objectif excellent dont on doit la Théorie & les principes de construction à M. Euler, & que Mr. Dollond a exécuté, est le seul moyen pour porter les lunettes à ce degré de perfection qu'on désire. Exemt de la diffusion du foyer, qui nait de l'ouverture, la diverse réfrangibilité des rayons ne trouble gueres la représentation des objets; elle disparoit & devient insensible, quoiqu'elle existe; l'oculaire, en rangeant dans une même direction les divers rayons, en cache la diversité à l'oeil; susceptible d'une ouverture égale à celle des miroirs, il promet une clarté, & une multiplication peut-être supérieure; à moins que la figure sphérique des oculaires ne fasse rencontrer de nouveaux écueils qui fassent échouer les plus belles espérances.

Les Journaux annonçant cette belle découverte faite de même en France, par un ouvrage qui a pour titre: *Description & usage de divers Ouvrages & Inventions de Passement, Ingénieur du Roy au Louvre, à Paris*, 1760.

Selon l'extrait de cet Ouvrage, une lunette de 6 pouces de cet habile homme grossit 40 fois, ce qui répondroit à l'effet d'une bonne lunette ordi-

dinaire de 3 pieds; on pourroit ſuppoſer l'oculaire de ⅓ de pouce de foyer, & l'ouverture de l'objectif d'un pouce de diametre.

Une lunette de 5 pieds doit répondre à l'effet d'une lunette ordinaire de 100 pieds, dont l'oculaire de 5 à 6 pouces groſſit 180 ou 200 fois; l'oculaire ſeroit de ⅓ de pouce de foyer, & l'objectif pourroit avoir 6 pouces d'ouverture.

Les obſervations de la Lune qu'on annonce égalent celles de Milord Morton & de Mr. le Monnier faites avec un teleſcope qui groſſiſſoit 600 fois. On marque, qu'il fait des lunettes, avec lesquelles on diſtingue l'action d'une perſonne à 30 lieues de diſtance, & d'autres de nuit par lesquelles on apperçoit dans l'obſcurité des objets fort éloignés. La grande ouverture de ce genre d'objectifs peut faire obtenir, en renonçant à la trop grande multiplication, des lunettes d'un uſage admirable par des tems ſombres, & couverts, ou la nuit au clair de la Lune & des Etoiles, par l'emploi d'oculaires d'un foyer plus éloigné, & d'une plus grande ouverture.

L'annonce trop vague ne permet pas de porter un jugement ſur ces ouvrages admirables, ni de fonder aucune conjecture, ſi les devis, que feu M. de Maupertuis a envoyés à Mr. le Duc de Chaulnes ou à M. l'Abbé Outhier, & M. Euler à M. du Hamel, ont guidé l'habileté & les heureux talens de M. Paſſement.

Les orages qui environnent Berlin depuis quelques années, n'ont pas permis de porter les eſſais qu'on a faits, à ce degré de perfection, & de produire ces mêmes merveilles, ſur lesquelles je ne ſerois pas le maitre d'avoir encore quelques doutes, ſi la publicité des annonces, les talens ſupérieurs de Mrs. Dollond & Paſſement, & l'autenticité du témoignage de M. Short, ne me raſſuroient pas. Il n'a pas été poſſible de mettre l'Artiſte en état de ne s'occuper que d'un tel ouvrage, pour dévéloper tous ſes talens, & pour ne pas ſurmonter ſeulement, par des eſſais en grand nombre, les difficultés & les incertitudes de l'exécution; pour vérifier encore toutes les différentes hypotheſes ſur lesquelles la Théorie fonde ſes préceptes.

Muſes

Muſes, Enfans du ciel, où regne la lumiere, la paix, la tranquillité & le bonheur, qui avez daigné deſcendre de votre celeſte ſejour, pour offrir vos dons précieux aux pauvres mortels, incapables d'en jouir, ne ceſſez pas d'être propices à Berlin, azile des vertus de Sparte, & des talens d'Athenes.

L'Aurore du beau jour paroit, qui va diſſiper la nuit affreuſe, dont les épaiſſes ténebres ne laiſſoient appercevoir que les éclairs effrayants & les éclats du foudre, qui menacoient de la deſtruction une partie de l'Europe.

Jours heureux & à jamais mémorables, vous promettez de rendre aux ſciences, aux arts & à l'induſtrie effrayés, leur Protecteur, & aux peuples déſolés le Pere de la Patrie. L'aimable paix éléve ſa voix douce & ſonore dans l'Europe. Puiſſe-t-elle faire reconnoitre ſes droits ſacrés, impoſer ſilence aux trompettes de Mars & de Bellone; & faire taire les cris de la haine implacable & de la diſcorde en fureur.

Vous qui décidez du ſort des Nations, ne tranſmettez à la poſtérité des lauriers enſanglantés, que couverts de l'olivier, qui caractériſe le Roi Pere de ſes Peuples, & le Héros que le Genre humain met au nombre de ſes bienfaiteurs. Rome vit ſuccéder aux horreurs des guerres civiles, ce regne heureux & juſte, ce Siecle de lumiere & de clarté, qui honorent l'humanité, & que nous regardons comme l'Epoque de ſa grandeur.

Puiſſent les Triomphes de Fréderic comme ceux d'Auguſte, je puis ajouter, les revers qui éprouvent ſes vertus, combler la Pruſſe, & tous les Peuples qui partagent & déplorent avec elle les malheurs de la guerre la plus funeſte, du même bonheur, & effacer par des bienfaits ſans meſure jusqu'au ſouvenir des maux qui les affligent aujourdhui.



DE

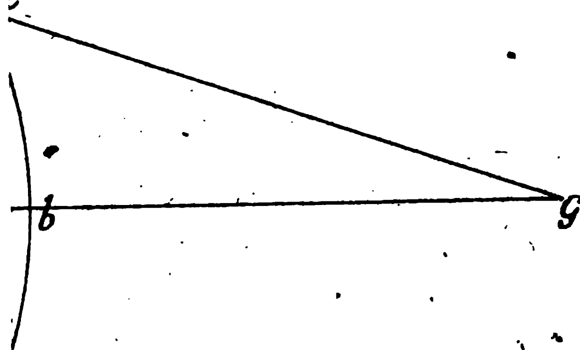
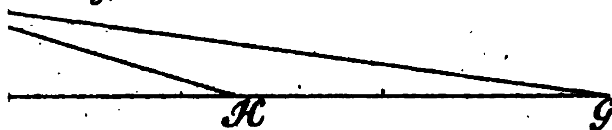


Fig. 2.



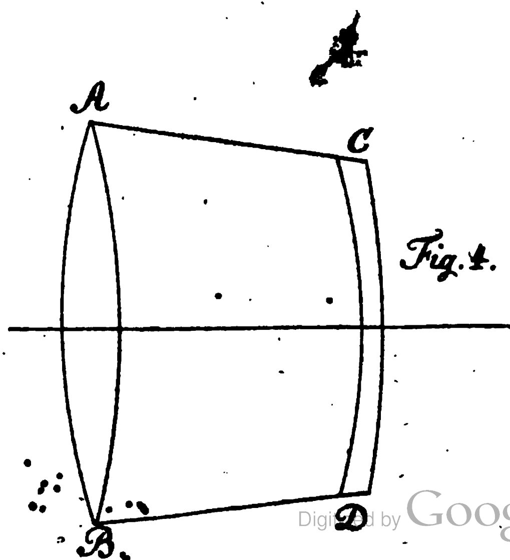


Fig. 4.

DE LA
PROPAGATION DU SON.
PAR M. EULER.

1.

Les Phyſiciens auſſi bien que les Géometres ſe ſont donné bien de la peine pour expliquer, comment le ſon eſt tranſmis par l'air, mais il faut avouer que la Théorie en a été jusqu'ici fort incomplette. Ce que le Grand Newton a donné ſur cette matiere eſt plus ingénieux que ſuffiſant, ayant fondé ſes raiſonnemens ſur des hypotheſes purement arbitraires; & M. de la Grange, très ſavant Géometre à Turin, vient de remarquer très judicieuſement dans le premier Volume des *Miſcellanea Phyſico-Mathematica* publiés à Turin A. 1759, que quelques autres hypotheſes qu'eût priſes Newton, il en auroit tiré les mêmes concluſions. Cela pourroit bien ſuffire pour nous aſſurer de la juſteſſe des concluſions, qui regardent la viteſſe dont le ſon eſt tranſmis par l'air; mais le vrai mouvement dont les particules de l'air ſont ébranlées ſucceſſivement, nous demeure également inconnu: & nous ne ſaurions nous vanter de comprendre la propagation du ſon, à moins que nous ne fuſſions en état d'expliquer clairement, comment ces ébranlemens ſont engendrés & transmis dans l'air.

2. Tous ceux qui ont traité cette matiere après Newton, ou ſont tombés dans le même défaut, ou voulant approfondir le vrai mouvement de l'air, ſe ſont précipités dans des calculs intraitables; d'où l'on ne ſauroit abſolument tirer aucune concluſion; & je dois avouer qu'il m'eſt arrivé l'un ou l'autre, toutes les fois que j'ai entrepris cette recherche. Je fus donc bien agréablement ſurpris, lorsque je vis dans cet excellent Livre que je viens d'alléguer, que M. de la Grange a ſurmonté heureuſement toutes ces difficultés, & cela par des calculs,

qui paroiſſent tout à fait indéchiffrables. C'eſt ſans contredit une des plus importantes découvertes, qu'on ait faites depuis longtems dans les Mathématiques, & qui nous pourra conduire à bien d'autres.

3. En examinant ces calculs prodigieux, j'ai penſé d'abord s'il ne ſeroit pas poſſible de parvenir au même but par une route plus facile; & après quelques efforts j'y ſuis arrivé. J'aurai donc l'honneur d'expliquer ici la méthode qui me ſemble la plus propre pour cette recherche; mais, quelque ſimple qu'elle puiſſe paroitre, je dois proteſter qu'elle ne me ſeroit pas venue dans l'eſprit, ſi je n'avois vu l'ingénieuſe Analyſe de M. de la Grange. Il y a une circonſtance qui nous arrêteroit tout court, ſi l'Analyſe n'étoit applicable qu'à des quantités continues, ou dont la nature puiſſe être repréſentée par une courbe reguliere, ou renfermée dans une certaine équation. Ce n'eſt donc que l'adreſſe d'introduire des quantités diſcontinues dans le calcul, qui nous peut conduire à la ſolution cherchée: & cela ſe peut faire d'une maniere ſemblable à celle dont j'ai déterminé le mouvement d'une corde, à laquelle on aura donné au commencement une figure quelconque inexplicable par aucune équation.

4. En effet, on n'a qu'à enviſager la propagation du ſon comme elle ſe fait actuellement: l'air étant brusquement agité en quelque endroit, les particules d'air qui en ſont aſſés éloignées, n'en reſſentent d'abord rien: ce n'eſt qu'après un certain tems, qu'elles ſont ébranlées, & depuis elles ſont rétablies dans un parfait équilibre. Concevons donc une particule quelconque, éloignée du lieu où ſe fait l'impulſion, de la diſtance $= x$, & qu'après le tems T elle reçoive l'agitation pendant un moment $= \theta$. Maintenant, ſi nous conſidérons l'état de cette particule, & que nous poſions ſa viteſſe $= v$, elle doit dependre en ſorte de la diſtance x & du tems t, que tant que t eſt moindre que T, il ſoit $v = 0$: ou que la viteſſe v ait une valeur finie, pendant que le tems t eſt pris entre les limites T & $T + \theta$, mais qu'en prenant $t > T + \theta$, la viteſſe v redevienne pour toujours égale à zéro. On voit bien que cela ne ſauroit être repréſenté par aucune fonction reguliere du tems t.

5. Il

5. Il ne faut pas penser qu'une fonction semblable à celles qui représentent les courbes toutes renfermées dans un certain espace, soit propre à exprimer l'état des particules de l'air dans la propagation du son: une telle fonction de t, qui n'auroit des valeurs réelles, que tant que t se trouve entre les unités T & T $+ \theta$, ne convient nullement à notre cas pour exprimer la valeur de v, puisqu'elle donneroit pour les cas où $t <$ T, ou $t >$ T $+ \theta$, des valeurs imaginaires, au lieu que la vitesse v est alors véritablement $= 0$, & point du tout imaginaire. On ne sauroit dire non plus, que la vitesse seroit alors extrèmement petite, mais pourtant variable, afin qu'elle puisse être considérée comme liée par la loi de continuité avec les valeurs finies qu'elle reçoit pendant l'intervalle de tems θ: car, avant l'agitation qui arrive à cette particule, & après, elle se trouve dans un aussi parfait repos que s'il n'y avoit eu jamais d'agitation. C'est sans doute une des principales raisons qui ont empêché de soumetre au calcul la propagation du son.

6. Mr. de la Grange a heureusement évité cet écueil, ayant considéré les particules de l'air comme isolées, sans former un tout continu: & dans cette vue il leur a assigné une grandeur finie, de sorte que le nombre de toutes les particules dispersées par un intervalle quelconque demeurât fini. Il s'est servi de la même méthode, dont il a déterminé dans le même ouvrage les vibrations d'une corde chargée d'un nombre fini de poids; & c'est par cette méthode qu'il a fait voir, par la résolution des équations, que le calcul peut montrer un ébranlement dans une seule particule de l'air, pendant que toutes les autres demeurent en repos. Or à la fin on voit, que le nombre des particules n'entre plus en considération, & que la même circonstance doit avoir lieu en supposant infini le nombre des particules d'air, qui remplissent un certain espace. Tout revient donc à ce qu'on sache introduire des fonctions discontinues dans l'Analyse, qui sert à résoudre ce probleme: ce qui paroit un grand paradoxe.

7. En effet, lorsque je donnai ma solution générale pour les vibrations des cordes, qui comprend aussi les cas où la corde auroit

eu au commencement une figure irréguliere & inexprimable par aucune équation; elle parut dabord fort ſuſpecte à quelques grands Géometres. Et M. d'Alembert aima mieux ſoutenir, que dans ces cas il étoit abſolument impoſſible de déterminer le mouvement d'une corde, que d'admettre ma ſolution, quoiqu'elle ne differe en rien de la ſienne dans les autres cas. Il n'étoit pas même ſuffiſant de faire voir, comme j'ai fait, que ma conſtruction ſatisfaiſoit parfaitement à l'équation différentielle du ſecond degré, qui renferme ſans contredit la véritable ſolution: la diſcontinuité lui parut toujours incompatible avec les loix du calcul. Mais à préſent M. de la Grange ayant juſtifié pleinement ma ſolution, & cela d'une maniere inconteſtable, je ne doute pas qu'on ne reconnoiſſe bientôt la néceſſité des fonctions discontinues dans l'Analyſe, ſurtout quand on verra, que c'eſt l'unique moyen d'expliquer la propagation du ſon.

8. Le paradoxe paroitra encore plus grand, quand je dis, qu'il y a une partie très conſidérable du calcul intégral, où l'on eſt obligé d'admettre de telles fonctions discontinues, auſſi bien qu'on admet des conſtantes arbitraires dans les intégrations ordinaires. Comme le calcul intégral eſt une méthode de trouver des fonctions d'une ou de pluſieurs variables, lorsqu'on connoit quelque rapport entre leurs différentiels du premier ordre, ou d'un plus haut: toute la partie où il s'agit des fonctions de deux ou pluſieurs variables, eſt ſuſceptible de fonctions quelconques, ſans en excepter les discontinues: & cela par la même raiſon, que les fonctions d'une ſeule variable, qu'on trouve par l'intégration, reçoivent une conſtante arbitraire, qu'il faut déterminer enſuite par les conditions eſſentielles à chaque queſtion.

9. Pour mettre cela dans tout ſon jour, cherchons une fonction z de deux variables x & t, de ſorte qu'il ſoit $\left(\frac{dz}{dt}\right) = a\left(\frac{dz}{dx}\right)$, où l'on ſait déjà que $\left(\frac{dz}{dt}\right)$, marque la fraction $\frac{dz}{dt}$, en ne ſuppoſant

que

que t variable, & $\left(\frac{dz}{dx}\right)$, la fraction $\frac{dz}{dx}$, en ne ſuppoſant que x variable. Cette condition eſt ſemblable à celle qui renferme le mouvement des cordes vibrantes, qui eſt $\left(\frac{ddz}{dt^2}\right) = a\left(\frac{ddz}{dx^2}\right)$, qui ne differe de celle-là, que puisqu'il y a ici des différentiels du ſecond degré; de ſorte que les mêmes circonſtances ont lieu dans l'une & dans l'autre. Or il eſt évident qu'on ſatisfait à la condition $\left(\frac{dz}{dt}\right) = a\left(\frac{dz}{dx}\right)$, en prenant pour z une fonction quelconque de $x + at$, ſans en exclure les fonctions discontinues. Car concevant une courbe quelconque tracée de main libre ſans aucune loi, ſi l'on prend l'abſciſſe $= x + at$, l'appliquée donnera une juſte valeur de z, qui ſatisfait à l'équation $\left(\frac{dz}{dt}\right) = a\left(\frac{dz}{dx}\right)$, & puisqu'on ne demande pas autre choſe, il n'y a rien qui nous oblige à croire, qu'une courbe réguliere & continue ſoit plus propre à remplir cette condition, qu'une irréguliere & diſcontinue, & encore moins que celles-ci doivent être exclues.

10. Suppoſons qu'il s'agiſſe du mouvement d'un fil, & que les conditions ſoient telles, qu'il s'enſuive qu'après un tems quelconque t il réponde à l'abſciſſe x une appliquée z en ſorte qu'il ſoit $\left(\frac{dz}{dt}\right) = a\left(\frac{dz}{dx}\right)$: & je dis que prenant z égale à une fonction quelconque de la quantité $x + at$, ou $z = \Phi : (x + at)$, on aura réſolu généralement le probleme, quelque fonction ſoit reguliere ſoit irréguliere que marque le ſigne Φ. Mais la ſignification de ce même ſigne eſt toujours déterminée par la nature de la queſtion, qui ne ſauroit ſubſiſter, à moins que la figure du fil pour quelque moment ſavoir $t = 0$, ne fut donnée; or alors ayant $z = \Phi : x$, cela doit être préciſément l'équation pour la figure initiale du fil, quelle qu'elle ait

été, soit réguliere, soit irréguliere. Maintenant, connoissant cette figure, on en déterminera aisément la figure que le fil aura après un tems quelconque t; car à une abscisse quelconque x il répondra la même appliquée, qui répond dans la figure initiale à l'abscisse $x + at$.

11. C'est sur un semblable raisonnement qu'est fondée ma construction du probleme des cordes vibrantes, & qui est à présent mise à l'abri de toute objection. C'est aussi sur ce même fondement, que j'établirai la solution du probleme sur la propagation du son, & qui me dispensera des calculs embarrassans que M. de la Grange a été obligé de développer. Je conçois donc ce probleme sous le même point de vue que cet habile Géometre, en ne considérant que les particules de l'air qui sont situées sur une même ligne droite, suivant laquelle se fait la propagation du son. Car, quoique le son se répande de toute part également, il semble très certain que la propagation suivant chaque ligne droite n'est pas troublée par les mouvemens des particules voisines autour d'elle. Cependant il seroit bien à souhaiter qu'on pût résoudre cette question en déterminant l'agitation par toute l'étendue de l'Atmosphere: mais on y rencontre des difficultés qui paroissent encore insurmontables. Je m'arrêterai donc comme M. de la Grange, au seul mouvement qui se fait par une ligne droite.

Analyse pour la propagation du son sur une ligne droite.

Fig. 1. 12. Je ne considere donc qu'une seule étendue de l'air suivant la ligne droite AE, tout comme si l'air étoit renfermé dans un tuyau infiniment mince AE, que je supposerai de plus bouché par les deux extrémités en A & E, afin que les circonstances auxquelles il faut appliquer le calcul soient parfaitement déterminées. Soit la longueur de ce tuyau AE $= a$, & sa largeur, que je suppose partout la même & quasi infiniment petite $= ee$, de sorte que le volume d'air contenu dans le tuyau soit $= aee$. Soit d'abord cet air en équilibre, ou de la même densité par toute la longueur du tuyau; de sorte que son elasticité soit aussi par tout la même; que la hauteur h soit la mesure de l'elasticité dans cet état d'équilibre, qu'il faut entendre

en

en ſorte, que l'élaſticité ſoit balancée par le poids d'une colonne d'air, dont la hauteur $= h$, ou bien que chaque particule d'air dans le tuyau ſoit preſſée de part & d'autre par le poids d'une maſſe d'air ſemblable, dont le volume eſt $= hee$, & que l'elaſticité ſoit en équilibre avec cette preſſion.

13. Que cet air dans le tuyau ait maintenant eſſuyé une agitation quelconque, dont l'état d'équilibre ſoit troublé, & pour en repréſenter l'effet, conſidérons trois points infiniment proches, qui dans l'état d'équilibre ayent été en P, Q, R, à des intervalles égaux & infiniment petits $PQ = QR = \omega$, & qui par l'agitation arrivée ayent été tranſportés après le tems $= t$ en p, q, r, de ſorte que les particules d'air compriſes entre les points P, Q, R, ſe trouvent maintenant entre les points p, q, r, & partant plus ou moins condenſées, ſelon que les intervalles pq & qr, ſont plus petits ou plus grands que les intervalles naturels PQ & QR, & l'élaſticité ſera changée dans le même rapport. Pour connoitre ce changement, poſons pour l'état d'équilibre les diſtances

$$AB = x; \quad AQ = x' = x + \omega; \quad AR = x'' = x + 2\omega,$$

& pour l'état troublé $Pp = y$; $Qq = y'$; $Rr = y''$, de là nous aurons les intervalles $pq = \omega + y' - y$, & $qr = \omega + y'' - y'$, & les maſſes des particules d'air qui y ſont contenues ſeront les mêmes qui occupoient dans l'état d'équilibre les intervalles PQ & QR $= \omega$, & partant $= ee\omega$.

14. Qu'on obſerve ici que les quantités x ſe rapportent à l'état d'équilibre, & qu'elles expriment la diſtance de chaque particule d'air depuis le point fixe A: mais que les quantités y marquent le dérangement de chaque particule cauſé par l'agitation qui lui convient après le tems t. Ainſi la particule d'air, qui dans l'état d'équilibre étoit éloignée du point fixe A de l'intervalle $= x$, s'entrouvrira après le tems $= t$ de l'intervalle $= x + y$, & partant l'air ne ſera pas en équilibre, à moins que toutes les y ne ſoient évanouiſſantes,

tes, si l'on met perpendiculairement aux points P, Q, R, les appliquées Pp', Qq', Rr', égales aux intervalles Pp, Qq, Rr, la ligne courbe qui passe par les points p', q', r', marquera l'état troublé de l'air dans le tuyau pour le tems $= t$: où il évident que la premiere de ces appliquées en A, & la derniere en E, doivent évanouir. Car, puisque le tuyau est fermé par les deux extrémités, les particules d'air en A & E ne sauroient s'éloigner de leurs places.

15. L'élasticité qui étoit dans l'état d'équilibre partout exprimée par la hauteur $= h$, sera à présent dans l'intervalle pq exprimée par une hauteur $= \frac{h.\ PQ}{pq}$, & dans l'intervalle qr par une hauteur $= \frac{h.\ QR}{qr}$. Donc, ayant posé $PQ = QR = \omega$, puisque $pq = \omega + y' - y$, & $qr = \omega + y'' - y'$, la hauteur qui mesure l'elasticité dans l'intervalle pq sera $= \frac{h\omega}{\omega + y' - y}$, & dans l'intervalle $qr = \frac{h\omega}{\omega + y'' - y'}$. Or c'est de l'inégalité de ces hauteurs que dépend l'accélération ou retardation du mouvement de la particule en q. Pour cet effet, ayant partagé toute la longueur AE en des intervalles infiniment petits & égaux entr'eux $= \omega$, dont chacun contient un volume d'air $= ee\omega$, dans l'état d'équilibre, concevons ces particules comme réunies dans les points P, Q, R, pour avoir maintenant en q un volume d'air $= ee\omega$: qui sera poussé en arriere vers A par une force $= \frac{eeh\omega}{\omega + y'' - y'}$, & en avant vers E par une force $= \frac{eeh\omega}{\omega + y' - y}$.

16. Joignant

16. Joignant ces deux forces, la particule d'air en q sera poussée selon la direction qE, par la force qui est

$$= \frac{eeh\omega\,(y'' - 2y' + y)}{(\omega + y' - y)\,(\omega + y'' - y')};$$

dont la distance depuis le point fixe A étant $Aq = x' + y'$, dont la partie x' demeure invariable par rapport au tems t, l'autre partie y' seule souffrira l'effet de cette force, & pendant l'élément du tems dt, on aura, conformément aux principes de mécanique, en divisant par la masse $ee\omega$ cette équation

$$\frac{ddy'}{dt^2} = \frac{2gh\,(y'' - 2y' + y)}{(\omega + y' - y)\,(\omega + y'' - y')},$$

où g marque la hauteur par laquelle un corps grave tombe dans une seconde, & alors le tems t sera exprimé en secondes. Il s'agit donc de trouver pour chaque abscisse x, & pour chaque tems t, la valeur de l'intervalle y.

17. Considérons maintenant aussi x comme variable, & il est clair que y sera une fonction des deux variables x & t; & puisque dans la formule $\frac{ddy}{dt^2}$ on suppose x constante, nous devons écrire $\left(\frac{ddy}{dt^3}\right)$ pour éviter toute ambiguité. Ensuite, l'autre membre de notre équation ne regarde que la variabilité de x: posant donc $\omega = dx$, nous aurons $y' - y = dx\left(\frac{dy}{dx}\right)$, &

$$y'' - 2y' + y = dx^2\left(\frac{ddy}{dx^2}\right);$$

d'où notre équation prendra cette forme:

$$\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) : \left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right),$$

 qui

qui seroit encore bien difficile à résoudre. Mais on suppose de plus, que les agitations sont extrémement petites, & que les y évanouissent quasi par rapport aux x; au moins on peut se contenter de connoitre la propagation du son, quand les agitations sont fort petites, & alors rejettant le terme $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$, on aura à résoudre cette équation

$$\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = 2gh \left(\frac{ddy}{dx^2}\right).$$

18. Il en est ici de même que de la vibration des cordes, dont on suppose aussi infiniment petites les excursions, & nonobstant cela les Géometres prétendent avoir bien expliqué les mouvemens des cordes. Donc aussi dans notre cas je ne chercherai que les phénomenes des agitations extrèmement petites, de sorte que la courbe qui passe par les points p', q', r', ne s'éloigne qu'infiniment peu de l'axe AE, tout comme on envisage la figure des cordes. Cette ressemblance va encore plus loin, puisque cette même équation qui exprime la propagation du son, détermine aussi les ébranlemens d'une corde fixée par les termes A & E. Nous aurons donc aussi la même équation intégrale, qui dans toute son étendue est:

$$y = \Phi : (x + t \sqrt{2gh}) + \Psi : (x - t \sqrt{2gh}).$$

Cette intégrale est même complette, puisqu'elle renferme deux formes arbitraires de fonctions, tout comme la double intégration exige.

19. Pour déterminer la nature de ces deux fonctions, il en faut faire l'application aux conditions prescrites dans la question: & d'abord il est clair, que posant $t = 0$, l'équation: $y = \Phi : x + \Psi : x$, exprime l'état de l'air dans le tuyau lorsqu'il reçut la premiere agitation. Donc si nous posons, que par l'agitation l'air dans le tuyau AE ait été reduit dans l'état représenté par la courbe AZE, de sorte que chaque point X ait été transporté vers E par un intervalle $= XZ$; nommant $AX = x$, & $XZ = z$, nous aurons $z = \Phi : x + \Psi : x$. Puisque z est une fonction donnée de x, soit elle $z = \Theta : x$, &

Fig. 2.

nous

nous aurons $\Phi: x + \Psi: x = \Theta x$, d'où la nature de l'une de nos deux fonctions indéterminées Φ & Ψ sera déterminée. Or il faut bien remarquer, que la courbe AZE doit être dans son étendue quasi infiniment proche de l'axe AE: cependant elle doit se réunir avec l'axe aux deux extrèmités A & E, de sorte que z soit très petite, & tout à fait $= 0$, aux cas $x = 0$, & $x = a$.

20. L'autre détermination doit être tirée du mouvement que toutes les particules d'air auront eu au premier moment de l'agitation. Concevons donc une autre courbe donnée AVE, dont les appliquées XV $= v$, expriment les vitesses, qui ont été imprimées aux particules d'air X dans le sens XE; de sorte que v soit aussi une fonction donnée de x. Car, quelle que soit l'agitation, son premier effet sera toujours déterminé par ces deux courbes AZE & AVE, dont la premiere montre l'espace par lequel chaque particule a été transportée, & l'autre montre la vitesse qui lui a été imprimée par ce mouvement. Si l'on veut que les particules d'air, ayant été poussées par les intervalles marqués, y soient arrêtées, & ensuite subitement relâchées, la courbe AVE conviendra avec l'axe AE, de sorte que par tout $v = 0$. Mais toujours il faut remarquer, que les vitesses en A & E doivent être $= 0$.

21. Pour profiter de cette condition, cherchons en général la vitesse d'un point quelconque qui est $\left(\frac{dy}{dx}\right)$: il faut différentier nos fonctions, & employant pour cet effet les signes suivans: $d.\Phi: u = du\,\Phi': u$, & $d.\Psi: u = du\,\Psi': u$, la formule $y = \Phi: (x + t\sqrt{2gh}) + \Psi: (x - t\sqrt{2gh})$, en ne prenant que t pour variable donnera

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) = \sqrt{2gh}.(\Phi': (x + t\sqrt{2gh}) - \Psi': (x - t\sqrt{2gh})),$$

 &

& partant au commencement où $t = 0$, & la viteſſe $= v$, nous aurons:

$$\frac{v}{\sqrt{2gh}} = \Phi' : x - \Psi' : x.$$

Multiplions par dx, & intégrons pour avoir;

$$\frac{\int v\,dx}{\sqrt{2gh}} = \Phi : x - \Psi : x,$$

où $\int v\,dx$ ou l'aire AXV étant auſſi une fonction donnée de x, ſoit elle $\int v\,dx = \Sigma : x$, & nous aurons cette équation:

$$\Phi : x - \Psi : x = \frac{\Sigma : x}{\sqrt{2gh}}.$$

22. Cette équation jointe à celle, que nous avons trouvée ci-deſſus $\Phi : x + \Psi : x = \Theta : x$, déterminera la nature de toutes les deux fonctions générales Φ & Ψ par les deux fonctions données Θ & Σ, d'où nous obtiendrons:

$$\Phi : x = \tfrac{1}{2}\Theta : x + \frac{\frac{1}{2}\Sigma : x}{\sqrt{2gh}}, \;\&\; \Psi : x = \tfrac{1}{2}\Theta : x - \frac{\frac{1}{2}\Sigma : x}{\sqrt{2gh}}.$$

Donc notre équation générale, qui marque après un tems quelconque t le lieu de la particule X, ſera

$$y = \frac{\Theta(x+t\sqrt{2gh}) + \Theta(x-t\sqrt{2gh})}{2} + \frac{\Sigma(x+t\sqrt{2gh}) - \Sigma(x-t\sqrt{2gh})}{2\sqrt{2gh}},$$

& la viteſſe de cette même particule vers E ſera

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) = \frac{\Theta'(x+t\sqrt{2gh}) - \Theta'(x-t\sqrt{2gh})}{2}\sqrt{2gh} + \frac{\Sigma'(x+t\sqrt{2gh}) + \Sigma'(x-t\sqrt{2gh})}{2},$$

où il faut remarquer que $\Sigma' : x = v$ puiſque $\Sigma : x = \int v\,dx$.

23. Maintenant toute la ſolution ſeroit déterminée, ſi les deux extrémités A & E étoient éloignées à l'infini. Car décrivant encore une autre courbe ASF dont les appliquées XS expriment

les

les aires AXV, de sorte que $XS = \Sigma : x$, on pourroit prendre dans les deux courbes AZE, où $XZ = \Theta : x$, les appliquées qui répondent à toutes les abscisses $x + t\sqrt{2gh}$, & $x - t\sqrt{2gh}$, & de là on auroit pour tous les momens les quantités y, qui conviennent à chaque particule d'air X. Mais, dès que le fil d'air AE est terminé par les points A & E au delà desquels l'agitation ne sauroit être communiquée, ces courbes formées sur le premier état de l'air ne fournissent plus les appliquées qui répondent aux abscisses $x + t\sqrt{2gh}$, quand elles sont plus grandes que $AE = a$, ni aux abscisses $x - t\sqrt{2gh}$, quand elles sont négatives. Il ne s'agit pas ici de la continuation naturelle de ces courbes, qui n'entre en aucune considération, puisque les courbes données AZE & ASF, pourroient être même discontinues.

24. Nous avons donc besoin de quelques déterminations accessoires, qui nous découvrent les véritables appliquées de nos deux courbes données, lorsqu'on prend, ou l'abscisse plus grande que $AE = a$, ou négative. Pour cet effet nous n'avons qu'à regarder les conditions mentionnées ci-dessus, que prennent ou $x = 0$, ou $x = a$, l'appliquée y doit toujours demeurer $= 0$: d'où nous tirons:

$$\Theta : t\sqrt{2gh} + \Theta : -t\sqrt{2gh} + \frac{\Sigma : t\sqrt{2gh} - \Sigma : -t\sqrt{2gh}}{\sqrt{2gh}} = 0, \ \&$$

$$\Theta : (a + t\sqrt{2gh}) + \Theta : (a - t\sqrt{2gh}) + \frac{\Sigma : (a + t\sqrt{2gh}) - \Sigma : (a - t\sqrt{2gh})}{\sqrt{2gh}} = 0,$$

Ayant donc une abscisse, ou plus grande que a, comme $a + u$, ou négative comme $-u$; nous aurons:

$$\Theta : (a + u) + \frac{\Sigma : (a + u)}{\sqrt{2gh}} = -\Theta : (a - u) + \frac{\Sigma : (a - u)}{\sqrt{2gh}}, \ \&$$

$$\Theta : (-u) - \frac{\Sigma : (-u)}{\sqrt{2gh}} = -\Theta : u - \frac{\Sigma : u}{\sqrt{2gh}},$$

d'où

d'où l'on pourra toujours aſſigner ces appliquées par celles qui ſe trouvent actuellement entre les limites A & E.

De la propagation du ſon.

Fig. 3. 25. Maintenant pour expliquer la propagation du ſon par la ligne AE, ſuppoſons que par quelque force une petite partie d'air *mn* ait été ébranlée, & miſe dans l'état repréſenté par la petite courbe *mon*, où l'air ayant été en repos ſoit relâché ſubitement; tandis que le reſte en A*m* & *n*E ſoit encore dans un parfait équilibre; & voyons comment ce dérangement ſe communique ſucceſſivement avec les autres particules de l'air. Dans cette hypotheſe la fonction Σ évanouit, & il ne reſte que la fonction Θ, qui exprime les appliquées de la courbe *mon*, tant que les abſciſſes tombent dans l'eſpace *mn*. Or, puiſqu'au commencement, où $t = 0$, les particules d'air hormis l'eſpace *mn* ſont en équilibre, la ligne entiere qui repréſente cet état initial ſera compoſée de la droite A*m*, de la courbe *mon*, & de la droite *n*E, & partant une ligne mixtiligne A*mon*E, dans laquelle prenant une abſciſſe $= u$, l'appliquée donnera la valeur de $\Theta: u$. Enſuite, puiſque $\Theta: (-u) = -\Theta: u$, il faut dans la continuation précédente AA$' = a$, concevoir la même ligne A$\mu\omega\nu$A$'$, dans une ſituation renverſée. De plus, puiſque

$$\Theta: (a + u) = - \Theta: (a - u),$$

il faut dans la continuation EE$'$ établir la même ligne auſſi renverſée: & ainſi de ſuite pour les autres intervalles $= a$ pris ſur cette ligne de part & d'autre.

26. De là on voit que l'appliquée $\Theta: u$ ſera toujours $= 0$, à moins que l'abſciſſe u, à compter depuis le point A en droite, ne tombe

ou entre les limites $\begin{cases} Am \\ An \end{cases}$ ou entre $\begin{cases} An' \\ Am' \end{cases}$ ou entre $\begin{cases} Am'' \\ An'' \end{cases}$ &c.

ou entre $\begin{cases} -A\mu \\ -A\nu \end{cases}$ ou entre $\begin{cases} -A\nu' \\ -A\mu' \end{cases}$ &c.

Donc

Donc, si nous posons $Am = m$ & $An = n$, ces limites hors desquelles l'appliquée $\Theta : u$ est partout $= 0$, seront:

$$\text{ou} \begin{cases} m \\ n \end{cases} \text{ou} \begin{cases} 2a - n \\ 2a - m \end{cases} \text{ou} \begin{cases} 2a + m \\ 2a + n \end{cases} \text{ou} \begin{cases} 4a - n \\ 4a - m \end{cases} \text{ou} \begin{cases} 4a + m \\ 4a + n \end{cases} \&c.$$

$$\text{ou} \begin{cases} -m \\ -n \end{cases} \text{ou} \begin{cases} -2a + n \\ -2a + m \end{cases} \text{ou} \begin{cases} -2a - m \\ -2a - n \end{cases} \text{ou} \begin{cases} -4a + n \\ -4a + m \end{cases} \text{ou} \begin{cases} -4a - m \\ -4a - n \end{cases} \&c.$$

En général donc deux limites quelconques seront $\begin{cases} \pm 2ia \pm m \\ \pm 2ia \pm n, \end{cases}$ & à moins que l'abscisse u ne tombe entre deux telles limites, l'appliquée $\Theta : u$ sera toujours $= 0$.

27. Prenons à présent un point quelconque X sur la droite AE, posant $AX = x$, & cherchons les agitations qu'il subira, que nous connoitrons par la quantité y dont la valeur après le tems t est

$$y = \tfrac{1}{2}\Theta : (x + t\sqrt{2gh}) + \tfrac{1}{2}\Theta : (x - t\sqrt{2gh}),$$

& d'abord nous voyons que le premier membre est $= 0$, à moins que $x + t\sqrt{2gh}$, ne tombe entre les limites $\begin{cases} m \\ n \end{cases}$ ou $\begin{cases} 2a - n \\ 2a - m \end{cases}$ ou $\begin{cases} 2a + m \\ 2a + n \end{cases}$ &c. Or l'autre membre évanouit toujours: à moins que la quantité $x - t\sqrt{2gh}$, ne tombe entre les limites $\begin{cases} m \\ n \end{cases}$ ou son négatif $t\sqrt{2gh} - x$ entre $\begin{cases} m \\ n \end{cases}$ ou $\begin{cases} 2a - n \\ 2a - m \end{cases}$ ou $\begin{cases} 2a + m \\ 2a + n \end{cases}$ &c.

Donc, si nous supposons $AX = x > n$, cette particule demeurera en repos jusqu'à ce qu'il devienne $x - t\sqrt{2gh} = n$, ou $t = \frac{x - n}{\sqrt{2hg}}$. Ce n'est donc qu'après ce tems, que la particule en X commence à s'ébranler, & ensuite elle sera rétablie en repos après le tems $\frac{x - m}{\sqrt{2gh}}$,

de

de ſorte que l'ébranlement durera un tems $= \frac{n - m}{\sqrt{2gh}}$. D'où l'on voit que chaque particule d'air n'eſt ébranlée que pendant un très petit tems ſelon l'étendue de l'agitation initiale mn, & c'eſt alors que le ſon y eſt ſenti.

28. Il faut donc un tems $t = \frac{x - n}{\sqrt{2gh}}$, avant que le ſon parvienne de n en X, ou qu'il ſoit tranſmis par l'eſpace $n\mathrm{X} = x - n$. D'où l'on voit que ce tems eſt proportionel à l'eſpace, tout comme on le ſait par l'expérience. J'ai déjà remarqué, que le tems t eſt exprimé en ſecondes, ſi l'on prend pour g la hauteur d'où tombe un corps grave dans un ſeconde: donc, pendant une ſeconde, poſant $t = 1$, le ſon ſera tranſmis par un eſpace $= \sqrt{2gh}$. Or on ſait que $g = 15\frac{5}{8}$ pieds de Rhin, & ſi le reſſort de l'air eſt contrebalancé par une colomne d'eau de 32 pieds, en ſuppoſant l'eau 800 fois plus peſante que l'air, la hauteur h ſera $= 32,800$ pieds, d'où l'on trouve $\sqrt{2gh} = \sqrt{31\frac{1}{4}.\ 32.\ 800} = 400\sqrt{5} = 894$ pieds. Or on ſait que le ſon eſt tranſmis dans une ſeconde par un eſpace de preſque 1100 pieds: & perſonne n'a encore bien découvert la cauſe de cette accélération ſur la Théorie.

29. Mais, après que la particule d'air en X a été ébranlée la premiere fois, elle ſera depuis miſe en agitation encore pluſieurs & même une infinité de fois, car elle ſe trouvera agitée toutes les fois que le tems écoulé t ſera contenu entre les limites ſuivantes

$$t\sqrt{2gh} = \begin{cases} x+m;\ 2a-n-x;\ 2a-n+x;\ 2a+m-x;\ 2a+m+x; \\ x+n;\ 2a-m-x;\ 2a-m+x;\ 2a+n-x;\ 2a+n+x; \end{cases} \&c.$$

Si la ligne AE n'étoit point du tout terminée, la particule en X ne ſeroit ébranlée qu'une ſeule fois; ſi elle n'étoit terminée qu'à une extrêmité A, la diſtance $\mathrm{AE} = a$, étant infinie, elle recevroit encore un ébranlement après le tems $= \frac{x + m}{\sqrt{2gh}}$, ce qui eſt l'explication

d'un

d'un écho simple. Mais, si la ligne AE est terminée par les deux bouts A & E, l'ébranlement arrivera plusieurs fois de suite, ce qui sert à expliquer les échos réiterés. Pour cet effêt, il faut que les dernieres particules d'air en A & E, ne soient susceptibles d'aucun ébranlement, ce qui est une condition nécessaire pour la production des échos.

30. Puisque nous avons trouvé

$$y = \tfrac{1}{2}\Theta : (x + t\sqrt{2gh}) + \tfrac{1}{2}\Theta(x - t\sqrt{2gh}),$$

il faut encore remarquer, que l'ébranlement de la particule X, n'est que la moitié de celui dont la particule mn a été primitivement agitée. Car la quantité y ne reçoit de grandeur, que lorsque l'un ou l'autre membre tombe dans l'intervalle mn; & puisque tous les deux n'y sauroient tomber à la fois, la quantité y ne deviendra égale qu'à la moitié de l'appliquée dans l'intervalle mn, d'où il s'ensuit, que les agitations de la particule X sont deux fois plus foibles, que l'agitation primitive dans la particule mn. Cela est aussi une suite nécessaire du principe, que l'effet ne sauroit être plus grand que la cause: car, puisque l'agitation originaire en mn se communique également vers AE, à chaque instant il y aura deux particules également éloignées de part & d'autre de mn, qui seront ébranlées, dont les mouvemens pris ensemble doivent être égaux au mouvemént primitif en mn, de sorte que chacun n'en puisse être que la moitié. Mais cette diminution sera bien plus grande, quand l'agitation en mn sera répandue en tous sens: d'où l'on voit que les sons transmis par un tuyau doivent être plus forts.

Explication d'un paradoxe.

31. Il se présente ici un doute, qui n'est pas si facile à lever: il semble que l'agitation qui se trouve à présent en X, pourroit être regardée comme l'agitation primitive en mn, & qu'elle devroit être transmise aussi bien en arriere qu'en avant: cependant cela n'arrive pas, puisque nous venons de voir, que l'agitation qui est à présent en X,

 se

se transmet successivement en avant vers E, & point du tout en arriere vers A; il en est de même des agitations, qui de mn se répandent en sens contraire vers A, qui sont transmises dans le même sens, sans qu'elles engendrent de nouvelles agitations en sens contraire. Je fais ici abstraction des limites A & E, ou je les considere comme éloignées à l'infini, puisque je ne les ai introduites dans le calcul que pour expliquer les *échos*. On demandera donc avec raison, quelle est la différence entre l'agitation primitive en mn, & celle qui en est engendrée depuis en X: car, si tout est en repos excepté les particules auprès de X, qui se trouvent déplacées de leur état naturel, il semble que cette agitation pourroit être envisagée comme la primitive, & qu'elle devroit se communiquer aussi bien vers A que vers E. Cependant cela seroit tout à fait contraire à l'expérience, & l'on sait qu'il y a une grande différence entre le lieu où le son est engendré, & ceux où il est apperçu.

32. Il faut donc qu'il y ait une différence essentielle entre l'agitation communiquée aux particules d'air en X, & l'agitation primitive en mn; & tout revient à découvrir cette différence. Or, ayant introduit dans le calcul l'agitation primitive en mn, j'y ai supposé une restriction en négligeant les fonctions marquées par le signe Σ; qui renferme cette condition, que les particules de l'espace mn ayant été déplacées de leur situation naturelle, se soient trouvées sans aucun mouvement, & que de cet état elles ayent été relâchées subitement. De là il faut bien conclure, que si les particules de X, après avoir été déplacées, se trouvoient toutes à la fois en repos, il en devroit résulter le même effet que de l'agitation primitive en mn. Mais, quoique chaque particule de X, étant parvenue à sa plus grande digression, y soit réduite en repos, cela n'arrive pas dans toutes les particules qui sont autour de X au même instant, & partant c'est ici sans doute, qu'il faut chercher l'explication de notre difficulté.

33. De là on comprend que la propagation dépend non seulement du déplacement des particules en mn, mais aussi du mouvement

qui

qui leur aura été imprimé au premier instant, qui influe tant sur la propagation, que dans un certain cas elle ne se fait que dans un sens. Il est donc bien important de traiter ce sujet dans toute son étendue, sans négliger les fonctions du signe Σ. Pour cet effet je ne me bornerai pas à une ligne ou tuyau terminé, & je le supposerai infini, puisqu'il ne s'agit plus des *échos*. Qu'au commencement donc les particules d'air contenues dans l'espace *mn* ayent été ébranlées en sorte, que le point *x* ait été transporté vers E par un espace $=$ *xz* appliquée de la courbe donnée *mzn*, & qu'à ce même point ait été imprimée alors une vitesse $=$ *x* aussi dans le même sens vers E: où *xv* appliquée de la courbe donnée *mvn* exprime l'espace que cette vitesse parcouroit dans une seconde. Qu'on forme par la quadrature de cette courbe *mvn* une nouvelle *msζ*, en sorte que son appliquée $xs = \frac{mxs}{\sqrt{2gh}}$; & puisque la ligne de vitesse *mvn* se confond de part & d'autre de l'espace *mn* avec l'axe même *m*A & *n*E, la continuation de la courbe *msζ* sera vers A l'axe même *m*A, & vers E la droite *ζε* parallele à l'axe *n*E. Fig. 4.

34. Cela posé, prenant un point quelconque X, & posant $AX = x$, après le tems $= t$, il sera poussé vers E par un espace *y*, de sorte que.

$$y = \tfrac{1}{2}\Theta(x + t\sqrt{2gh}) + \tfrac{1}{2}\Theta(x - t\sqrt{2gh}) + \tfrac{1}{2}\Sigma(x + t\sqrt{2gh}) - \tfrac{1}{2}\Sigma(x - t\sqrt{2gh}),$$

puisqu'ici le dénominateur $\sqrt{2gh}$, qui se trouve §. 22. est déjà renfermé dans la fonction Σ. Or ici Θ marque les appliquées de la courbe *mzn*, qui de part & d'autre de l'espace *mn* se confond avec l'axe, de sorte que Θ: *u* est toujours zéro, à moins que *u* ne soit compris entre les limites A*m* & A*n*, où A est un point fixe pris à volonté, d'où je compte les abscisses, sans que le tuyau y soit terminé ou fermé. De la même maniere, le caractere Σ marque les appliquées de la ligne A*msζε*, de sorte que la valeur de Σ: *u* est zéro, quand $u < Am$, & égale à $n\zeta = E\varepsilon$, quand $u > An$. Or, si *u* se trouve entre ces deux limites comme si $u = Ax$, alors on aura

$\Sigma: u = xs$. Il n'eſt pas beſoin d'avertir, que ſi quelque appliquée tomboit en ſens contraire, qu'elle eſt repréſentée dans la figure, il la faudroit conſidérer comme négative.

35. Conſidérons premierement un point X plus éloigné du point fixe A que l'intervalle mn, & puiſque $AX = x$, prenons de part & d'autre les intervalles $XT = X\Theta = t\sqrt{2gh}$, pour avoir $AT = x + t\sqrt{2gh}$, & $A\Theta = x - t\sqrt{2gh}$: & il eſt clair que, tant que $X\Theta < Xn$, il y aura $y = \frac{1}{2}Tt - \frac{1}{2}\Theta\theta = o$, puiſque $\Theta: AT = o$; $\Theta: A\Theta = o$, & $\Sigma: AT = Tt$; $\Sigma: A\Theta = \Theta\theta$. Or, quand le point Θ tombe dans l'eſpace mn, ou que $X\Theta = t\sqrt{2gh} = Xx$, on aura

$\Theta: AT = o$; $\Theta: Ax = xz$; $\Sigma: AT = Tt = n\zeta$; & $\Sigma: Ax = xs$, & partant $y = \frac{1}{2}(xz + n\zeta - xs)$, qui eſt l'eſpace, par lequel le point X ſera tranſporté de ſon lieu naturel vers E après le tems $t = \frac{Xx}{\sqrt{2gh}}$: Mais, après le tems $t = \frac{Xm}{\sqrt{2gh}}$, on aura $y = \frac{1}{2}n\zeta$, qui demeurera auſſi la valeur de y, lorſque $t > \frac{Xm}{\sqrt{2gh}}$; de ſorte que depuis ce tems il ſera en repos, quoique éloigné de ſon lieu naturel de l'eſpace $= \frac{1}{2}n\zeta$: ſon agitation n'ayant duré que depuis le tems $t = \frac{Xn}{\sqrt{2gh}}$ jusqu'au tems $t = \frac{Xm}{\sqrt{2gh}}$.

36. Conſidérons maintenant un point quelconque X′ de l'autre côté de l'eſpace ébranlé mn, de ſorte que $AX' = x$, & prenant de part & d'autre les intervalles égaux $X'T' = X'\Theta' = t\sqrt{2gh}$, on voit que, tant que $X'T' < X'm$, ou $t < \frac{X'm}{\sqrt{2gh}}$, le point X′ reſtera en repos: mais, ſi T′ avance en x, de ſorte que $t = \frac{X'x}{\sqrt{2gh}}$, à cauſe de $\Theta: Ax = xz$; $\Theta: A\Theta' = o$; $\Sigma: Ax = xs$; & $\Sigma: A\Theta' = o$, on

on aura $y = \frac{1}{2}xz + \frac{1}{2}xs = \frac{1}{2}(xz + xs)$, & après le tems $t = \frac{X'n}{\sqrt{2gh}}$, on aura $y = \frac{1}{2}n\zeta$, qui demeurera depuis constamment la valeur de y, de sorte que cette particule X′ aussi après avoir été ébranlée se trouvera éloignée du son lieu naturel vers E de l'intervalle $= \frac{1}{2}n\zeta$. Donc, après que tous les ébranlemens seront passés, toute la ligne d'air AE sera avancée dans la direction AE de l'intervalle $\frac{1}{2}n\zeta$.

37. De là on voit que les ébranlemens des particules X & X′, dont l'une est en deçà & l'autre au delà de l'agitation primitive mn, sont tout à fait différentes, vu qu'en X le plus grand déplacement est $= \frac{1}{2}(xz - xs + n\zeta)$, & en X′ $= \frac{1}{2}(xz + xs)$: & partant dans ce cas le son est tout autrement transmis en avant qu'en arriere: au lieu que, dans le cas précédent, où les vitesses primitives xv évanouissoient, la propagation étoit de part & d'autre la même. Mais on voit de plus, qu'il seroit possible, que la propagation se fit seulement dans un sens; ce qui arriveroit, s'il y avoit par tout l'espace mn $xz - xs + n\zeta = 0$. Pour cet effet, puisque xz & xs évanouissent en m, il faudroit qu'il fût $n\zeta = 0$, & $xs = xz$. Posant donc $xz = z$, $xv = v$, & $xs = \frac{\int v\,dx}{\sqrt{2gh}}$, cette condition exige qu'il soit $z\sqrt{2gh} = \int v\,dx$, & $v = \frac{dz\sqrt{2gh}}{dx}$. Dans ce cas la courbe $ms\zeta$ sera égale & semblable à l'autre mzn, & se rejoindra en n avec l'axe de sorte que $n\zeta = 0$. Alors les particules X situées d'une part de l'espace ébranlé mn vers E, n'en seront point ébranlées, & la propagation ne se fera que vers l'autre part de m vers A.

38. Or c'est précisément le cas des ébranlemens, qui sont produits par une agitation primitive quelconque, lesquels sont toujours tels, que quand même ils seroient primitifs, ils ne se communiqueroient que dans un sens. Pour s'en assurer on n'a qu'à donner

 à

à z la valeur de y trouvée ci-dessus, & à v la valeur de $\left(\frac{dy}{dt}\right)$; alors on aura

$$z = \tfrac{1}{2}\Theta(x+t\sqrt{2gh})+\tfrac{1}{2}\Theta(x-t\sqrt{2gh})+\tfrac{1}{2}\Sigma(x+t\sqrt{2gh})-\tfrac{1}{2}\Sigma(x-t\sqrt{2gh}),$$

$$\frac{v}{\sqrt{2gh}} = \tfrac{1}{2}\Theta'(x+t\sqrt{2gh})-\tfrac{1}{2}\Theta'(x-t\sqrt{2gh})+\tfrac{1}{2}\Sigma'(x+t\sqrt{2gh})+\tfrac{1}{2}\Sigma'(x-t\sqrt{2gh}),$$

& prenant le différentiel de z, en ne supposant que x variable,

$$\left(\frac{dz}{dx}\right) = \tfrac{1}{2}\Theta'(x+t\sqrt{2gh})+\tfrac{1}{2}\Theta'(x-t\sqrt{2gh})+\tfrac{1}{2}\Sigma'(x+t\sqrt{2gh})-\tfrac{1}{2}\Sigma(x-t\sqrt{2gh}).$$

Or il n'y a toujours, comme nous avons vu ci-dessus, que l'une des deux abscisses $x + t\sqrt{2gh}$, ou $x - t\sqrt{2gh}$, à laquelle réponde une appliquée finie. Donc, si c'est la premiere, il y aura évidemment $\frac{dz}{dx} = \frac{v}{\sqrt{2gh}}$; & partant une telle agitation ne sauroit se communiquer que dans un seul sens. Voilà donc la véritable explication du paradoxe proposé.

Pourquoi plusieurs sons ne sont pas confondus?

39. De là on comprend clairement la raison, pourquoi plusieurs sons ne sont pas confondus? question, qui a de tout tems tourmenté les Physiciens. La Théorie du grand Newton, quoique juste au fond, ne paroit pas suffisante pour expliquer ce phénomene, puisqu'elle ne détermine point la véritable nature des ébranlemens, auxquels toutes les particules de l'air sont assujetties. M. de Mairan s'est imaginé, que chaque son, selon qu'il est grave ou aigu, n'est transmis que par certaines particules d'air, dont le ressort lui est convenable. Mais, outre que l'état d'équilibre demande absolument, que toutes les particules d'air soient douées d'un même degré de ressort, cette explication est renversée par les premiers principes, sur lesquels notre Théorie est fondée, & dont la certitude ne sauroit être révoquée en doute. En effet, la propagation ne se rapporte qu'à un seul ébranlement

ment excité dans l'air, & il n'importe pas, si celui-ci est suivi des autres ou non? & encore moins dépend-elle de l'ordre de leur succession, d'où l'on juge le grave & l'aigu des sons.

40. Pour s'éclaircir entierement là dessus, on n'a qu'à supposer plusieurs agitations primitives a, b, c, d, α, β, &c. sur la ligne droite AE: & en considérant une particule d'air quelconque en P, on voit par ce que je viens d'expliquer, que l'agitation a lui sera communiquée après le tems $\frac{Pa}{\sqrt{2gh}}$; ensuite elle recevra l'agitation α après le tems $\frac{P\alpha}{\sqrt{2gh}}$, & ainsi des autres: de sorte que chaque agitation est transmise par la même particule P dans un tems déterminé: & une oreille placée en P percevra tous ces ébranlemens, sans que les uns soient troublés par les autres. Il pourra aussi arriver que deux ébranlemens arrivent au même instant à la même particule comme O, les distances aO & αO étant égales; mais alors cette particule sera tout autrement ébranlée, que si elle recevoit une simple agitation: & elle communiquera ensuite son ébranlement, tant en avant qu'arriere. Or c'est précisément le cas, où l'on devroit penser, que les agitations se confondissent, ce qui n'arrive pas pourtant, aussi peu en O qu'en tout autre point P. Fig. 5.

Reflexions sur la Théorie précédente.

41. D'abord il faut remarquer, que je n'ai ici considéré la propagation, que sur une ligne droite, ou comme si l'air étoit renfermé dans un tuyau cylindrique fort étroit; d'où l'on pourroit penser, que dans un air libre elle devroit suivre des loix tout à fait différentes. Du moins est il évident, que les agitations étant répandues en tous sens, doivent diminuer bien plus considérablement que dans le cas d'un tuyau: mais, pour ce qui regarde la nature des ébranlemens, & la vitesse dont elles sont transmises à des distances quelconques, il semble

ble certain, qu'il en sera de même dans l'air libre que dans un air renfermé dans un tuyau; car, puisque le son, de même que la lumiere, se communique par des lignes droites, qu'on peut nommer des rayons sonores, la transmission par chacune de ces lignes droites doit suivre les mêmes regles que je viens de découvrir, avec cette seule différence, que les agitations deviendront d'autant plus foibles, plus sera grande la distance. Cependant il seroit fort à souhaiter qu'on fût en état de résoudre le même probleme dans le cas d'un air libre.

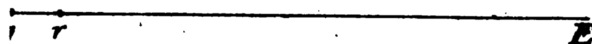
42. En second lieu, c'est toujours une grande difficulté, que le son parcourt effectivement un plus grand espace, que celui que la Théorie indique: je reconnois à présent que les ébranlemens suivans n'en sauroient être la cause, comme je me l'étois imaginé autrefois. Mais il faut bien comparer le cas de l'expérience avec celui, auquel la Théorie est adstreinte. Sans prétendre que l'air libre puisse causer cette différence, il faut se souvenir que notre calcul suppose des agitations quasi infiniment petites, qui produiroient des sons trop foibles, pour qu'on puisse observer la distance de leur propagation pendant une seconde. Donc, puisque les sons qu'on a employés dans les expériences, sont produits par des agitations très fortes, il est fort vraisemblable, que dans l'équation principale §. 17. qui est

$$\left(1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)=2gh\left(\frac{ddy}{dx^2}\right),$$

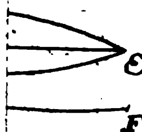
il n'est plus permis de négliger le terme $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$, comme j'ai fait dans le calcul précédent. Peut-être que c'est ici qu'il faudroit chercher le dévelopement de cette difficulté.

43. Enfin, quoique ce soit à Mr. de la Grange qu'on est redevable de cette importante découverte, je me flatte que ce Mémoire ne manque pas de recherches très intéressantes. Car, ou-

Fig. 1.



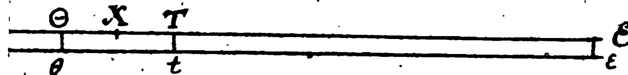
2.

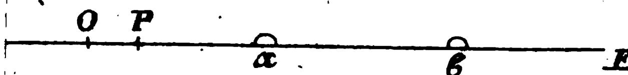


3.



Fig. 4.





tre que mon analyse est très simple, j'y ai mis dans tout son jour l'usage des fonctions discontinues, contesté par quelques grands Géometres, mais qui est absolument nécessaire toutes les fois, qu'il s'agit de trouver par intégration des fonctions de deux ou plusieurs variables, & que l'on demande une solution générale. Ensuite, quoique la résolution soit semblable à celle des cordes vibrantes, que j'ai donnée autrefois, j'ai ici déterminé avec plus d'exactitude les fonctions arbitraires par les conditions propres à la nature de la question. Mais aussi cette solution appliquée aux cordes est plus générale, puisque pour l'état initial on ne peut pas seulement donner à la corde une figure quelconque, mais aussi à tous ses élémens un mouvement quelconque; ce que je n'avois par remarqué dans mon Mémoire là dessus, ni même ceux qui ont traité la même matiere. Enfin je crois que l'explication du paradoxe, que les ébranlemens causés par la propagation du son sont d'une nature tout à fait différente que les primitifs, nous fournit des éclaircissemens très considérables dans cette matiere épineuse.



SUPPLEMENT AUX RECHERCHES SUR LA PROPAGATION DU SON.

PAR M. EULER.

I.

Dans le Mémoire précédent je n'ai ſuppoſé à l'air par lequel le ſon eſt tranſmis, qu'une ſeule dimenſion ſelon une ligne droite; en quoi j'ai ſuivi les autres Géometres qui ont traité cette même matiere. Puisqu'on a principalement en vue la viteſſe de la propagation, il ſemble qu'elle doit être la même, ſoit que l'air ait une étendue ſelon toutes les trois dimenſions, ou ſelon une ſeule: quoiqu'il ſoit certain, que les ébranlemens excités dans l'air diminuent beaucoup plus conſidérablement, lorque l'air eſt repandu de toutes parts. Mais la principale raiſon de cette reſtriction eſt ſans doute, qu'on rencontre des difficultés inſurmontables, lorsqu'on veut ſuppoſer à l'air une étendue vers toutes les trois dimenſions, ou ſeulement vers deux, en ne conſidérant qu'une couche d'air renfermée entre deux plans paralleles & extrémement proches.

2. Cependant il eſt encore douteux, ſi la viteſſe du ſon, qu'on trouve dans l'hypotheſe d'une ſeule dimention, n'eſt pas altérée par l'étendue ſelon les autres dimenſions: & puisque la viteſſe actuelle du ſon concluë par les expériences eſt conſidérablement plus grande que celle que donne la théorie fondée ſur l'hypotheſe d'une ſeule dimenſion, on a lieu de ſoupçonner que l'étendue vers toutes les dimen-

mensions pourroit bien causer cette accélération. Du moins sera-t-il toujours fort important de faire des efforts pour déveloper les autres hypotheses, où l'on suppose à l'air ou deux ou toutes les trois dimensions: pour l'une & l'autre hypothese je tâcherai de ramener les ébranlemens de l'air à des formules analytiques, dont la résolution sera un très digne sujet pour occuper l'adresse des Géometres.

3. Je commence par l'hypothese de deux dimensions, où l'air soit étendu selon un plan, qui soit celui de la planche, on lui peut donner une petite épaisseur, qui soit partout la même $= e$: & d'abord je considere l'état d'équilibre, où l'air a partout la même densité & le même ressort. Que l'unité exprime cette densité naturelle de l'air, & que son élasticité soit en équilibre avec le poids d'une colonne d'air dont la hauteur soit $= h$, en supposant aussi cet air de l'état naturel, dont la densité $= 1$: on voit bien que cette hauteur h se détermine par celle du barometre, en multipliant celle-ci par le rapport, dont la densité ou gravité spécifique du vif argent surpasse celle de l'air. Ainsi la hauteur du barometre étant $= k$, si nous supposons la gravité specifique du vif argent 14 fois plus grande que celle de l'eau, & celle-ci 800 fois plus grande que celle de l'air naturel, nous aurons $h = 14, 800k = 11200k$.

4. Dans l'état d'équilibre considérons un point quelconque Y, duquel on baisse à une ligne fixe AE la perpendiculaire YX, pour avoir les deux coordonnées $AX = X$, & $XY = Y$, qui déterminent le lieu du point Y. Maintenant, après une agitation quelconque excitée dans notre air, & à un instant donné, que le point Y se trouve en y, dont le lieu soit déterminé par les coordonnées $Ax = x$, & $xy = y$, & il est clair que x & y seront certaines fonctions de X & Y, où le tems entre bien aussi, mais tant que nous considérons l'état de l'air pour le même instant, le tems n'y entre pas encore en considération, ou sera regardé comme constant. Donc puisque tant x que y est une fonction de deux variables X & Y, supposons: Fig. 1.

$$dx = LdX + MdY, \quad \& \quad dy = PdX + QdY.$$

 5. Pour

5. Pour trouver tant la densité que l'élasticité en y dans l'état troublé, considérons un volume d'air infiniment petit, qui dans l'état naturel soit YPQ, & après l'agitation dans l'état troublé soit ypq; dont le rapport à celui-là fera connoitre tant la densité que l'élasticité du volume ypq. Comme le point Y déterminé par les coordonnées X & Y est transporté en y déterminé par les coordonnées x & y; tout autre point infiniment proche de Y & déterminé par les coordonnées $X + dX$, & $Y + dY$ sera transporté dans un point déterminé par les coordonnées:

$$x + LdX + MdY, \quad \& \quad y + PdX + QdY.$$

Que le triangle YPQ soit pris en sorte, comme il est représenté dans la figure, & posons $YP = XL = \alpha$, & $YQ = \beta$, &

le point	dont les coordonnées		se trouvera	au point	dont les coordonnées	
Y	X	& Y		y	x	& y
P	$X+\alpha$	& Y		p	$x+L\alpha$	& $y+P\alpha$
Q	X	& $Y+\beta$		q	$x+M\beta$	& $y+Q\beta$

6. Donc, ayant tiré de p & q les ordonnées pl & qm, nous aurons:

$$Ax = x; \quad Al = x + L\alpha; \quad Am = x + M\beta$$
$$xy = y; \quad lp = y + P\alpha; \quad mq = y + Q\beta,$$

d'où il faut chercher l'aire du triangle ypq, qui se détermine par celle des trapezes $xypl$, $xyqm$, $lpqm$, en sorte

$$\Delta ypq = \tfrac{1}{2} xm(xy + mq) + \tfrac{1}{2} ml(mq + lp) - \tfrac{1}{2} xl(xy + lp),$$

or $xm = M\beta$; $ml = L\alpha - M\beta$; & $xl = L\alpha$, donc

$$\Delta ypq = \tfrac{1}{2}\beta M(2y+\beta Q) + \tfrac{1}{2}(\alpha L - \beta M)(2y + \alpha P + \beta Q) - \tfrac{1}{2}\alpha L(2y + \alpha P),$$

ou $\Delta ypq = \tfrac{1}{2}\beta M(-\alpha P) + \tfrac{1}{2}\alpha L(\beta Q) = \tfrac{1}{2}\alpha\beta(LQ - MP)$. Donc, puisque dans l'état naturel l'aire du triangle YPQ étoit $\tfrac{1}{2}\alpha\beta$, la densité du même air remplissant maintenant le triangle ypq sera

sera $= \frac{1}{LQ - MP}$, & l'élasticité $= \frac{h}{LQ - MP}$; d'où nous tirons cette conclusion

$$\text{densité en } y = \frac{1}{LQ - MP}; \quad \text{élasticité en } y = \frac{h}{LQ - MP}.$$

7. Comme le lieu du point y dépend de celui de Y, le ressort ou élasticité en y, que l'on la pose $= \Pi$, de sorte que $\Pi = \frac{h}{LQ - MP}$, sera aussi une fonction de X & Y, considérant encore toujours le tems comme constant; & partant nous aurons $d\Pi = EdX + FdY$, où E & F sont déterminées en sorte des lettres L, M, P, Q:

$$E = \frac{-h\left(Q\left(\frac{dL}{dX}\right) + L\left(\frac{dQ}{dX}\right) - P\left(\frac{dM}{dX}\right) - M\left(\frac{dP}{dX}\right)\right)}{(LQ - MP)^2}.$$

$$F = \frac{-h\left(Q\left(\frac{dL}{dY}\right) + L\left(\frac{dQ}{dY}\right) - P\left(\frac{dM}{dY}\right) - M\left(\frac{dP}{dY}\right)\right)}{(LQ - MP)^2}.$$

C'est à dire un point Y' dans l'état d'équilibre infiniment proche de Y, déterminé par les coordonnées $X + dX$, & $Y + dY$, étant transporté par l'agitation en y', l'élasticité y sera exprimée par la hauteur $\Pi + EdX + FdY$, pendant que l'élasticité en y répond à la hauteur $\Pi = \frac{h}{LQ - MP}$.

8. Or le lieu du point y' étant déterminé par les coordonnées $x + LdX + MdY$, & $y + PdX + QdY$, nous pourrons assigner la variation du ressort depuis le point y dans l'état troublé jusqu'à un autre point y' infiniment proche: soient pour le point y' les coordonnées $x + \alpha$, & $y + \beta$, prenant α & β,

pour marquer des élémens infiniment petits, & nous n'avons qu'à chercher le lieu Y' du même point dans l'état naturel. Pour cet effet posons:

$$L dX + M dY = \alpha, \quad \& \quad P dX + Q dY = \beta,$$

d'où nous tirons

$$dX = \frac{\alpha Q - \beta M}{LQ - MP}, \quad \& \quad dY = \frac{\beta L - \alpha P}{LQ - MP}.$$

Donc, pour le point y' dans l'état troublé, déterminé par les coordonnées $x + \alpha$, & $y + \beta$, nous aurons l'élasticité exprimée par la hauteur $\Pi + \frac{\alpha(EQ - FP) + \beta(FL - EM)}{LQ - MP}$.

9. Pour mieux déveloper cette valeur & celles de lettres E & F, il faut remarquer, qu'ayant posé

$$dx = L dX + M dY, \quad \& \quad dy = P dX + Q dY,$$

nous aurons $\left(\frac{dL}{dY}\right) = \left(\frac{dM}{dX}\right)$, & $\left(\frac{dP}{dY}\right) = \left(\frac{dQ}{dX}\right)$, & partant:

$$E = \frac{h\left(P\left(\frac{dL}{dY}\right) - Q\left(\frac{dL}{dX}\right) - L\left(\frac{dP}{dY}\right) + M\left(\frac{dP}{dX}\right)\right)}{(LQ - MP)^2},$$

$$F = \frac{h\left(P\left(\frac{dM}{dY}\right) - Q\left(\frac{dL}{dY}\right) - L\left(\frac{dQ}{dY}\right) + M\left(\frac{dP}{dY}\right)\right)}{(LQ - MP)^2},$$

d'où nous tirons:

$$EQ - FP = \frac{h\left(2PQ\left(\frac{dL}{dY}\right) - QQ\left(\frac{dL}{dX}\right) - PP\left(\frac{dM}{dY}\right) - (LQ + MP)\left(\frac{dP}{dY}\right) + MQ\left(\frac{dP}{dX}\right) + LP\left(\frac{dQ}{dY}\right)\right)}{(LQ - MP)^2}$$

$$FL - EM = \frac{h\left(2LM\left(\frac{dP}{dY}\right) - MM\left(\frac{dP}{dX}\right) - LL\left(\frac{dQ}{dY}\right) - (LQ + MP)\left(\frac{dL}{dY}\right) + MQ\left(\frac{dL}{dX}\right) + LP\left(\frac{dM}{dY}\right)\right)}{(LQ - MP)^2}$$

En-

Ensuite il faut aussi observer, qu'il y a:

$$L = \left(\frac{dx}{dX}\right);\ M = \left(\frac{dx}{dY}\right);\ P = \left(\frac{dy}{dX}\right);\ \&\ Q = \left(\frac{dy}{dY}\right).$$

10. Delà si nous considérons dans l'état troublé un élément d'air $yprq$, dont la figure soit rectangle, les côtés étant $yp = \delta$, & $yp = \epsilon$, & pris paralleles à nos coordonnées, nous pourrons pour les quatre points $y, p, q, r,$ déterminer l'élasticité. Car ayant pour le point y l'élasticité $= \Pi$, pour le point p dont les coordonnées sont $x + \delta$ & y, donc $\alpha = \delta$ & $\beta = 0$, l'élasticité sera $= \Pi + \frac{\delta(EQ - FP)}{LQ - MP}$. Ensuite pour le point q, dont les coordonnées sont x & $y + \epsilon$, dont $\alpha = 0$, & $\beta = \epsilon$, l'élasticité sera $= \Pi + \frac{\epsilon(FL - EM)}{LQ - MP}$. Et pour le point r, dont les coordonnées sont $x + \delta$, & $y + \epsilon$, dont $\alpha = \delta$, & $\beta = \epsilon$, l'élasticité sera $= \Pi + \frac{\delta(EQ - FP) + \epsilon(FL - EM)}{LQ - MP}$, d'où nous pourrons déterminer la pression de l'air sur les quatre côtés du rectangle $ypqr$.

11. Le côté $yp = \delta$ ayant une épaisseur $= e$, & partant l'aire $= \delta e$, puisque les pressions en y & p sont inégales, si nous prenons un milieu, la pression sur le côté yp sera égale au poids d'un volume d'air Fig. 2.

$$\text{pression sur } yp = \delta e \left(2\Pi + \frac{\delta(EQ - FP)}{2(LQ - MP)}\right).$$

De même sur le côté oposé qr nous aurons

$$\text{pressions sur } qr = \delta e \left(2\Pi + \frac{\delta(EQ - FP) + 2\epsilon(FL - EM)}{2(LQ - MP)}\right)$$

En-

Ensuite sur le côté $yq = \varepsilon e$, nous aurons la

$$\text{pression sur } yq = \varepsilon e \left(2\Pi + \frac{\varepsilon(FL - EM)}{2(LQ - MP)}\right).$$

& de la même maniere

$$\text{pression sur } pr = \varepsilon e \left(2\Pi + \frac{2\delta(EQ - FP) + \varepsilon(FL - EM)}{2LQ - MP}\right).$$

Puisque la différence entre les forces en y & q est égale à celle des forces en p & r, on voit bien que l'inégalité des forces ne trouble point l'effet.

12. Puisque ces forces agissent perpendiculement sur les côtés, l'élément $ypqr$ sera poussé par les deux premieres forces suivant la direction yx par une force, qui est $= \frac{\delta\varepsilon e(FL - EM)}{LQ - MP}$; & les deux dernieres produisent ensemble une force

$$= \frac{\delta\varepsilon e(EQ - FP)}{LQ - MP}, \text{ selon } xA.$$

Ou bien l'élément $ypqr$ sera poussé par les deux forces suivantes:

$$\text{force suivant la direction } Ax = \frac{\delta\varepsilon e(FP - EQ)}{LQ - MP},$$

$$\text{force suivant la direction } xy = \frac{\delta\varepsilon e(EM - FL)}{LQ - MP}.$$

Or le volume contenu dans ce rectangle $ypqr$ étant $= \delta\varepsilon e$, si nous le multiplions par la densité $\frac{1}{LQ - MP}$, la masse sera $= \frac{\delta\varepsilon e}{LQ - MP}$.

13. Ayant trouvé ces forces sollicitantes, introduisons le tems t, & dans l'élément du tems dt nous pourrons assigner les accélé-

célérations ſuivant les mêmes directions. Si nous exprimons le tems t en ſecondes, & que g marque la hauteur d'où un corps peſant tombe dans une ſeconde, les principes de Mécanique nous fourniſſent les équations ſuivantes :

$$\frac{\delta ee}{LQ - MP} \cdot \left(\frac{ddx}{dt^2}\right) = 2g \cdot \frac{\delta ee(FP - EQ)}{LQ - MP}, \quad \&$$

$$\frac{\delta ee}{LQ - MP} \cdot \left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = 2g \cdot \frac{\delta ee(EM - FL)}{LQ - MP},$$

ou bien celles-ci:

$$\left(\frac{ddx}{dt^2}\right) = 2g(FP - EQ), \quad \& \quad \left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = 2g(EM - FL),$$

& maintenant il faut regarder x & y comme des fonctions non ſeulement des deux variables primitives X & Y, mais auſſi du tems t.

14. Voilà la ſolution générale de notre probleme; mais, pour en faire l'application au cas que nous avons en vue, il faut regarder tous les changemens cauſés par l'agitation comme extrêmement petits, de même qu'on le ſuppoſe dans l'hypotheſe d'une ſeule dimenſion. Les différences entre x & X, de même qu'entre y & Y, ſeront donc extrêmement petites; pour tenir compte de cette circonſtance, poſons $x = X + p$, & $y = Y + q$; & les quantités p & q doivent être conſidérées comme évanouiſſantes. Delà nous aurons

$$dX + dp = LdX + MdY, \quad \& \quad dY + dq = PdX + QdY,$$

$$\text{ou} \quad dp = (L - 1)dX + MdY, \quad \& \quad dq = PdX + (Q - 1)dY,$$

& partant les quantités M & P, ſeront extrêmement petites, & L & Q ne différeront de l'unité qu'extrêmement peu.

15. Donc

15. Donc, pour les agitations infiniment petites, nous aurons à peu près $L = 1$; $M = 0$; $P = 0$, & $Q = 1$, & ensuite :

$$L = 1 + \left(\frac{dp}{dX}\right);\ M = \left(\frac{dp}{dY}\right);\ P = \left(\frac{dq}{dX}\right);\ Q = 1 + \left(\frac{dq}{dY}\right);$$

d'où nous tirons

$$\left(\frac{dL}{dX}\right) = \left(\frac{ddp}{dX^2}\right);\ \left(\frac{dL}{dY}\right) = \left(\frac{ddp}{dXdY}\right) = \left(\frac{dM}{dX}\right);\ \left(\frac{dM}{dY}\right) = \left(\frac{ddp}{dY^2}\right),$$

$$\left(\frac{dP}{dX}\right) = \left(\frac{ddq}{dX^2}\right);\ \left(\frac{dP}{dY}\right) = \left(\frac{ddq}{dXdY}\right) = \left(\frac{dQ}{dX}\right);\ \left(\frac{dQ}{dY}\right) = \left(\frac{ddq}{dY^2}\right).$$

De là ayant $LQ - MP = 1$, nous aurons:

$$E = h\left(-\left(\frac{ddp}{dX^2}\right) - \left(\frac{ddq}{dXdY}\right)\right) = -h\left(\frac{ddp}{dX^2}\right) - h\left(\frac{ddq}{dXdY}\right),$$

$$F = h\left(-\left(\frac{ddp}{dXdY}\right) - \left(\frac{ddq}{dY^2}\right)\right) = -h\left(\frac{ddq}{dY^2}\right) - h\left(\frac{ddp}{dXdY}\right),$$

& substituant ces valeurs, nous obtiendrons les deux équations suivantes pour la détermination du mouvement

$$\left(\frac{ddp}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{ddp}{dX^2}\right) + 2gh\left(\frac{ddq}{dXdY}\right), \quad \&$$

$$\left(\frac{ddq}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{ddq}{dY^2}\right) + 2gh\left(\frac{ddp}{dXdY}\right).$$

16. Au lieu des lettres p & q, écrivons les lettres x & y, pour marquer mieux leur rapport avec les coordonnées principales X & Y, & nous aurons la solution suivante. Une particule d'air, qui dans l'état d'équilibre étoit en Y, les coordonnées étant $AX = X$, & $XY = Y$, se trouvera après une agitation infiniment petite quelconque, le tems écoulé étant $= t$, au point y, dont les coordonnées étant posées $Ax = X + x$, & $xy = Y + y$, les quanti-

tés

tés x & y seront quasi infiniment petites, & certaines fonctions des trois variables X, Y & t, dont la nature doit être déterminée par les deux équations suivantes:

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddx}{dt^2}\right)=\left(\frac{ddx}{dX^2}\right)+\left(\frac{ddy}{dXdY}\right), \quad \&$$

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)=\left(\frac{ddy}{dY^2}\right)+\left(\frac{ddx}{dXdY}\right).$$

Tout revient donc à la résolution de ces deux équations, qui est sans doute incomparablement plus difficile, que celle que nous avions trouvée pour le cas d'une seule dimension, & qui se déduit aisément de ces formules, en posant $Y=0$, & $y=0$, d'où l'on obtient

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddx}{dt^2}\right)=\left(\frac{ddx}{dX^2}\right).$$

17. D'abord j'observe qu'on peut satisfaire à ces deux équations en supposant:

$x=B\Phi:(\alpha X+\beta Y+\gamma t$, & $y=C\Phi(\alpha X+\beta Y+\gamma t)$,

le signe Φ marquant une fonction quelconque de la quantité adjointe; & il ne s'agit que de déterminer les quantités constantes α, β, γ, B & C. Or de là nous tirons:

$$\left(\frac{ddx}{dt^2}\right)=B\gamma\gamma\Phi''(\alpha X+\beta Y+\gamma t),$$

$$\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)=C\gamma\gamma\Phi''(\alpha X+\beta Y+\gamma t),$$

$$\left(\frac{ddx}{dX^2}\right)=B\alpha\alpha\Phi''(\alpha X+\beta Y+\gamma t),$$

$$\left(\frac{ddx}{dXdY}\right)=B\alpha\beta\Phi''(\alpha X+\beta Y+\gamma t),$$

$$\left(\frac{ddy}{dY^2}\right)=C\beta\beta\Phi''(\alpha X+\beta Y+\gamma t),$$

$$\left(\frac{ddy}{dXdY}\right)=C\alpha\beta\Phi''(\alpha X+\beta Y+\gamma t),$$

où

où il faut se souvenir que, posant $v = \Phi : u$, je me sers des signes suivans pour marquer la différentiation:

$$\frac{dv}{du} = \Phi' : u, \quad \& \quad \frac{ddv}{du^2} = \Phi'' : u.$$

18. Substituant ces valeurs, & divisant par $\Phi''(\alpha X + \beta Y + \gamma t)$, nous obtiendrons les deux équations suivantes:

$$\frac{B\gamma\gamma}{2gh} = B\alpha\alpha + C\alpha\beta, \quad \& \quad \frac{C\gamma\gamma}{2gh} = C\beta\beta + B\alpha\beta,$$

dont l'une divisée par l'autre donne

$$\frac{B}{C} = \frac{B\alpha\alpha + C\alpha\beta}{C\beta\beta + B\alpha\beta} = \frac{\alpha}{\beta}; \text{ donc } B = \alpha, \quad \& \; C = \beta,$$

& ensuite $\frac{\gamma\gamma}{2gh} = \alpha\alpha + \beta\beta$, ou $\gamma = \sqrt{2gh(\alpha\alpha + \beta\beta)}$.

Maintenant on pourra joindre autant de telles fonctions qu'on voudra, & on aura:

$$x = \alpha\Phi(\alpha X + \beta Y + t\sqrt{2gh(\alpha\alpha + \beta\beta)}) + \alpha'\Psi(\alpha' X + \beta' Y + t\sqrt{2gh(\alpha'\alpha' + \beta'\beta')}) \&c.$$

$$y = \beta\Phi(\alpha X + \beta Y + t\sqrt{2gh(\alpha\alpha + \beta\beta)}) + \beta'\Psi(\alpha' X + \beta' Y + t\sqrt{2gh(\alpha'\alpha' + \beta'\beta')}) \&c.$$

où Φ, Ψ &c. marquent des fonctions quelconques; mais le même charactere signifie dans l'une & l'autre expression la même fonction: or α, β, α', β', &c. sont des quantités constantes arbitraires.

19. Pour mettre cette solution plus clairement devant les yeux, soit

P une fonction quelconque de $\alpha X + \beta Y + t\sqrt{2gh(\alpha\alpha + \beta\beta)}$

P' une fonction quelconque de $\alpha' X + \beta' Y + t\sqrt{2gh(\alpha'\alpha' + \beta'\beta')}$

P'' une fonction quelconque de $\alpha'' X + \beta'' Y + t\sqrt{2gh(\alpha''\alpha'' + \beta''\beta'')}$

&c.

où

où l'on peut prendre pour $\alpha\beta$, $\alpha'\beta'$, $\alpha''\beta''$, &c. des nombres quelconques: & l'on aura pour la solution du probleme les formules suivantes:

$$x = \alpha P + \alpha' P' + \alpha'' P'' + \alpha''' P''' \text{ \&c.}$$
$$y = \beta P + \beta' P' + \beta'' P'' + \beta''' P''' \text{ \&c.}$$

Si l'on suppose ici $t = 0$, on aura l'état au premier instant après l'agitation, lequel étant donné, il en faut convenablement déterminer les nombres α, α', β, β', &c. cependant il s'en faut beaucoup que cette solution soit générale, à moins qu'on n'augmente à l'infini le nombre des formules P, P', P'', &c.

20. Faisons un autre effort pour résoudre nos deux équations trouvées (§. 16), qui renferment la solution de notre probleme. Posons $\left(\frac{dx}{dX}\right) + \left(\frac{dy}{dY}\right) = v$, & nos deux équations deviendront:

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddx}{dt^2}\right) = \left(\frac{dv}{dX}\right), \quad \& \quad \frac{1}{2gh}\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \left(\frac{dv}{dY}\right),$$

d'où nous tirons:

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{d^3x}{dt^2\,dX}\right) = \left(\frac{ddv}{dX^2}\right), \quad \& \quad \frac{1}{2gh}\left(\frac{d^3y}{dt^2\,dY}\right) = \left(\frac{ddv}{dY^2}\right).$$

Or la premiere supposition donne:

$$\left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \left(\frac{d^3x}{dt^2\,dX}\right) + \left(\frac{d^3y}{dt^2\,dY}\right),$$

d'où il s'ensuit

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddv}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddv}{dY^2}\right),$$

Voilà donc réduit notre probleme à l'invention d'une seule fonction v, des trois variables t, X, Y, ce qui paroit être la route la plus aisée pour parvenir à la solution.

21. Puisque nous venons de trouver

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddx}{dt^2}\right) = \left(\frac{dv}{dX}\right), \quad \& \quad \frac{1}{2gh}\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \left(\frac{dv}{dY}\right),$$

la différentiation ultérieure donne

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{d^3x}{dt^2dY}\right) = \left(\frac{ddv}{dXdY}\right) = \frac{1}{2gh}\left(\frac{d^3y}{dt^2dX}\right).$$

Donc, posant $\left(\frac{dx}{dY}\right) = p$, & $\left(\frac{dy}{dX}\right) = q$, nous aurons

$$\left(\frac{ddp}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddq}{dt^2}\right),$$

d'où traitant X & Y, de constantes, nous en tirons par intégration

$$\frac{dp}{dt} = \frac{dq}{dt} + M, \quad \& \; p = q + Mt + N,$$

où M & N, sont des fonctions quelconques de X & Y, de sorte que nous ayons

$$\left(\frac{dx}{dY}\right) - \left(\frac{dy}{dX}\right) = Mt + N,$$

laquelle étant jointe à l'une de nos deux équations principales contiendra aussi la solution du probleme.

22. De cette derniere équation nous concluons

$$\left(\frac{ddx}{dXdY}\right) = \left(\frac{ddy}{dX^2}\right) + t\left(\frac{dM}{dX}\right) + \left(\frac{dN}{dX}\right),$$

$$\left(\frac{ddy}{dXdY}\right) = \left(\frac{ddx}{dY^2}\right) - t\left(\frac{dM}{dY}\right) - \left(\frac{dN}{dY}\right),$$

&

& ces formules étant substituées dans nos équations principales donneront:

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddx}{dt^2}\right)=\left(\frac{ddx}{dX^2}\right)+\left(\frac{ddx}{dY^2}\right)-t\left(\frac{dM}{dY}\right)-\left(\frac{dN}{dY}\right)$$

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)=\left(\frac{ddy}{dY^2}\right)+\left(\frac{ddy}{dX^2}\right)+t\left(\frac{dM}{dX}\right)+\left(\frac{dN}{dX}\right)$$

où il faut remarquer, que M & N sont des fonctions des deux variables X & Y seulement, & qu'elles ne renferment point le tems t. De là on peut encore tirer une solution particuliere, prenant pour M & N, des fonctions quelconque des deux variables X & Y:

$$x=\alpha tX+t\left(\frac{dM}{dY}\right)+\gamma X+\left(\frac{dN}{dY}\right),$$

$$y=\beta tY-t\left(\frac{dM}{dX}\right)+\delta Y-\left(\frac{dN}{dX}\right).$$

Car de là il s'ensuit

$$\left(\frac{ddx}{dt^2}\right)=0;\ \left(\frac{ddy}{dt^2}\right)=0;\ \left(\frac{dx}{dX}\right)+\left(\frac{dy}{dY}\right)=v=(\alpha+\beta)t+\gamma+\delta,$$

$$\text{donc}\ \left(\frac{dv}{dX}\right)=0,\ \&\ \left(\frac{dv}{dY}\right)=0.$$

23. Cette solution particuliere peut être jointe aux autres solutions particulieres données ci-dessus: car si les valeurs $x=P$, & $y=Q$, fournissent une solution, & aussi celles-ci $x=P'$, & $y=Q'$, on en pourra toujours former une solution nouvelle plus générale $x=\alpha P+\beta P'$, & $y=\alpha Q+\beta Q'$. Or ci-dessus j'ai indiqué une infinité de fonctions, dont chacune fournit une solution du probleme: les prenant donc toutes ensemble, & y joignant encore les valeurs de x & y, que je viens de trouver ici en dernier lieu, & qui ne semblent pas être comprises dans les précédentes, on aura une solution infiniment plus générale. Cependant il ne paroit

pas

pas encore, comment on doit déterminer toutes ces fonctions, pour que posant $t = 0$, on obtienne une agitation initiale donnée. Cependant chaque solution particuliere se rapporte à un certain état initial, lequel étant supposé avoir lieu, on en pourra assigner pour tout tems l'agitation qui aura lieu dans l'air.

24. Pour en donner un exemple, considérons cette solution particuliere:

$$x = \Phi(X + t\sqrt{2gh}) + \Psi(X - t\sqrt{2gh}),$$
$$y = \Sigma(Y + t\sqrt{2gh}) + \Theta(Y - t\sqrt{2gh}),$$

où les caracteres Φ, Ψ, Σ, Θ, marquent des fonctions quelconques des quantités qui leur sont attachées, sans en excepter les fonctions irrégulieres & discontinues. Cela posé, ces formules donnent non seulement pour chaque tems proposé t les déplacemens x & y, de chaque particule d'air, dont le lieu dans l'état d'équilibre est déterminé par les coordonnées X & Y, mais aussi le mouvement de cette même particule, qu'on connoit par les vitesses suivant la direction des coordonnées; & ces vitesses seront;

$$\left(\frac{dx}{dt}\right) = (\Phi'(X + t\sqrt{2gh}) - \Psi'(X - t\sqrt{2gh}))\sqrt{2gh},$$

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) = (\Sigma'(Y + t\sqrt{2gh}) - \Theta'(Y - t\sqrt{2gh}))\sqrt{2gh}.$$

25. Maintenant, pour l'état initial posant $t = 0$, on aura:

$$x = \Phi: X + \Psi: X; \quad y = \Sigma: Y + \Theta: Y, \quad \&$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right) = (\Phi': X - \Psi': X)\sqrt{2gh}; \quad \left(\frac{dy}{dt}\right) = (\Sigma': Y - \Theta': Y)\sqrt{2gh}:$$

Donc

Donc, si au commencement on a eu

$$x = \Gamma : X; \quad y = \Delta : Y; \quad \left(\frac{dx}{dt}\right) = \Lambda' . X . \sqrt{2gh}; \quad \left(\frac{dy}{dt}\right) = \Xi' . Y . \sqrt{2gh},$$

nos fonctions seront déterminées par celles-ci en sorte:

$$\Phi : X + \Psi : X = \Gamma : X; \qquad \Sigma : Y + \Theta : Y = \Delta : Y,$$
$$\Phi : X - \Psi : X = \Lambda : X; \qquad \Sigma : Y - \Theta : Y = \Xi : Y,$$

& partant:

$$\Phi : X = \tfrac{1}{2}\Gamma : X + \tfrac{1}{2}\Lambda : X; \qquad \Psi : X = \tfrac{1}{2}\Gamma : X - \tfrac{1}{2}\Lambda : X$$
$$\Sigma : Y = \tfrac{1}{2}\Delta : Y + \tfrac{1}{2}\Xi : Y; \qquad \Theta : Y = \tfrac{1}{2}\Delta : Y - \tfrac{1}{2}\Xi : Y$$

d'où nos équations seront:

$$x = \tfrac{1}{2}\Gamma(X + t\sqrt{2gh}) + \tfrac{1}{2}\Lambda(X + t\sqrt{2gh}) + \tfrac{1}{2}\Gamma(X - t\sqrt{2gh}) - \tfrac{1}{2}\Lambda(X - t\sqrt{2gh}),$$
$$y = \tfrac{1}{2}\Delta(Y + t\sqrt{2gh}) + \tfrac{1}{2}\Xi(Y + t\sqrt{2gh}) + \tfrac{1}{2}\Delta(Y - t\sqrt{2gh}) - \tfrac{1}{2}\Xi(Y - t\sqrt{2gh})$$

26. Supposons ces fonctions telles, que $\Gamma : u$; $\Lambda : u$; $\Delta : u$, & $\Xi : u$, soient toujours égales à zéro, excepté les seuls cas où $u = 0$, auquel leurs valeurs soient α, β, γ, δ, infiniment petites, & l'on voit que l'agitation initiale aura été telle que pour $X = 0$, & $Y = 0$, on a $x = \alpha$; & $y = \gamma$: c'est à dire la ligne d'air BC a été poussée en bc, & la ligne DE en de, tout le reste de l'air demeurant en repos au premier instant: les autres fonctions expriment les vitesses imprimées à ces lignes d'air au commencement. Cela posé, après un tems quelconque t, qu'on prenne $AP = AP' = t\sqrt{2gh}$, & $AL = AL' = t\sqrt{2gh}$, & toute la ligne QPR sera déplacée en qr par l'intervalle $= \tfrac{1}{2}\Gamma : 0 - \tfrac{1}{2}\Lambda : 0 = \frac{\alpha - \beta}{2}$; or de l'autre côté la ligne Q'P'R' se trouvera en $q'r'$ par l'intervalle $= \tfrac{1}{2}\Gamma 0 + \tfrac{1}{2}\Lambda 0 = \frac{\alpha + \beta}{2}$. Ensuite, la ligne MLM'' sera transportée en mm' par l'intervalle $= \frac{\gamma - \delta}{2}$, & la ligne NL'N' Fig. 3.

en nn' par l'intervalle $= \frac{\gamma + \delta}{2}$. Or tout le reste sera en repos. Donc les ébranlemens originaires selon les lignes BC & ED sont continués par des lignes paralleles, sans se troubler mutuellement, avec une vitesse de $\sqrt{2gh}$ par seconde.

27. Pour le cas où l'agitation originaire n'aura subsisté que dans un très petit espace autour du point A, il est evident que les agitations produites se continueront par des cercles concentriques. Dans ce cas donc, les déplacemens x & y seront proportionnels aux coordonnées X & Y: pour cet effet posons $x = vX$, & $y = vY$, & nous aurons:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right) = X\left(\frac{dv}{dt}\right);\quad \left(\frac{dx}{dX}\right) = v + X\left(\frac{dv}{dX}\right);\quad \left(\frac{dx}{dY}\right) = X\left(\frac{dv}{dY}\right)$$

$$\left(\frac{ddx}{dt^2}\right) = X\left(\frac{ddv}{dt^2}\right);\quad \left(\frac{ddx}{dX^2}\right) = 2\left(\frac{dv}{dX}\right) + X\left(\frac{ddv}{dX^2}\right);$$

$$\left(\frac{ddx}{dXdY}\right) = \left(\frac{dv}{dY}\right) + X\left(\frac{ddv}{dXdY}\right),$$

& de la même maniere

$$\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = Y\left(\frac{ddv}{dt^2}\right);\quad \left(\frac{ddy}{dY^2}\right) = 2\left(\frac{dv}{dY}\right) + Y\left(\frac{ddv}{dY^2}\right);$$

$$\left(\frac{ddy}{dXdY}\right) = \left(\frac{dv}{dX}\right) + Y\left(\frac{ddv}{dXdY}\right),$$

d'où nos équations principales deviendront:

$$\frac{X}{2gh}\left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = 3\left(\frac{dv}{dX}\right) + X\left(\frac{ddv}{dX^2}\right) + Y\left(\frac{ddv}{dXdY}\right),$$

$$\frac{Y}{2gh}\left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = 3\left(\frac{dv}{dY}\right) + Y\left(\frac{ddv}{dY^2}\right) + X\left(\frac{ddv}{dXdY}\right).$$

28.

28. Mais il est évident que v est une fonction seulement des deux variables t & $\sqrt{(XX+YY)}$, posons donc $\sqrt{(XX+YY)}=Z$, & $dv = Mdt + NdZ$; d'où, puisque $dZ = \frac{XdX + YdY}{Z}$, nous tirons $\left(\frac{dv}{dt}\right) = M$; $\left(\frac{dv}{dX}\right) = \frac{NX}{Z}$, & $\left(\frac{dv}{dY}\right) = \frac{NY}{Z}$; & ensuite $\left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \left(\frac{dM}{dt}\right)$, &

$$\left(\frac{ddv}{dX^2}\right) = \frac{X}{Z}\left(\frac{dN}{dX}\right) + \frac{N}{Z} - \frac{NXX}{Z^3} = \frac{X}{Z}\left(\frac{dN}{dX}\right) + \frac{NYY}{Z^3},$$

$$\left(\frac{ddv}{dXdY}\right) = \frac{X}{Z}\left(\frac{dN}{dY}\right) - \frac{NXY}{Z^3},$$

$$\left(\frac{ddv}{dY^2}\right) = \frac{Y}{Z}\left(\frac{dN}{dY}\right) + \frac{N}{Z} - \frac{NYY}{Z^3} = \frac{Y}{Z}\left(\frac{dN}{dY}\right) + \frac{NXX}{Z^3}.$$

Posons $dN = Pdt + QdZ = Pdt + \frac{QXdX + QYdY}{Z}$, & puisque $\left(\frac{dN}{dX}\right) = \frac{QX}{Z}$, $\left(\frac{dN}{dY}\right) = \frac{QY}{Z}$, nous aurons

$$\left(\frac{ddv}{dX^2}\right) = \frac{QXX}{ZZ} + \frac{NYY}{Z^3}; \quad \left(\frac{ddv}{dXdY}\right) = \frac{QXY}{ZZ} - \frac{NXY}{Z^3},$$

$$\& \left(\frac{ddv}{dY^2}\right) = \frac{QYY}{ZZ} + \frac{NXX}{Z^3}.$$

29. Ces valeurs étant substituées, nos équations deviendront.

$$\frac{X}{2gh}\left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \frac{3NX}{Z} + QX, \quad \&$$

$$\frac{Y}{2gh}\left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \frac{3NY}{Z} + QY;$$

&

& se reduisent par conséquent à une seule

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \frac{3N}{Z} + Q.$$

Or, puisque $N = \left(\frac{dv}{dZ}\right)$, & $Q = \left(\frac{dN}{dZ}\right) = \left(\frac{ddv}{dZ^2}\right)$,
il s'agit de trouver pour v une telle fonction des deux variables t & Z, qui satisfasse à cette équation

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \frac{3}{Z}\left(\frac{dv}{dZ}\right) + \left(\frac{ddv}{dZ^2}\right).$$

Fig. 4. Alors un point quelconque Z, dont la distance au point fixe A est dans l'équilibre $AZ = Z$, sera transporté après le tems $= t$ par un espace $Zz = \sqrt{(xx + yy)} = vZ$, dont il s'éloignera du point fixe A. Si nous nommons cet éloignement $Zz = vZ = z$, de sorte que $v = \frac{z}{Z}$, nous aurons

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddz}{dt^2}\right) = -\frac{z}{ZZ} + \frac{1}{Z}\left(\frac{dz}{dZ}\right) + \left(\frac{ddz}{dZ^2}\right).$$

30. Si cette équation admettoit une telle solution, qu'il fût $z = P\Phi : (Z \pm t\sqrt{2gh})$, on en concluroit, que la propagation des ébranlemens se fit avec la même vitesse, que dans la premiere hypothese, qui seroit par conséquent moindre que selon l'expérience. Mais une telle forme substituée pour z ne satisfait point à notre équation, d'où l'on peut conclure, que la propagation du son pourroit bien se faire avec une autre vitesse dans cette hypothese. Cependant on n'en sauroit rien conclure de positif, avant qu'on soit en état de résoudre généralement cette équation: mais, quoiqu'on en puisse aisément assigner plusieurs valeurs particulieres, il ne paroit pas comment on en pourroit déduire la valeur générale. Par cette raison on ne sauroit apporter trop de soins à perfectionner la partie de l'Analyse qui s'occupe à résoudre ces sortes d'équations.

CETTE

CETTE MÊME RECHERCHE *pour l'hypothese de trois dimensions.*

31. Dans l'état d'équilibre considérons un point quelconque Z, dont la position soit déterminée par les trois coordonnées $AX = X$, $XY = Y$, & $YZ = Z$. Or, après une agitation excitée dans l'air pour un tems donné, ce même point ait été transporté en z, dont le lieu soit déterminé par de semblables trois coordonnées $Ax = x$, $xy = y$, $yz = z$ perpendiculaires entr'elles. Et il est clair que chacune de ces coordonnées sera une certaine fonction des trois principales X, Y, Z, qui répondent à l'état d'équilibre; posons donc Fig. 5.

$$dx = LdX + MdY + NdZ;$$
$$dy = PdX + QdY + RdZ;$$
$$dz = SdX + TdY + VdZ;$$

car, quoiqu'elles renferment aussi le tems t, je n'en tiens pas encore compte, puisque je rapporte toutes ces recherches au même instant.

32. Considérons maintenant dans l'état d'équilibre une pyramide d'air infiniment petite $Z\zeta\eta\theta$, terminée par les quatres points Z, ζ, η, θ, auxquels répondent les coordonnées, comme il suit:

du point	les trois coordonnées		
Z	X,	Y,	Z
ζ	$X + \alpha$,	Y,	Z
η	X,	$Y + \beta$,	Z
θ	X,	Y,	$Z + \gamma$,

cette pyramide sera la sixieme partie du parallelepipede formé par les trois côtés α, β, γ, que je suppose infiniment petits. Donc la solidité de cette pyramide sera $= \frac{1}{6}\alpha\beta\gamma$, dont la densité est supposée $= 1$, & l'élasticité exprimée par la hauteur h: en sorte qu'une colonne d'air naturel de cette hauteur, tienne l'élasticité en équilibre.

 33.

33. Qu'après l'agitation cette même pyramide ait été transportée en $z\lambda\mu\nu$, dont les quatre angles seront déterminés chacun par les trois coordonnées suivantes :

du point	les trois coordonnées		
z	$Ax = x$;	$xy = y$;	$yz = z$
λ	$AL = x + L\alpha$;	$Ll = y + P\alpha$;	$l\lambda = z + S\alpha$,
μ	$AM = x + M\beta$;	$Mm = y + Q\beta$;	$m\mu = z + T\beta$,
ν	$AN = x + N\gamma$;	$Nn = y + R\gamma$;	$n\nu = z + V\gamma$,

Or la solidité de cette pyramide est égale à

$$ymn\,z\mu\nu + yln\,z\lambda\nu + lmn\,\lambda\mu\nu - ylm\,z\lambda\mu,$$

& partant, en prenant la solidité de chaque part

$$\left.\begin{array}{l} + \frac{1}{3}\,yln\,(yz + l\lambda + n\nu) \\ + \frac{1}{3}\,ymn\,(yz + m\mu + n\nu) \\ + \frac{1}{3}\,lmn\,(l\lambda + m\mu + n\nu) \\ + \frac{1}{3}\,ylm\,(yz + l\lambda + m\mu) \end{array}\right\} = \begin{array}{l} + \frac{1}{3}\,yln\,(3z + S\alpha + V\gamma) \\ + \frac{1}{3}\,ymn\,(3z + T\beta + V\gamma) \\ + \frac{1}{3}\,lmn\,(3z + S\alpha + T\beta + V\gamma) \\ + \frac{1}{3}\,ylm\,(3z + S\alpha + T\beta) \end{array}$$

laquelle expression se réduit à celle-ci.

$$= \tfrac{1}{3}S\alpha.\,\Delta ymn - \tfrac{1}{3}T\beta.\,\Delta yln + \tfrac{1}{3}V\gamma.\,\Delta ylm.$$

34. Or les aires de ces triangles se trouvent en sorte :

$$\Delta ymn = \tfrac{1}{2}xM\,(Xy + Mm) + \tfrac{1}{2}MN\,(Mm + Nn) - \tfrac{1}{2}xN\,(xy + Nn)$$

$$\Delta yln = \tfrac{1}{2}xN\,(xy + Nn) + \tfrac{1}{2}LN\,(Ll + Nn) - \tfrac{1}{2}xL\,(xy + Ll)$$

$$\Delta ylm = \tfrac{1}{2}xM\,(xy + Mm) + \tfrac{1}{2}LM\,(Ll + Mm) - \tfrac{1}{2}xL\,(xy + Ll)$$

& partant les aires de ces triangles seront

$$\Delta ymn = \tfrac{1}{2}xM\,(2y + Q\beta) + \tfrac{1}{2}MN\,(2y + Q\beta + R\gamma) - \tfrac{1}{2}xN\,(2y + R\gamma),$$
$$\text{ou } \Delta ymn = \tfrac{1}{2}Q\beta.\,xN - \tfrac{1}{2}R\gamma.\,xM.$$

$$\Delta yln = \tfrac{1}{2}xN\,(2y + R\gamma) + \tfrac{1}{2}LN\,(2y + P\alpha + R\gamma) - \tfrac{1}{2}xL\,(2y + P\alpha),$$
$$\text{ou } \Delta yln = \tfrac{1}{2}R\gamma.\,xL - \tfrac{1}{2}P\alpha.\,xN.$$

$$\Delta ylm = \tfrac{1}{2}xM\,(2y + Q\beta) + \tfrac{1}{2}LM\,(2y + P\alpha + Q\beta) - \tfrac{1}{2}xL\,(2y + P\alpha),$$
$$\text{ou } \Delta ylm = \tfrac{1}{2}Q\beta.\,xL - \tfrac{1}{2}P\alpha.\,xM.$$

Or

Or $xL = La$; $xM = M\beta$, & $xN = N\gamma$. Donc

$$\Delta ymn = \tfrac{1}{2} NQ\beta\gamma - \tfrac{1}{2} MR\beta\gamma = \tfrac{1}{2}\beta\gamma(NQ - MR),$$
$$\Delta yln = \tfrac{1}{2} LR\alpha\gamma - \tfrac{1}{2} NP\alpha\gamma = \tfrac{1}{2}\alpha\gamma(LR - NP),$$
$$\Delta ylm = \tfrac{1}{2} LQ\alpha\beta - \tfrac{1}{2} MP\alpha\beta = \tfrac{1}{2}\alpha\beta(LQ - MP),$$

35. De là nous trouvons la ſolidité de notre pyramide

$$-\tfrac{1}{6}\alpha\beta\gamma S(NQ-MR)-\tfrac{1}{6}\alpha\beta\gamma T(LR-NP)+\tfrac{1}{6}\alpha\beta\gamma V(LQ-MP),$$

& partant la denſité de l'air y ſera:

$$\frac{1}{LQV - MPV + MRS - NQS + NPT - LRT},$$

& par conſéquent, ſi nous poſons Π pour la hauteur qui y meſure l'élaſticité, nous aurons:

$$\Pi = \frac{h}{LQV - MPV + MRS - MQS + NPT - LRT}.$$

Cette quantité ſera donc auſſi une fonction des trois variables X, Y, Z, & ſi nous poſons

$$d\Pi = E dX + F dY + G dZ,$$

les quantités E, F, G, ſe détermineront aiſément par la différentiation de la valeur de Π, puiſque

$$E = \left(\frac{d\Pi}{dX}\right); \quad F = \left(\frac{d\Pi}{dY}\right); \quad G = \left(\frac{d\Pi}{dZ}\right).$$

36. Si nous concevons dans l'état d'équilibre un point Z′ infiniment proche de Z, & déterminé par ces trois coordonnées $X + dX$, $Y + dY$, $Z + dZ$, il ſe trouvera maintenant en z', en ſorte que les coordonnées ſeront

$$x + L dX + M dY + N dZ,$$
$$y + P dX + Q dY + R dZ,$$
$$z + S dX + T dY + V dZ.$$

Donc

Donc, si la position du point z' infiniment proche de z est donnée par les coordonnées $x + \alpha$, $y + \beta$, $z + \gamma$, nous en pourrons trouver le lieu dans l'état d'équilibre. Car, si nous posons pour abréger

$$LQV - MPV + MRS - NQS + NPT - LRT = K,$$

de sorte que $\Pi = \frac{h}{K}$, nous aurons

$$dX = \frac{\alpha(QV - RT) + \beta(NT - MV) + \gamma(MR - NQ)}{K}$$

$$dY = \frac{\alpha(RS - PV) + \beta(LV - NS) + \gamma(NP - LR)}{K}$$

$$dZ = \frac{\alpha(PT - QS) + \beta(MS - LT) + \gamma(LQ - MP)}{K}$$

37. De là l'élasticité en z étant $= \frac{h}{K} = \Pi$, elle sera en $z' = \Pi + EdX + FdY + GdZ$: donc, si nous posons pour abréger,

$$E(QV - RT) + F(RS - PV) + G(PT - QS) = A$$
$$E(NT - MV) + F(LV - NS) + G(MS - LT) = B$$
$$E(MR - NQ) + F(NP - LR) + G(LQ - MP) = C$$

l'élasticité en z' sera

$$\Pi + \frac{A\alpha + B\beta + C\gamma}{K}.$$

Or la densité en z est $= \frac{1}{K}$. Donc, si nous considérons un parallelepipede rectangle infiniment petit $zbcd\alpha\beta\gamma\delta$, dont les côtés soyent paralleles à nos trois coordonnées, & que nous nommions $zb = \alpha$, $zc = \beta$, $z\alpha = \gamma$, la solidité de ce parallelepipede sera $= \alpha\beta\gamma$, & la masse d'air qui y est contenue $= \frac{\alpha\beta\gamma}{K}$.

Fig. 5.

38.

38. Voyons maintenant les forces dont ce parallelepipede sera sollicité; pour cet effet, cherchons l'élasticité à chacun de ses angles, ce qui se fera aisément par les trois coordonnées qui répondent à chacun.

du point	les coordonnées			l'élasticité
z	x,	y,	z	Π
b	$x+\alpha$,	y,	z	$\Pi + \frac{A\alpha}{K}$
c	x,	$y+\beta$,	z	$\Pi + \frac{B\beta}{K}$
d	$x+\alpha$,	$y+\beta$,	z	$\Pi + \frac{A\alpha + B\beta}{K}$
α	x,	y,	$z+\gamma$	$\Pi + \frac{C\gamma}{K}$
β	$x+\alpha$,	y,	$z+\gamma$	$\Pi + \frac{A\alpha + C\gamma}{K}$
γ	x,	$y+\beta$,	$z+\gamma$	$\Pi + \frac{B\beta + C\gamma}{K}$
δ	$x+\alpha$,	$y+\beta$,	$z+\gamma$	$\Pi + \frac{A\alpha + B\beta + C\gamma}{K}$.

39. Pour trouver la force, dont le parallelepipede est poussé vers la direction AX, considérons les faces $z c \alpha \gamma$ & $b d \beta \delta$, & nous voyons que toutes les pressions sur la face $b d \beta \delta$ surpassent celles qui agissent sur l'autre $z c \alpha \gamma$ de la quantité $\frac{A\alpha}{C}$. Donc l'aire de chacune de ces deux faces étant $= \beta\gamma$, il en résulte une force selon la direction $Ax = -\frac{A\alpha\beta\gamma}{K}$. De la même maniere les forces

qui agissent sur la face $c\,d\,\gamma\,\delta$ surpassent celles qui agissent sur la face $z\,b\,\alpha\,\beta$ de la quantité $\frac{B\beta}{K}$; donc, l'aire de ces face étant $= \alpha\gamma$, il en résulte une force selon la direction $x\,y = -\frac{B\alpha\beta\gamma}{K}$. Enfin, les forces qui agissent sur la face $\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta$ surpassent celles qui agissent sur la face $z\,b\,c\,d$ de la quantité $\frac{C\gamma}{K}$; donc, l'aire de ces faces étant $= \alpha\beta$, il en résulte une force dans la direction $y\,z = -\frac{C\alpha\beta\gamma}{K}$.

40. Après avoir trouvé ces forces selon les directions de nos trois coordonnées, le parallelepipede dont la masse est $= \frac{\alpha\beta\gamma}{K}$, recevra les accélérations suivantes:

$$\left(\frac{ddx}{dt^2}\right) = -2gA, \text{ suivant } Ax,$$

$$\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = -2gB, \text{ suivant } xy,$$

$$\left(\frac{ddz}{dt^2}\right) = -2gC, \text{ suivant } yz,$$

où l'on n'a qu'à mettre pour A, B, C, les valeurs supposées ci-dessus. Mais, ici considérant les agitations comme extrèmement petites, pour en tenir compte posons

$$x = X + p; \quad y = Y + q, \quad \& \; z = Z + r,$$

de sorte que p, q, r, soient des quantités quasi infiniment petites: & partant on aura

$$dp = (L - 1)\,dX + M\,dY + N\,dZ,$$
$$dq = P\,dX + (Q - 1)\,dY + R\,dZ,$$
$$dr = S\,dX + T\,dY + (V - 1)\,dZ.$$

41.

41. De là nous aurons à peu près

$L = 1$, $M = 0$, $N = 0$, $P = 0$, $Q = 1$, $R = 0$, $S = 0$, $T = 0$, $V = 1$,

donc $K = 1$, entant que nous n'en considérions les différentiels; mais pour la différentiel de Π, nous aurons:

$$E = \left(\frac{d\Pi}{dX}\right) = -\left(\left(\frac{dL}{dX}\right) + \left(\frac{dQ}{dX}\right) + \left(\frac{dV}{dX}\right)\right) h,$$

$$F = \left(\frac{d\Pi}{dY}\right) = -\left(\left(\frac{dL}{dY}\right) + \left(\frac{dQ}{dY}\right) + \left(\frac{dV}{dY}\right)\right) h,$$

$$G = \left(\frac{d\Pi}{dZ}\right) = -\left(\left(\frac{dL}{dZ}\right) + \left(\frac{dQ}{dZ}\right) + \left(\frac{dV}{dZ}\right)\right) h,$$

Ensuite nous trouvons:

$$A = E; \quad B = F, \quad \& \quad C = G.$$

& enfin, pour éliminer les autres lettres, remarquons que

$$L = 1 + \left(\frac{dp}{dX}\right); \quad Q = 1 + \left(\frac{dq}{dY}\right); \quad V = 1 + \left(\frac{dr}{dZ}\right).$$

& outre les coordonnées principales X, Y, Z, avec le tems t nous n'aurons que les trois petites quantités p, q, r, qui marquent le déplacement de chaque point

42. Substituons donc ces valeurs, & le mouvement de l'air causé par une agitation quelconque, mais extrèmement petite, sera déterminé par les trois équations suivantes:

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddp}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddp}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddq}{dX\,dY}\right) + \left(\frac{ddr}{dX\,dZ}\right)$$

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddq}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddp}{dX\,dY}\right) + \left(\frac{ddq}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddr}{dY\,dZ}\right)$$

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddr}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddp}{dX\,dZ}\right) + \left(\frac{ddq}{dY\,dZ}\right) + \left(\frac{ddr}{dZ^2}\right)$$

 où

ou bien, si nous posons $\left(\frac{dp}{dX}\right) + \left(\frac{dq}{dY}\right) + \left(\frac{dr}{dZ}\right) = v$, nos équations prendront les formes suivantes,

$$\left(\frac{ddp}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dX}\right);\ \left(\frac{ddq}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dY}\right);\ \left(\frac{ddr}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dZ}\right),$$

d'où nous concluons

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddv}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddv}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddv}{dZ^2}\right),$$

où il n'y a qu'une seule variable inconnue v.

43. Voilà donc la solution du probleme sur la propagation du son, ayant égard à toutes les dimensions de l'air. Un élément d'air, dont le lieu dans l'état d'équilibre est déterminé par les trois coordonnées X, Y, Z, se trouvera après le tems t dans un lieu déterminé par les coordonnées $X + x$, $Y + y$, $Z + z$, où x, y, z, sont telles fonctions des quatre variables X, Y, Z, & t, dont la nature est exprimée par les équations suivantes:

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddx}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddx}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddy}{dXdY}\right) + \left(\frac{ddz}{dXdZ}\right)$$

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddx}{dXdY}\right) + \left(\frac{ddy}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddz}{dYdZ}\right)$$

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddz}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddx}{dXdZ}\right) + \left(\frac{ddy}{dYdZ}\right) + \left(\frac{ddz}{dZ^2}\right).$$

ou bien, posant $\left(\frac{dx}{dX}\right) + \left(\frac{dy}{dY}\right) + \left(\frac{dz}{dZ}\right) = v$, on aura

$$\left(\frac{ddx}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dX}\right);\ \left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dY}\right);\ \left(\frac{ddz}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dZ}\right),$$

$$\&\ \frac{1}{2gh}\left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddv}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddv}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddv}{dZ^2}\right).$$

44.

44. Il n'est pas difficile de trouver une infinité de solutions particulieres, on n'a qu'à poser

$$x = A\Phi(at + \beta X + \gamma Y + \delta Z)$$
$$y = B\Phi(at + \beta X + \gamma Y + \delta Z)$$
$$z = C\Phi(at + \beta X + \gamma Y + \delta Z),$$

& l'on obtiendra les égalités suivantes :

$$\frac{A\alpha\alpha}{2gh} = A\beta\beta + B\beta\gamma + C\beta\delta = \beta(A\beta + B\gamma + C\delta)$$
$$\frac{B\alpha\alpha}{2gh} = A\beta\gamma + B\gamma\gamma + C\gamma\delta = \gamma(A\beta + B\gamma + C\delta)$$
$$\frac{C\alpha\alpha}{2gh} = A\beta\delta + B\gamma\delta + C\delta\delta = \delta(A\beta + B\gamma + C\delta),$$

d'où il s'ensuit $A = \beta$, $B = \gamma$, $C = \delta$, &

$$\alpha = \sqrt{2gh(\beta\beta + \gamma\gamma + \delta\delta)}.$$

Or on peut prendre à volonté les trois nombres β, γ, δ, & partant on aura une infinité de pareilles fonctions qui étant ajoutées ensemble donneront des valeurs convenables pour les inconnues x, y, z.

45. Tirons de là le cas, où les agitations partant d'un point A se répandent en tout sens également. Alors on aura: $x = Xs$; $y = Ys$; $z = Zs$, & s sera une fonction des deux quantités t & $\sqrt{(XX + YY + ZZ)}$. Posons $V = \sqrt{(XX + YY + ZZ)}$, de sorte que V marque la distance du point Z au centre A dans l'état d'équilibre: & puisque

$$ds = dt\left(\frac{ds}{dt}\right) + dV\left(\frac{ds}{dV}\right), \text{ ou bien}$$

$$ds = dt\left(\frac{ds}{dt}\right) + \frac{XdX}{V}\left(\frac{ds}{dV}\right) + \frac{YdY}{V}\left(\frac{ds}{dV}\right) + \frac{ZdZ}{V}\left(\frac{ds}{dV}\right),$$

 nous

nous aurons:

$$\left(\frac{dx}{dX}\right) = s + \frac{XX}{V}\left(\frac{ds}{dV}\right); \quad \left(\frac{dy}{dY}\right) = s + \frac{YY}{V}\left(\frac{ds}{dV}\right);$$

$$\left(\frac{dz}{dZ}\right) = s + \frac{ZZ}{V}\left(\frac{ds}{dV}\right),$$

donc $\left(\frac{dx}{dX}\right) + \left(\frac{dy}{dY}\right) + \left(\frac{dz}{dZ}\right) = 3s + V\left(\frac{ds}{dV}\right).$

Maintenant, ayant $\left(\frac{ds}{dX}\right) = \frac{X}{V}\left(\frac{ds}{dV}\right)$; $\left(\frac{dV}{dX}\right) = \frac{X}{V}$, & $\left(\frac{dds}{dVdX}\right) = \frac{X}{V}\left(\frac{dds}{dV^2}\right)$; car, puisque en général $\left(\frac{du}{dX}\right) = \frac{X}{V}\left(\frac{du}{dV}\right)$, posant $u = \left(\frac{ds}{dV}\right)$, nous aurons $\left(\frac{dds}{dXdV}\right) = \frac{X}{V}\left(\frac{dds}{dV^2}\right)$, la premiere équation sera

$$\frac{X}{2gh}\left(\frac{dds}{dt^2}\right) = \frac{3X}{V}\left(\frac{ds}{dV}\right) + \frac{X}{V}\left(\frac{ds}{dV}\right) + X\left(\frac{dds}{dV^2}\right),$$

ou bien $\frac{1}{2gh}\left(\frac{dds}{dt^2}\right) = \frac{4}{V}\left(\frac{ds}{dV}\right) + \left(\frac{dds}{dV^2}\right)$, & à cette même équation aussi les autres conduiront.

46. Le point Z s'éloignera directement du centre par le petit intervalle $s\sqrt{(XX + YY + ZZ)} = Vs$: donc, si nous posons cet intervalle $Vs = u$, à cause de $s = \frac{u}{V}$, nous aurons

$$\left(\frac{dds}{dt^2}\right) = \frac{1}{V}\left(\frac{ddu}{dt^2}\right); \quad \left(\frac{ds}{dV}\right) = -\frac{u}{VV} + \frac{1}{V}\left(\frac{du}{dV}\right),$$

$$\& \left(\frac{dds}{dV^2}\right) = \frac{2u}{V^3} + \frac{2}{VV}\left(\frac{du}{dV}\right) + \frac{1}{V}\left(\frac{ddu}{dV^2}\right),$$

d'où

d'où l'intervalle du déplacement u sera exprimé par cette équation.

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddu}{dt^2}\right) = -\frac{2u}{VV} + \frac{2}{V}\left(\frac{du}{dV}\right) + \left(\frac{ddu}{dV^2}\right).$$

C'est donc de la résolution de cette équation, que dépend la propagation du son par l'air étendu en tout sens. Puisque cette équation est différente de celle que nous avons trouvée pour le cas de deux dimensions, la propagation du son sera aussi différente.

47. Or pour trouver une solution générale de nos formules du §. 43. qu'on prenne

O fonction quelconque de $\alpha X + \beta Y + \gamma Z \pm t\sqrt{2gh(\alpha\alpha + \beta\beta + \gamma\gamma)}$

O' fonction quelconque de $\alpha' X + \beta' Y + \gamma' Z \pm t\sqrt{2gh(\alpha'\alpha' + \beta'\beta' + \gamma'\gamma')}$

O'' fonction quelconque de $\alpha'' X + \beta'' Y + \gamma'' Z \pm t\sqrt{2gh(\alpha''\alpha'' + \beta''\beta'' + \gamma''\gamma'')}$

&c.

en augmentant le nombre de telles fonctions à l'infini, puisque α, β, γ, α', β', γ', &c. sont des nombres arbitraires. Ensuite soient L, M, N, P, Q, R, des fonctions quelconques des trois variables X, Y, Z, sans qu'elles renferment le tems t: & on aura les valeurs suivantes pour les variables cherchées x, y, z.

$$x = \alpha O + \alpha' O' + \alpha'' O'' \&c. + t\left(\frac{dd(L-M)}{dYdZ}\right) + \left(\frac{dd(P-Q)}{dYdZ}\right)$$

$$y = \beta O + \beta' O' + \beta'' O'' \&c. + t\left(\frac{dd(M-N)}{dXdZ}\right) + \left(\frac{dd(Q-R)}{dXdZ}\right)$$

$$z = \gamma O + \gamma' O' + \gamma'' O'' \&c. + t\left(\frac{dd(N-L)}{dXdY}\right) + \left(\frac{dd(R-P)}{dXdY}\right)$$

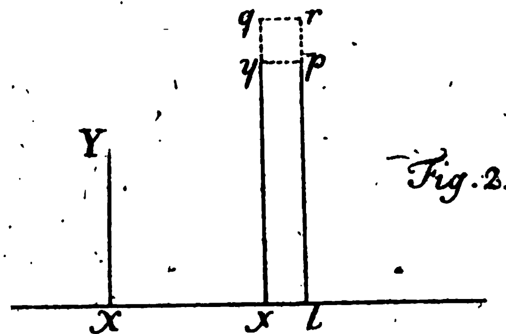
d'où

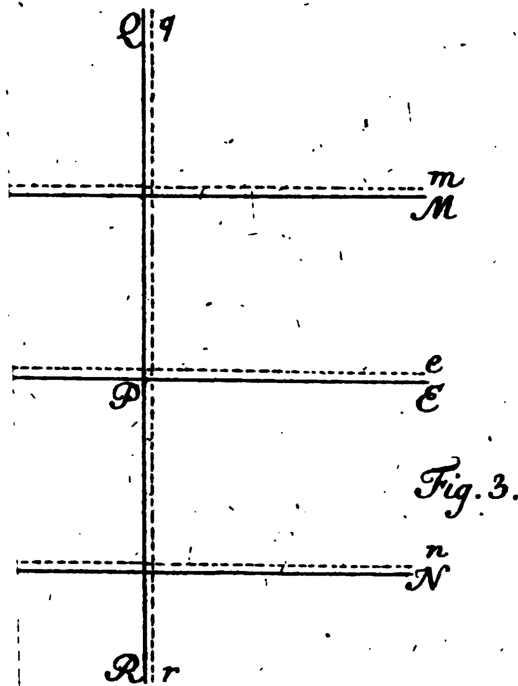
d'où l'on connoitra aussi les vitesses $\left(\frac{dx}{dt}\right)$, $\left(\frac{dy}{dt}\right)$, $\left(\frac{dz}{dt}\right)$, de chaque particule d'air, pour chaque moment.

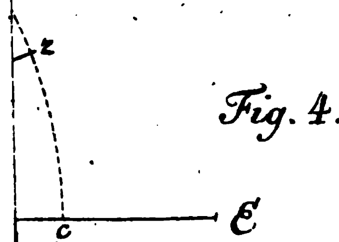
48. Posant ensuite $t = 0$, on aura l'état où l'air se trouve immédiatement après la premiere agitation, qui lui aura été imprimée; les formules que nous venons de trouver, marqueront pour cet instant tant les trois déplacemens x, y, z, arrivés à chaque particule d'air, que les trois vitesses qui leur auront été imprimées: c'est en quoi consiste l'état initial. Or, cet état étant donné, il s'agit de déterminer convenablement toutes les fonctions O, O', O'', &c. avec leurs nombres respectifs α, β, γ; α', β', γ'; α'', β'', γ''; &c. de même que les fonctions L, M, N; P, Q, R, pour que l'état initial qui en résulte, convienne précisément avec celui qui est proposé. Mais c'est ici qu'on rencontre la plus grande difficulté, & il est encore fort douteux, si nos formules, quoiqu'on augmente leurs membres à l'infini, s'étendent à tous les cas possibles: du moins seroit-il fort à souhaiter, qu'on trouvât moyen de les représenter sous une forme finie & plus commode.



CON-


q
r
y
p
Y
Fig. 2.
X
x
l


Q
q
m
M
e
P
E
Fig. 3.
n
N
R
r


z
Fig. 4.
c
E

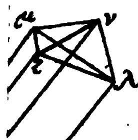
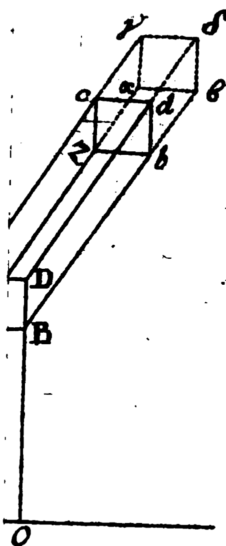


Fig. 5.

E



CONTINUATION DES RECHERCHES SUR LA PROPAGATION DU SON.

PAR M. EULER.

1.

Dans les deux Mémoires précédens sur cette matiere j'ai suffisamment fait sentir, combien il seroit important si l'on pouvoit déterminer par la Théorie la propagation du son en considérant l'air étendu en tout sens; & qu'on pût réussir dans cette hypothese aussi bien, que dans celle où l'on ne supposoit à l'air qu'une seule dimension selon une ligne droite. Après avoir expliqué la propagation du son dans cette hypothese d'une seule dimension, dans mon premier Mémoire sur cette matiere, j'ai tâché de traiter ce même sujet dans le supplément, en supposant d'abord à l'air deux dimensions suivant un plan, & ensuite en introduisant dans le calcul toutes les trois dimensions. J'ai aussi réussi à trouver des formules analytiques, qui contiennent tous les mouvemens possibles, dont l'air est susceptible; mais l'application à la question proposée me parut trop difficile, pour que j'en eusse osé esperer un heureux succès.

2. Quand je considérai seulement deux dimensions, j'avois bien appliqué les formules trouvées au cas où la premiere agitation se fait quasi dans un point, d'où les ébranlemens se répandent ensuite par des cercles concentriques partout également, puisque c'est en particulier le cas de la propagation du son. Mais la formule que j'y ai trou-

trouvée, est assujettie à des difficultés si grandes, que je n'ai vu aucun moyen pour les surmonter; & ayant fait la même application dans l'hypothese de trois dimensions, je pouvois d'autant moins espérer qu'il me seroit possible de développer la formule qui détermine les ébranlemens répandus en tout sens d'un point fixe, par des surfaces sphériques concentriques.

3. Cependant c'est précisément ici, comme je l'ai remarqué depuis, que les difficultés ne sont pas invincibles; & c'est là qu'a lieu un cas semblable à ceux que le Comte Riccati a proposés autrefois, où une certaine équation devient intégrable, pendant qu'en général elle ne l'est pas. Cette découverte est d'autant plus importante, qu'elle me mit bientôt en état de déterminer parfaitement la propagation du son, dans l'hypothese que l'air est répandu en tout sens; ce qui m'a paru jusques là presque impossible. Il n'y a aussi aucun doute, qu'ayant surmonté ce grand obstacle, on ne parvienne enfin à une méthode de résoudre directement les formules, que j'avois trouvées pour la communication des ébranlemens dans l'air, & peut être même des formules plus compliquées du même genre, d'où la partie la plus sublime des Mathématiques retireroit les plus grands avantages.

Fig. 1. 4. Soit A le centre de l'agitation primitive, qui se répande successivement par des couches concentriques en tout sens: soit AP $=$ AV $=$ V, le rayon d'une surface sphérique quelconque PV, dans l'état d'équilibre, laquelle, après le tems $= t$, prenne la situation pv, dont le rayon soit Ap $=$ Av $=$ V $+ u$, ou l'intervalle Pp $=$ Vv $= u$, que je suppose extrêmement petit: & il s'agit de déterminer cet intervalle u, par le rayon naturel AV $=$ V, & le tems écoulé t depuis l'agitation. Cela posé, j'ai trouvé dans le §. 45. du Mémoire précédent, posant $s = \frac{u}{V}$, ou $u = Vs$, cette équation:

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{dds}{dt^2}\right) = \frac{4}{V}\left(\frac{ds}{dV}\right) + \left(\frac{dds}{dV^2}\right),$$

ou

ou bien en remettant pour s sa valeur $\frac{u}{V}$, le paragraphe suivant a fourni cette équation:

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddu}{dt^2}\right) = -\frac{2u}{VV} + \frac{2}{V}\left(\frac{du}{dV}\right) + \left(\frac{ddu}{dV^2}\right),$$

où h est la hauteur d'une colonne d'air, dont le poids est en équilibre avec l'élasticité de l'air: g marque la hauteur, d'où les corps tombent dans une seconde, exprimant le tems t en secondes.

5. Si l'on ne supposoit à l'air que deux dimensions selon un plan, & que les ébranlemens se répandissent par des cercles concentriques, en conservant les mêmes dénominations, on auroit à résoudre cette équation

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{dds}{dt^2}\right) = \frac{3}{V}\left(\frac{ds}{dV}\right) + \left(\frac{dds}{dV^2}\right),$$

qui me paroit irrésoluble, du moins par la même méthode qui réussit dans l'équation précédente. Pour faire mieux sentir cette différence, considérons ces équations sous une forme plus générale:

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{dds}{dt^2}\right) = \frac{n}{V}\left(\frac{ds}{dV}\right) + \left(\frac{dds}{dV^2}\right),$$

& voyons comment il faudroit s'y prendre pour trouver la fonction des deux variables V & t, à laquelle est égale la variable s. Je me servirai d'une méthode, qui semble pouvoir être employée avec succès dans toutes sortes de semblables équations, où le tems entre en considération: & qui consiste à éliminer tout à fait le tems.

6. Pour cet effet, je poſe $s = P \sin(\alpha t + \mathfrak{A})$, où P ſoit une fonction de la ſeule variable V, & puisqu'on aura

$$\left(\frac{ds}{dt}\right) = \alpha P \cos(\alpha t + \mathfrak{A}); \quad \left(\frac{dds}{dt^2}\right) = -\alpha\alpha P \sin(\alpha t + \mathfrak{A})$$

$$\left(\frac{ds}{dV}\right) = \frac{dP}{dV} \sin(\alpha t + \mathfrak{A}); \quad \left(\frac{dds}{dV^2}\right) = \frac{ddP}{dV^2} \sin(\alpha t + \mathfrak{A}),$$

notre équation deviendra diviſible par $\sin(\alpha t + \mathfrak{A})$, & ſera:

$$-\frac{\alpha\alpha P}{2gh} = \frac{ndP}{VdV} + \frac{ddP}{dV^2},$$

qui ne contient que deux variables V & P, où le différentiel dV eſt pris conſtant. Il s'agit donc de réſoudre cette équation différentio-différentielle, qui, poſant $\frac{\alpha\alpha}{2gh} = mm$, prendra cette forme

$$mmPdV^2 + \frac{ndVdP}{V} + ddP = 0,$$

qui a cette propriété, que la variable P n'a partout qu'une ſeule dimenſion.

7. Donc, poſant $P = e^{\int pdV}$, ou $\frac{dP}{P} = pdV$, cette équation ſera reduite à une différentielle du premier degré:

$$mmdV + \frac{npdV}{V} + dp + ppdV = 0,$$

laquelle, poſant $V^n p = q$, ou $p = \frac{q}{V^n}$, ſe transforme en celle-ci

$$\frac{dq}{V^n} + \frac{qqdV}{V^{2n}} + mmdV = 0, \text{ ou}$$

$$dq + \frac{qqdV}{V^n} + mmV^n dV = 0,$$

Poſons

Posons de plus $V^{n-1} = \frac{1}{r}$, pour avoir $\frac{1}{V^{n-1}} = r$, & $-\frac{(n-1)\,dV}{V^n} = dr$, & puisque $V = r^{\frac{-1}{n-1}}$, donc $V^{2n} = r^{\frac{-2n}{n-1}}$, nous aurons $-(n-1)V^n dV = r^{\frac{-2n}{n-1}} dr$, & partant notre équation prendra cette forme:

$$dq - \frac{qqdr}{n-1} + \frac{mm}{n-1} r^{\frac{-2n}{n-1}} dr = 0,$$

qui est la même, qu'autrefois avoit proposée le Comte Riccati.

8. De là il est clair, si l'on prend $n = 3$, pour le cas de deux dimensions de l'air, qu'on aura:

$$dq - \tfrac{1}{2}qqdr - \frac{mm}{2} r^{-3} dr = 0,$$

ce qui est un des cas irréductibles de l'équation de Riccati; & cette raison m'a fait desespérer, qu'on pourroit jamais déterminer la propagation du son, à moins qu'on ne suppose à l'air qu'une seule dimension selon une ligne droite. Mais, posant $n = 4$, cette équation devenant $dq - \tfrac{1}{3}qqdr - \tfrac{1}{3}mmr^{-\frac{8}{3}}dr = 0$, est un des cas réductibles de l'équation de Riccati, ce qui change tout à fait la nature de l'équation que nous avons à résoudre, & nous laisse esperer, que le cas de trois dimensions, que nous donnons à l'étendue de l'air, pourroit admettre la solution, quoique celui de deux dimensions n'en fût pas susceptible.

9. Pour trouver dans ce cas réductible l'équation intégrale, il est bon de se tenir à l'équation différentio-différentielle

$$mmPdV^2 + \frac{ndVdP}{V} + ddP = 0,$$

 qu'il

qu'il faut transformer en ſuppoſant $\frac{dP}{P} = QdV + \frac{dp}{p}$, où Q eſt une certaine fonction de V, qu'il faut déterminer en ſorte que l'intégrale ou la valeur de p puiſſe commodément être dévelopée par une ſérie. Ayant donc, à cauſe de dV conſtant: en différentiant

$$\frac{ddP}{P} - \frac{dP^2}{P^2} = dQdV + \frac{ddp}{p} + \frac{dp^2}{p^2}.$$

Or $\frac{dP^2}{P^2} = QQdV^2 + \frac{2QdVdp}{p} + \frac{dp^2}{pp}$, donc

$$\frac{ddP}{P} = QQdV^2 + \frac{2QdVdp}{p} + dQdV + \frac{ddp}{p},$$

d'où nous tirons cette équation:

$$mm\,dV^2 + \frac{nQdV^2}{V} + \frac{ndVdp}{Vp} + \frac{ddp}{p} = 0,$$
$$+ QQdV^2 + dQdV + \frac{2QdVdp}{p}.$$

Où il faut faire en ſorte, que la variable V ait ou nulle ou une ſeule dimenſion partout.

10. Poſons donc $Q = m\sqrt{-1} + \frac{\lambda}{V}$, de ſorte que $dQ = -\frac{\lambda dV}{VV}$, pour avoir:

$$2\lambda m\sqrt{-1}.\frac{dV^2}{V} + \frac{\lambda\lambda dV^2}{V^2} + \frac{ndVdp}{Vp} + 2m\sqrt{-1}.\frac{dVdp}{p} + \frac{ddp}{p} = 0,$$
$$+ mn\sqrt{-1}.\frac{dV^2}{V} + \frac{\lambda ndV^2}{V^2} + \frac{2\lambda dVdp}{Vp}$$
$$- \frac{\lambda dV^2}{V^2}.$$

Soit

Soit de plus $\lambda = -n + 1$, pour obtenir cette plus simple forme:

$$-\frac{(n-2)mdV^2}{V}\sqrt{-1} - \frac{(n-2)dVdp}{Vp} + \frac{2mdVdp\sqrt{-1}}{p} + \frac{ddp}{p} = 0,$$

ou bien, en la multipliant par Vp celle-ci:

$$Vddp + 2mVaVdp\sqrt{-1} - (n-2)dVdp - (n-2)mpdV^2\sqrt{-1} = 0,$$

dont on cherche la valeur de p par une série.

11. Supposons $p = A + BV + CV^2 + DV^3 + EV^4 + \&c.$ & la substitution donnera:

$$\frac{Vddp}{dV^2} = \quad + 1.2CV + 2.3DV^2 + 3.4EV^3 + 4.5FV^4 \ \&c.$$

$$+\frac{2mVdp\sqrt{-1}}{dV} = \quad + 2mBV\sqrt{-1} + 4mCV^2\sqrt{-1} + 6mDV^3\sqrt{-1} + 8mEV^4\sqrt{-1}$$

$$-\frac{(n-2)dp}{dV} = -(n-2)B - 2(n-2)CV - 3(n-2)DV^2 - 4(n-2)EV^3 - 5(n-2)FV^4$$

$$-(n-2)mp\sqrt{-1} = -(n-2)mA\sqrt{-1} - (n-2)mBV\sqrt{-1} - (n-2)mCV^2\sqrt{-1} - (n-2)mDV^3\sqrt{-1} - (n-2)mFV^4\sqrt{-1}$$

Ces séries prises ensemble devant être $= 0$, donnent les déterminations suivantes:

$B + mB\sqrt{-1} = 0$	$B = -\frac{mA\sqrt{-1}}{1}$
$2(n-3)C + (n-4)mB\sqrt{-1} = 0$	$C = -\frac{(n-4)mB\sqrt{-1}}{2(n-3)}$
$3(n-4)D + (n-6)mC\sqrt{-1} = 0$	$D = -\frac{(n-6)mC\sqrt{-1}}{3(n-4)}$
$4(n-5)E + (n-8)mD\sqrt{-1} = 0$	$E = -\frac{(n-8)mD\sqrt{-1}}{4(n-5)}$
$5(n-6)F + (n-10)mE\sqrt{-1} = 0$	&c.

d'où

d'où l'on voit que cette série devient finie aux cas:

$$n = 4;\quad n = 6;\quad n = 8;\quad n = 10;\quad \&c.$$

12. Donc, pour notre cas, où $n = 4$, nous aurons $B = -mA\sqrt{-1}$, $C = 0$, $D = 0$, &c. & partant $p = A - mAV\sqrt{-1}$; donc $Q = m\sqrt{-1} - \frac{3}{V}$, & $\int Q dV = mV\sqrt{-1} - 3lV$. Or, ayant posé $\frac{dP}{P} = QdV + \frac{dp}{p}$, nous aurons en intégrant $lP = mV\sqrt{-1} - 3lV + lp$, ou $P = \frac{Ae^{mV\sqrt{-1}}(1 - mV\sqrt{-1})}{V^3}$. Or, puisqu'on peut prendre $\sqrt{-1}$, aussi bien négatif, nous aurons aussi

$$P = \frac{Be^{-mV\sqrt{-1}}(1 + mV\sqrt{-1})}{V^3};$$

& parce que dans notre équation

$$mmPdV^2 + \frac{4dVdP}{V} + ddP = 0,$$

P n'a partout qu'une seule dimension: ces deux valeurs combinées:

$$P = \frac{Ae^{mV\sqrt{-1}}(1 - mV\sqrt{-1})}{V^3} + \frac{Be^{-mV\sqrt{-1}}(1 + mV\sqrt{-1})}{V^3},$$

en donnent l'intégrale complette.

13. Il ne s'agit maintenant que de prendre les constantes A & B en sorte que les imaginaires se détruisent. Pour cet effet il faut remarquer que

$$e^{mV\sqrt{-1}} = \cos mV + \sqrt{-1}.\sin mV, \quad \&$$
$$e^{-mV\sqrt{-1}} = \cos mV - \sqrt{-1}.\sin mV,$$

&

& partant nous aurons:

$$PV^3 = A(1 - mV\sqrt{-1})(\cos mV + \sqrt{-1}.\sin mV) + B(1 + mV\sqrt{-1})(\cos mV - \sqrt{-1}.\sin mV)$$

ou

$$PV^3 = (A+B)\cos mV + (A-B)\sqrt{-1}.\sin mV - mV(A-B)\sqrt{-1}.\cos mV + mV(A+B)\sin mV.$$

Soit donc $A + B = C$, & $(A - B)\sqrt{-1} = D$, pour avoir cette expreſſion réelle:

$$PV^3 = C\cos mV + D\sin mV - mDV\cos mV + mCV\sin mV:$$

ſoit de plus $C = E\sin\zeta$, & $D = E\cos\zeta$, pour rendre cette équation plus ſimple

$$PV^3 = E\sin(mV + \zeta) - mEV\cos(mV + \zeta), \text{ ou bien}$$

$$P = \frac{E\sin(mV + \zeta)}{V^3} - \frac{mE\cos(mV + \zeta)}{V^2}.$$

14. Nous avons poſé $\frac{aa}{2gh} = mm$, d'où il s'enſuit $a = m\sqrt{2gh}$; & de là à cauſe de $s = P\sin(at + \mathfrak{A})$, nous aurons

$$s = \frac{E\sin(mV + \zeta)\sin(mt\sqrt{2gh} + \mathfrak{A})}{V^3} - \frac{mE\cos(mV + \zeta)\sin(mt\sqrt{2gh} + \mathfrak{A})}{V^2},$$

où les quantités E, m, ζ, $\mathfrak{A}$, ſont abſolument arbitraires, de ſorte qu'on peut donner une infinité de formules ſemblables, dont non ſeulement chacune ſéparément, mais auſſi toutes enſemble ſatisfont également à notre équation:

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{dds}{dt^2}\right) = \frac{4}{V}\left(\frac{ds}{dV}\right) + \left(\frac{dds}{dV^2}\right).$$

& pour la premiere équation:

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddu}{dt^2}\right) = -\frac{2u}{VV} + \frac{2}{V}\left(\frac{du}{dV}\right) + \left(\frac{ddu}{dV^2}\right).$$

 nous

nous aurons

$$u = \frac{E\sin(mV+\zeta)\sin(mt\sqrt{2gh}+\mathfrak{A})}{VV} - \frac{mE\cos(mV+\zeta)\sin(mt\sqrt{2gh}+\mathfrak{A})}{V},$$

ou à un aſſemblage d'autant de ſemblables formules qu'on voudra.

15. Or tout cela n'eſt encore d'aucun ſecours pour notre deſſein, qui demande des fonctions abſolument arbitraires, qui puiſſent même être diſcontinues. Mais la conſidération de ces formes m'a fourni l'idée, que notre équation pourroit être réſolue par une telle expreſſion.

$$u = \frac{A}{V^2}\,\Phi(V + t\sqrt{2gh}) + \frac{B}{V}\,\Phi'(V + t\sqrt{2gh})$$

où Φ marque une fonction quelconque, & la fonction Φ' en dépend, en ſorte que $d.\,\Phi z = dz\,\Phi' z$; de la même maniere je poſerai $d.\,\Phi' z = dz\,\Phi'' z$; $d.\,\Phi'' z = dz\,\Phi''' z$ &c. Or de cette poſition nous tirons:

$$\left(\frac{ddu}{dt^2}\right) = + \frac{2ghA}{V^2}\,\Phi''(V + t\sqrt{2gh}) + \frac{2ghB}{V}\,\Phi'''(V + t\sqrt{2gh})$$

$$\left(\frac{du}{dV}\right) = -\frac{2A}{V^3}\,\Phi.. + \frac{A}{V^2}\,\Phi'.. + \frac{B}{V}\,\Phi''..$$
$$- \frac{B}{V^2}\,\Phi'..$$

$$\left(\frac{ddu}{dV^2}\right) = \frac{6A}{V^4}\,\Phi.. - \frac{4A}{V^3}\,\Phi'.. + \frac{A}{V^2}\,\Phi''.. + \frac{B}{V}\,\Phi'''$$
$$+ \frac{2B}{V^3}\,\Phi'.. - \frac{2B}{V^2}\,\Phi''..$$

16. Subſtituons ces valeurs dans notre équation:

$$0 = -\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddu}{dt^2}\right) - \frac{2u}{VV} + \frac{2}{V}\left(\frac{du}{dV}\right) + \left(\frac{ddu}{dV^2}\right),$$

&

& nous aurons:

$$o = \frac{6A}{V^4}\Phi.. + \frac{2B - 4A}{V^3}\Phi'.. + \frac{A - 2B}{V^2}\Phi''.. + \frac{B}{V}\Phi'''..$$

$$- \frac{4A}{V^4}\Phi.. + \frac{2A - 2B}{V^3}\Phi'.. + \frac{2B}{V^2}\Phi''..$$

$$+ \frac{2A}{V^4}\Phi.. - \frac{2B}{V^3}\Phi'.. - \frac{A}{V^2}\Phi''.. - \frac{B}{V}\Phi'''..$$

qui se réduit à $- \frac{2A - 2B}{V^3}\Phi'.. = o$, & partant $B = - A$, de sorte que notre intégrale soit

$$u = \frac{A}{V^2}\Phi(V + t\sqrt{2gh}) - \frac{A}{V}\Phi'(V + t\sqrt{2gh}),$$

qui est infiniment plus générale que celle que nous avions trouvée ci-dessus exprimée par des sinus & cosinus.

17. On pourra aussi prendre le signe radical $\sqrt{2gh}$ négatif, & on aura:

$$u = \frac{A}{V^2}\Phi(V - t\sqrt{2gh}) - \frac{A}{V}\Phi'(V - t\sqrt{2gh})$$

& cette formule jointe à la précédente donnera l'intégrale complette de notre formule. Mais, puisque par l'hypothese les agitations se répandent en tout sens également, cette derniere formule suffira seule, puisqu'on ne sauroit prendre V négatif. De là quelque fonction qu'on prenne pour Φ, on en connoitra pour chaque tems proposé t la quantité u dont une couche sphérique quelconque, dont le rayon $AV = V$, sera répandue. On en connoitra aussi la vitesse que cette couche aura pour s'éloigner davantage du centre A: cette vitesse sera:

$$\left(\frac{du}{dt}\right) = - \frac{A\sqrt{2gh}}{VV}\Phi'(V - t\sqrt{2gh}) + \frac{A\sqrt{2gh}}{V}\Phi''(V - t\sqrt{2gh}),$$

 Or,

Or, pour l'état initial, où $t = 0$, on aura $u = \frac{A}{VV}\Phi V - \frac{A}{V}\Phi' V$, & pour la viteſſe

$$\left(\frac{du}{dt}\right) = -\frac{A\sqrt{2gh}}{VV}\Phi' V + \frac{A\sqrt{2gh}}{V}\Phi'' V.$$

18. Puisqu'il faut ſuppoſer qu'au commencement toute l'agitation ſoit renfermée dans un petit eſpace autour du centre A, la nature de la fonction Φ doit être telle, que ces trois expreſſions Φz, $\Phi' z$, $\Phi'' z$ ſoient toujours évanouiſſantes, dès que z ſurpaſſe une petite quantité donnée. Pour cet effet, qu'on décrive ſur l'axe AE une courbe quelconque $A'pa$, qu'on deſſine encore trois fois alternativement au deſſus & au deſſous de l'axe, pour avoir la courbe $Apacb$B, dont l'appliquée vp, qui répond à une abſciſſe quelconque $Av = z$ ſoit $= \Phi'' z$. Enſuite, qu'on décrive une autre courbe $AqcB$ quadratrice de celle là, de ſorte que $vq = \frac{ar.\ Avp}{c}$, & l'on aura $vq = \frac{1}{c}\Phi' z$, puiſque $\Phi' z = \int dz\, \Phi'' z$. Enſuite, qu'on décrive la troiſieme courbe ArB quadratrice de celle-ci: dont l'appliquée ſoit $vr = \frac{ar.\ Avq}{c}$, ou $vr = \frac{1}{cc}\Phi . z$, de ſorte que par ces trois courbes on aura:

Fig. 2.

$$\Phi z = cc.vr;\quad \Phi' z = c.vq,\quad \&\quad \Phi'' z = vp.$$

19 Donc, pour l'état initial, prenant l'abſciſſe Av égale au rayon de la couche ſphérique, dont on cherche le déplacement, ou $Av = V$, on aura le déplacement: $u = \frac{Acc}{VV}.vr - \frac{Ac}{V}.vq$, & la viteſſe

$$\left(\frac{du}{dt}\right) = -\frac{Ac\sqrt{2gh}}{VV}.vq + \frac{A\sqrt{2gh}}{V}.vp,$$

d'où

d'où l'on connoit l'agitation initiale, & l'on comprend que, celle-ci étant donnée, on en tirera reciproquement la construction de la courbe arbitraire Apa. Cependant il importe fort peu de savoir la nature de cette agitation, puisque notre but tend principalement à déterminer la propagation. Au reste on pourroit aussi décrire de semblables courbes tirées des fonctions de $V + t\sqrt{2gh}$, qu'on peut combiner avec celles-ci. Mais on verra bientôt que la vitesse de la propagation n'en est pas alterée, & qu'elle demeure la même, quelque courbe qu'on prenne pour Apa. Par cette raison je m'arrêterai au cas que je viens d'indiquer.

20. Je dois aussi remarquer que, quoique les membres de nos formules soient divisés par V & VV, ils ne deviennent pas pourtant infinis au cas $V = 0$; pourvu que la premiere courbe Apa fasse un angle aigu avec l'axe. Car, posant $Av = V$, $vp = p$, $vq = q$, & $vr = r$, soit pour le commencement $p = nV$; où n est un nombre fini quelconque, & on aura $q = \frac{nVV}{2c}$, & $r = \frac{nV^3}{6cc}$: de là si l'abscisse V est extremement petite, on aura:

$$u = \tfrac{1}{6}nAV - \tfrac{1}{2}nAV = - \tfrac{1}{3}nAV,$$

$$\& \left(\frac{du}{dt}\right) = - \tfrac{1}{2}nA\sqrt{2gh} + nA\sqrt{2gh} = + \tfrac{1}{2}nA\sqrt{2gh},$$

de sorte que le déplacement du centre A soit même infiniment petit, & si l'on veut que sa vitesse évanouisse aussi, on n'a qu'à prendre $n = 0$, ou faire en sorte que la courbe Apa touche l'axe en A.

21. Prenant maintenant un point quelconque V hors de l'agitation initiale, & l'on voit qu'au commencement où $t = 0$, tant le déplacement u que la vitesse $\left(\frac{du}{dt}\right)$ sera zéro. Car, si $V > AB$, toutes ces fonctions $\Phi.V$; $\Phi'.V$, & $\Phi''.V$ évanouissent, puisque toutes les trois courbes sont censées se réunir avec l'axe au dela

de B. Mais, après le premier instant, dès que la quantité $V - t\sqrt{2gh}$, commence à devenir plus petite que AB, la couche qui passe par V sera ébranlée. Qu'on prenne alors $Vv = t\sqrt{2gh}$, & on aura pour le déplacement de cette couche

$$u = \frac{Acc}{VV}.\,vr - \frac{Ac}{V}.\,vq, \quad \text{\& pour la vitesse}$$

$$\left(\frac{du}{dt}\right) = -\frac{Ac\sqrt{2gh}}{VV}.\,vq + \frac{A\sqrt{2gh}}{V}.\,vp,$$

d'où l'on voit que, plus le point V est éloigné du centre A, plus seront aussi petits tant son déplacement que sa vitesse, & cela en raison des distances à peu près, si la distance V est fort grande.

22. On se sera imaginé que les agitations répandues dans l'air devroient diminuer en raison des quarrés des distances, & on sera surpris de voir que les petits espaces par lesquels les couches s'avancent, diminuent seulement en raison des distances, lorsque les distances sont fort grandes. Mais il faut observer, que l'agitation de chaque couche ne dépend pas uniquement de son déplacement u, mais aussi de sa vitesse, pendant qu'elle est ébranlée; & celle-ci étant aussi réciproquement proportionelle à la distance au centre, d'où l'agitation entiere doit être censée bien plus petite. Au reste, si la force du son, entant qu'il est apperçu, dépend ou du seul déplacement des particules d'air, ou seulement de leur vitesse, on pourra dire que la force d'un son diminue en raison des distances; mais, si elle dépend de tous les deux conjointement, elle suivra la raison réciproque quarrée des distances.

23. Posons la distance $AB = a$, qui est le rayon de la sphere qui aura été primitivement agitée, & cette agitation sera transmise jusqu'en V, la distance AV étant $= V$, après le tems t, en sorte que $V - t\sqrt{2gh} = AB = a$, d'où l'on tire $t = \frac{V - a}{\sqrt{2gh}}$: ou bien dans une seconde l'agitation sera transmise

par

par un eſpace $V = a + \sqrt{2gh}$, qui eſt de la quantité a plus grand, que celui que nous avions trouvé dans l'hypotheſe d'une ſeule dimenſion, quoique cette même augmentation y ait également lieu. Mais cela ne ſuffit en aucune maniere pour obtenir la viteſſe qu'on connoit par les expériences, & partant il n'y a plus de doute, que la force de l'agitation produiſe cette accélération, pendant que les ſons extremement foibles ſeroient d'accord avec notre formule, qui, comme j'ai d'abord remarqué, n'a lieu que lorsque les agitations ſont quaſi infiniment petites

24. Or l'intégrale complette de notre équation étant

$$u = \frac{A}{V^2}\Phi(V + t\sqrt{2gh}) - \frac{A}{V}\Phi'(V + t\sqrt{2gh}) + \frac{B}{V^2}\Psi(V - t\sqrt{2gh}) - \frac{B}{V}\Psi'(V - t\sqrt{2gh})$$

on en peut faire varier à l'infini l'agitation primitive, non ſeulement par rapport au déplacement de chaque couche ſpherique, mais auſſi par rapport à la viteſſe qui leur ſera imprimée, puisqu'on a en général pour la viteſſe:

$$\left(\frac{du}{dt}\right) = \frac{A\sqrt{2gh}}{VV}\Phi'(V + t\sqrt{2gh}) - \frac{A\sqrt{2gh}}{V}\Phi''(V + t\sqrt{2gh})$$
$$- \frac{B\sqrt{2gh}}{VV}\Psi'(V - t\sqrt{2gh}) + \frac{B\sqrt{2gh}}{V}\Psi''(V - t\sqrt{2gh})$$

d'où l'on a pour l'état initial, en poſant $t = 0$:

$$u = \frac{A}{V^2}\Phi.V - \frac{A}{V}\Phi'.V + \frac{B}{V^2}\Psi.V - \frac{B}{V}\Psi'.V, \quad \&$$

$$\left(\frac{du}{dt}\right) = \frac{A\sqrt{2gh}}{VV}\Phi'.V - \frac{A\sqrt{2gh}}{V}\Phi''.V - \frac{B\sqrt{2gh}}{VV}\Psi'.V + \frac{B\sqrt{2gh}}{V}\Psi''.V$$

où les caracteres Φ & Ψ marquent des fonctions quelconques, tant continues que diſcontinues, ce qui nous met en état de donner une ſolution générale de notre probleme, en ſuppoſant l'agitation primitive quelconque.

25.

25. On peut bien ſuppoſer $B = A$, puisque la variété des fonctions Φ & Ψ renferme dejà cette différence: & pour qu'on puiſſe faire l'application à une agitation primitive quelconque, poſons:

$$\Phi.V + \Psi.V = \Sigma.V, \quad \& \ \Phi.V - \Psi.V = \Theta.V,$$

de ſorte que

$$\Phi.V = \tfrac{1}{2}\Sigma.V + \tfrac{1}{2}\Theta.V, \quad \& \ \Psi.V = \tfrac{1}{2}\Sigma.V - \tfrac{1}{2}\Theta.V,$$

& nous aurons pour l'état initial,

$$u = \frac{A}{V^2}.\Sigma.V - \frac{A}{V}.\Sigma'.V, \quad \&$$

$$\left(\frac{du}{dt}\right) = \frac{A\sqrt{2gh}}{VV}.\Theta'.V - \frac{A\sqrt{2gh}}{V}.\Theta''.V.$$

Maintenant, poſons pour ce même état:

$$u = AP, \qquad \& \quad \left(\frac{du}{dt}\right) = AQ\sqrt{2gh},$$

de ſorte que P & Q ſoient des fonctions données de V conformément à l'agitation primitive; & il s'agit de trouver les fonctions Σ & Θ de ces égalités.

$$\Sigma.V - V.\Sigma'.V = V^2P, \quad \& \ \Theta'.V - V.\Theta''.V = V^2Q.$$

26. Poſons pour cet effet $\Sigma.V = p$, & $\Theta'.V = q$, pour avoir

$$p - \frac{Vdp}{dV} = V^2P, \quad \& \ q - \frac{Vdq}{dV} = V^2Q, \text{ ou bien}$$

$$\frac{pdV - Vdp}{VV} = PdV, \quad \& \ \frac{qdV - Vdq}{VV} = QdV.$$

d'où l'on tire: $-\frac{p}{V} = \int PdV$, & $-\frac{q}{V} = \int QdV$.

Donc

Donc connoissant les fonctions P & Q par l'agitation primitive, nous en formerons nos fonctions en sorte.

$$\Sigma.V = -V\int P\,dV;\quad \Theta'.V = -V\int Q\,dV,\quad \text{donc}$$

$$\Theta.V = -\int V\,dV\int Q\,dV,\quad \text{\& ensuite:}$$

$$\Sigma'.V = -\int P\,dV - VP,\ \&\ \Theta''.V = -\int Q\,dV - VQ,$$

d'où l'on tracera aisément des courbes, dont les appliquées représentent toutes les fonctions dont nous avons besoin dans cette recherche.

27. Après avoir déterminé la nature de ces fonctions par l'agitation imprimée au commencement, on en déterminera pour un tems quelconque t l'élargissement u de toutes les couches sphériques, dont le rayon est supposé $= V$. On aura pour u l'expression suivante.

$$u = \begin{cases} +\dfrac{A}{2VV}\Sigma(V + t\sqrt{2gh}) + \dfrac{A}{2VV}\Theta(V + t\sqrt{2gh}) \\ +\dfrac{A}{2VV}\Sigma(V - t\sqrt{2gh}) - \dfrac{A}{2VV}\Theta(V - t\sqrt{2gh}) \\ -\dfrac{A}{2V}\Sigma'(V + t\sqrt{2gh}) - \dfrac{A}{2V}\Theta'(V + t\sqrt{2gh}) \\ -\dfrac{A}{2V}\Sigma'(V - t\sqrt{2gh}) + \dfrac{A}{2V}\Theta'(V - t\sqrt{2gh}) \end{cases}$$

d'où l'on voit comme auparavant que, pendant une seconde, le son ne sauroit être transmis, que par un espace $= \sqrt{2gh}$: mais pourtant avec cette restriction, que le son soit extremément foible: pour les sons plus forts on n'en sauroit rien conclure.

28. Cette propagation par des couches concentriques nous fournit une infinité de solutions particulieres des formules générales,

que

que j'avois trouvées pour des agitations quelconques, dans l'air, voyez le §. 43. du Mémoire précédent.

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddx}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddx}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddy}{dXdY}\right) + \left(\frac{ddz}{dXdZ}\right)$$

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddx}{dXdY}\right) + \left(\frac{ddy}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddz}{dYdZ}\right)$$

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddz}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddx}{dXdZ}\right) + \left(\frac{ddy}{dYdZ}\right) + \left(\frac{ddz}{dZ^2}\right).$$

Car, pour avoir une ſolution particuliere quelconque, ſuppoſons le centre précédent des agitations dans un point déterminé par les coordonnées a, b, c, & nous aurons

$$V = ((X - a)^2 + (Y - b)^2 + (Z - c)^2),$$

& enſuite

$$x = \frac{X - a}{V}.u;\quad y = \frac{Y - b}{V}.u;\quad z = \frac{Z - c}{V}.u.$$

29. Prenant donc pour a, b, c, trois conſtantes quelconques, ſoit pour abréger

$$\sqrt{((X - a)^2 + (Y - b)^2 + (Z - c)^2)} = V,$$

& que les caracteres Φ & Ψ marquent des fonctions quelconques régulieres ou irrégulieres, d'où par la différentiation on aura les fonctions dérivées Φ' & Ψ', & qu'on prenne

$$u = \frac{A}{V^2}\Phi(V + t\sqrt{2gh}) - \frac{A}{V}\Phi'(V + t\sqrt{2gh})$$
$$+ \frac{B}{V^2}\Psi(V - t\sqrt{2gh}) - \frac{B}{V}\Psi'(V - t\sqrt{2gh}).$$

Alors

Alors on aura pour la résolution de nos trois formules les valeurs suivantes des trois variables x, y, z, cherchées

$$x = \frac{X - a}{V} . u; \quad y = \frac{Y - b}{V} . u; \quad z = \frac{Z - c}{V} . u,$$

& en changeant les constantes a, b, c, à volonté, on obtiendra une infinité de semblables valeurs pour x, y, z, qui étant jointes ensemble, donneront une solution assez générale de notre probleme.

30. Cette solution sert à nous faire comprendre, que s'il y a plusieurs centres d'agitations, la propagation de chacune se fait de la même maniere que si elle se trouvoit toute seule dans l'air. Donc, si plusieurs sons sont excités en différens endroits de l'air, chacun se repand par des couches spheriques & concentriques, de la même maniere que s'il existoit tout seul dans l'air, & tous les autres n'en troubleront pas la propagation: & s'il arrive que les mêmes particules de l'air sont ébranlées à la fois par plusieurs sons, leur mouvement sera composé de tous les mouvemens que chaque son y produiroit séparement: ce qui est la cause que la propagation de chacun n'est pas troublée par les autres. L'explication de ce phenomene, que nous devons uniquement à la Théorie, est sans doute bien importante.

31. Avant que de finir cette matiere, je proposerai encore une autre méthode de traiter les trois équations principales rapportées dans le §. 28. laquelle consiste dans l'élimination du tems t. Pour cet effet, qu'on pose

$$x = p \sin(\alpha t + \beta); \quad y = q \sin(\alpha t + \beta); \quad z = r \sin(\alpha t + \beta),$$

où p, q, r, soient des fonctions des trois variables X, Y, & Z, sans renfermer le tems t. Alors, après avoir fait la substitution, on aura les trois équations suivantes, d'où il faut déterminer les trois inconnues p, q, r.

$$\frac{\alpha\alpha}{2gh}p + \left(\frac{ddp}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddq}{dXdY}\right) + \left(\frac{ddr}{dXdZ}\right) = 0,$$

$$\frac{\alpha\alpha}{2gh}q + \left(\frac{ddp}{dXdY}\right) + \left(\frac{ddq}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddr}{dYdZ}\right) = 0,$$

$$\frac{\alpha\alpha}{2gh}r + \left(\frac{ddp}{dXdZ}\right) + \left(\frac{ddq}{dYdZ}\right) + \left(\frac{ddr}{dZ^2}\right) = 0.$$

32. Si nous poſons $\left(\frac{dp}{dX}\right) + \left(\frac{dq}{dY}\right) + \left(\frac{dr}{dZ}\right) = v$, nous aurons:

$$p = -\frac{2gh}{\alpha\alpha}\left(\frac{dv}{dX}\right); \quad q = -\frac{2gh}{\alpha\alpha}\left(\frac{dv}{dY}\right); \quad r = -\frac{2gh}{\alpha\alpha}\left(\frac{dv}{dZ}\right),$$

d'où il eſt évident, que:

$$\left(\frac{dp}{dY}\right) = \left(\frac{dq}{dX}\right); \quad \left(\frac{dp}{dZ}\right) = \left(\frac{dr}{dX}\right); \quad \left(\frac{dq}{dZ}\right) = \left(\frac{dr}{dY}\right),$$

ou que la formule $p\,dX + q\,dY + r\,dZ$, eſt intégrable, l'intégrale étant $= -\frac{2gh}{\alpha\alpha}v = -\frac{2gh}{\alpha\alpha}\left(\left(\frac{dp}{dX}\right) + \left(\frac{dq}{dY}\right) + \left(\frac{dr}{dZ}\right)\right)$. Or de là nous concluons de plus

$$\frac{\alpha\alpha}{2gh}p + \left(\frac{ddp}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddp}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddp}{dZ^2}\right) = 0,$$

$$\frac{\alpha\alpha}{2gh}q + \left(\frac{ddq}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddq}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddq}{dZ^2}\right) = 0,$$

$$\frac{\alpha\alpha}{2gh}r + \left(\frac{ddr}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddr}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddr}{dZ^2}\right) = 0,$$

de ſorte que toutes les trois quantités p, q, r, ſont déterminées par la même équation, dont il s'agit de trouver la réſolution générale.

Autre

Autre manière de parvenir à la solution.

33. L'explication de la propagation du son, que je viens de trouver, peut être déduite immédiatement de nos formules principales qui posant $\left(\frac{dx}{dX}\right) + \left(\frac{dy}{dY}\right) + \left(\frac{dz}{dZ}\right) = v$ sont:

$$\left(\frac{ddx}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dX}\right); \left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dY}\right); \left(\frac{ddz}{dt^2}\right) = 2gh\left(\frac{dv}{dZ}\right)$$

d'où l'on tire cette équation pour trouver v.

$$\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \left(\frac{ddv}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddv}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddv}{dZ^2}\right),$$

comme je l'ai fait voir dans mon Mémoire précédent. Or, si l'on pose $(X - a)^2 + (Y - b)^2 + (Z - c)^2 = VV$, où l'on peut prendre pour a, b, c, des quantités constantes quelconques, cette équation est remplie par cette formule:

$$v = \frac{A}{V}\Phi(V \pm t\sqrt{2gh}),$$

comme on peut le voir en faisant la substitution.

34. Car, puisque V ne dépend point du tems t, on aura $\left(\frac{ddv}{dt^2}\right) = \frac{2Agh}{V}\Phi''(V \pm t\sqrt{2gh}$: ensuite, à cause de

$$\left(\frac{dV}{dX}\right) = \frac{X-a}{V}; \quad \left(\frac{dV}{dY}\right) = \frac{Y-b}{V}; \quad \& \left(\frac{dV}{dZ}\right) = \frac{Z-c}{V},$$

on a

$$\left(\frac{dv}{dX}\right) = -\frac{A(X-a)}{V^3}\Phi(V \pm t\sqrt{2gh}) + \frac{A(X-a)}{V^2}\Phi'(V \pm t\sqrt{2gh}),$$

 &

& différentiant encore

$$\left(\frac{ddv}{dX^2}\right) = -\frac{A}{V^3}\Phi(V \pm t\sqrt{2gh}) - \frac{3A(X-a)^2}{V^4}\Phi'(V \pm t\sqrt{2gh}) + \frac{A(X-a)^2}{V^3}\Phi''(V \pm t\sqrt{2gh})$$

$$+ \frac{3A(X-a)^2}{V^5}\Phi(V \pm t\sqrt{2gh}) + \frac{A}{V^2}\Phi'(V \pm t\sqrt{2gh}),$$

d'où l'on formera aisément les valeurs des formules $\left(\frac{ddv}{dY^2}\right)$, & $\left(\frac{ddv}{dZ^2}\right)$, & partant la somme de ces trois formules, à cause de $(X - a)^2 + (Y - b)^2 + (Z - c)^2 = V^2$, se réduit à $\frac{A}{V}\Phi''(V \pm t\sqrt{2gh})$; & cette même valeur est aussi celle de $\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddv}{dt^2}\right)$, d'où l'on voit que la formule

$$v = \frac{A}{V}\Phi(V \pm t\sqrt{2gh}),$$

satisfait parfaitement à l'équation rapportée ci-dessus.

35. Pour trouver de là les quantités x, y, z, donnons à la valeur trouvée pour v cette forme $v = \frac{A}{V}\Phi''(V + t\sqrt{2gh})$, d'où nous aurons:

$$\left(\frac{dv}{dX}\right) = -\frac{A(X-a)}{V^3}\Phi''(V + t\sqrt{2gh}) + \frac{A(X-a)}{V^2}\Phi'''(V + t\sqrt{2gh}),$$

ce qui est aussi la valeur de $\frac{1}{2gh}\left(\frac{ddx}{dt^2}\right)$. Prenons donc les intégrales, en supposant le seul tems t variable, & puisque

$$\int dt\,\Phi'''(V + t\sqrt{2gh}) = \frac{1}{\sqrt{2gh}}\Phi''(V + t\sqrt{2gh}),$$

nous

nous obtiendrons:

$$\frac{1}{\sqrt{2gh}}\left(\frac{dx}{dt}\right) = -\frac{A(X-a)}{V^3}\Phi'(V+t\sqrt{2gh}) + \frac{A(X-a)}{V^2}\Phi''(V+t\sqrt{2gh}) + P$$

où P eſt une fonction quelconque de X, Y, & Z, qu'on regarde ici comme conſtante; & en intégrant encore:

$$x = -\frac{A(X-a)}{V^3}\Phi(V+t\sqrt{2gh}) + \frac{A(X-a)}{V^2}\Phi'(V+t\sqrt{2gh}) + Pt + \mathfrak{P}.$$

où $\mathfrak{P}$ eſt auſſi une fonction quelconque de X, Y, & Z.

36. De la même maniere on trouvera:

$$y = -\frac{A(Y-b)}{V^3}\Phi(V+t\sqrt{2gh}) + \frac{A(Y-b)}{V^2}\Phi'(V+t\sqrt{2gh}) + Qt + \mathfrak{Q},$$

$$z = -\frac{A(Z-c)}{V^3}\Phi(V+t\sqrt{2gh}) + \frac{A(Z-c)}{V^2}\Phi'(V+t\sqrt{2gh}) + Rt + \mathfrak{R},$$

où Q, R, & $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{R}$, ſont auſſi des fonctions des trois variables X, Y, Z, qui dépendent en ſorte des précédentes P & $\mathfrak{P}$, que

$$\left(\frac{ddP}{dX^2}\right) + \left(\frac{ddQ}{dY^2}\right) + \left(\frac{ddR}{dZ^2}\right) = 0,$$

$$\& \left(\frac{dd\mathfrak{P}}{dX^2}\right) + \left(\frac{dd\mathfrak{Q}}{dY^2}\right) + \left(\frac{dd\mathfrak{R}}{dZ^2}\right) = 0,$$

Mais pour notre deſſein on peut négliger toutes ces fonctions P, Q, R, & $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{R}$, ou les ſuppoſer égales à 0.

37. Donc ſi l'on ſuppoſe dans l'air autant de points fixes Fig. 3.
c, c', c'', &c. qu'on voudra déterminées par les coordonnées

$$Aa = a,\ ab = b,\ bc = c,\quad Aa' = a',\ a'b' = b',\ b'c' = c',\ \&c.$$

& après y avoir tiré d'un point quelconque Z déterminé par les coordonnées $AX = X$, $XY = Y$, & $YZ = Z$, les droites Zc, Zc', Zc'', qu'on nomme ces diſtances

$$Zc = V,\quad Zc' = V',\quad Zc'' = V'',\quad \&c.$$

&

& qu'on pose pour abréger,

$$-\frac{1}{V}\Phi(V+t\sqrt{2gh})+\Phi'(V+t\sqrt{2gh})-\frac{1}{V}\Sigma(V-t\sqrt{2gh})+\Sigma'(V-t\sqrt{2gh})=P$$

$$-\frac{1}{V'}\Psi(V'+t\sqrt{2gh})+\Psi'(V'+t\sqrt{2gh})-\frac{1}{V'}\Theta(V'-t\sqrt{2gh})+\Theta'(V'-t\sqrt{2gh})=Q$$

$$-\frac{1}{V''}\Omega(V''+t\sqrt{2gh})+\Omega'(V''+t\sqrt{2gh})-\frac{1}{V''}\Xi(V''-t\sqrt{2gh})+\Xi'(V''-t\sqrt{2gh})=R$$

les dérangemens du point Z seront exprimés par les équations suivantes:

$$x=\frac{(X-a)P}{VV}+\frac{(X-a')Q}{V'V'}+\frac{(X-a'')R}{V''V''},$$

$$y=\frac{(Y-b)P}{VV}+\frac{(Y-b')Q}{V'V'}+\frac{(Y-b'')R}{V''V''},$$

$$z=\frac{(Z-c)P}{VV}+\frac{(Z-c')Q}{V'V'}+\frac{(Z-c'')R}{V''V''}.$$

38. Ces même formules expriment l'état initial, quand on pose $t=0$, & celui-ci étant donné, on en connoitra la nature des fonctions Φ, Σ, Ψ, Θ, Ω, Ξ. Supposons ces fonctions telles, que posant $t=0$, les quantités P, Q, R, soient toujours égales à zéro, excepté les seuls cas, où les distances V, V′, V″, sont à peu près égales à ces quantités D, D′, D″, & alors le point Z sera en repos à moins qu'il n'y ait

ou $V-t\sqrt{2gh}=D$, ou $V'-t\sqrt{2gh}=D'$, ou $V''-t\sqrt{2gh}=D''$,

d'où l'on voit que les agitations primitives excitées autour des points c, c', c'', sont séparément transmises au point Z, & chacune de la même maniere que si les autres n'existoient point. Et partant il est clair que toutes ces agitations ne se troublent pas entr'elles.



RECHER-

Fig. 1.

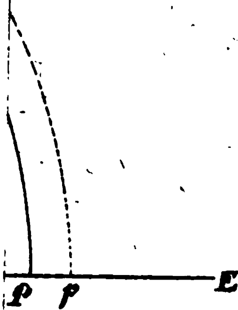
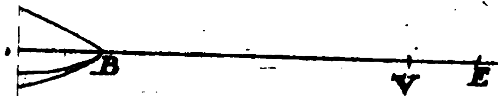


Fig. 2.



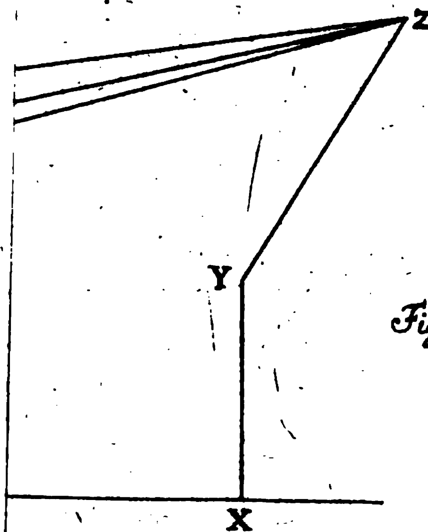


Fig. 3



RECHERCHES
SUR
LE MOUVEMENT DE ROTATION
DES CORPS CELESTES.

PAR M. EULER.

1.

Si les corps celeſtes étoient parfaitement ſphériques, ou que leurs momens d'inertie par rapport à leurs axes principaux fuſſent égaux entr'eux, quelque mouvement de rotation qu'ils euſſent reçu une fois, ils le conſerveroient toujours, ſans changer ni de viteſſe ni d'axe de rotation, qui demeureroit toujours dirigé vers les mêmes points du ciel; & les forces dont ce corps eſt ſollicité vers les autres corps celeſtes, ne troubleroient rien dans ſon mouvement de rotation, puiſque la force moyenne qui en réſulte, paſſeroit par le centre d'inertie du corps, comme je l'ai fait voir dans un Mémoire précédent. Mais ſi un corps celeſte n'eſt pas ſphérique, ou que ſes momens d'inertie par rapport à ſes trois axes principaux ne ſont pas égaux, & qu'il ait commencé à tourner autour d'un axe différent de ſes axes principaux, alors quand même il n'y auroit point de forces ſollicitantes, ſon mouvement de rotation ſeroit troublé, & l'axe de rotation changeroit de direction: comme j'ai demontré dans un autre Mémoire, qui précéde celui-ci.

2. De là il s'enſuit, que ſi le mouvement de rotation d'un corps celeſte n'eſt pas uniforme, ou que l'axe de rotation ne ſe trouve pas toujours dirigé vers les mêmes points du ciel, ce corps n'a pas certainement cette propriété, que ſes momens d'inertie par rapport à ſes axes principaux ſoient égaux entr'eux, mais qu'il y aura une inéga-

lité entre ſes momens d'inertie principaux. Donc, puisque l'axe de la terre n'eſt pas toujours dirigé vers les mêmes points du ciel, quoique le mouvement diurne paroiſſe uniforme, nous en devons conclure que les momens d'inertie de la terre ne ſont pas égaux entr'eux. Une ſemblable inégalité doit avoir lieu dans la lune, puisque ſon mouvement de rotation n'eſt pas uniforme, & qu'on y obſerve outre cela un changement dans la poſition de ſon axe de rotation.

3. Quand il s'agit du mouvement de la terre, il faut obſerver que l'axe de la terre eſt différent de l'axe de rotation; car, puisque l'axe de la terre ſe trouve dans un mouvement continuel à cauſe de ſa nutation & de la préceſſion des équinoxes, il ne convient jamais avec l'axe de rotation, qui à chaque inſtant eſt abſolument immobile, faiſant abſtraction du mouvement annuel. Pour mettre cette diſtinction dans tout ſon jour, conſidérons une ſphére décrite autour du centre de la terre, à la ſurface de laquelle ſoit maintenant le pole de la terre en A, qui avance pendant un petit tems dt en a, décrivant autour d'un point fixe P l'angle infiniment petit $APa = d\omega$, mais que la terre elle-même ſe tourne cependant autour du pole A par le petit angle $ZAz = d\Phi$. Cela poſé, il y aura dans l'arc PA un point O, qui par ce double mouvement demeurera en repos; car, en vertu du pole, il décrit l'arc $O\omega = d\omega \sin PO$, & à cauſe du mouvement diurne, l'arc $Oo = d\Phi \sin AO$. Poſons donc ces deux arcs égaux entr'eux, & nous trouverons: $\operatorname{tang} AO = \frac{d\omega \sin AP}{d\Phi + d\omega \cos AP}$, & O ſera le point de la terre qui pour cet inſtant demeure en repos.

Fig. 1.

4. Ce n'eſt donc pas le pole de la terre A, mais un autre point O qui eſt immobile pendant un inſtant, & partant la ligne droite tirée du centre de la terre de ce point O ſera l'axe de rotation, & non pas l'axe de la terre, qui paſſe par le point A. Il eſt bien vrai que la différence, ou l'arc AO, eſt ſi petit, qu'il ne ſauroit entrer en aucune conſidération, puisque le rapport de $d\omega$ à $d\Phi$ eſt comme

50″

$50''$ à $365\frac{1}{4}.\ 360°$, ou $\frac{d\omega}{d\varphi} = \frac{1}{25920.\ 365\frac{1}{4}}$, & à cauſe de ſin AP $= \frac{2}{5}$ environ, tang AO $= \frac{1}{64800.\ 365\frac{1}{4}}$, de ſorte que l'intervalle AO n'eſt que la $\frac{1}{115}$ partie d'une ſeconde, ou une demi-tierce à peu près. Mais, ſi le mouvement du pole étoit plus rapide par rapport au mouvement diurne, ce qui pourroit bien arriver dans les autres planetes, il faudroit ſoigneuſement diſtinguer l'axe de rotation de la terre ou planete. Car l'axe de la terre eſt une ligne fixe dans le corps de la terre, mais mobile à l'égard du ciel: or l'axe de rotation n'eſt pas une ligne fixe dans la terre, mais quand la ligne tirée du centre de la terre par le point O eſt à préſent l'axe de rotation, après le tems dt, la ligne tirée au point ω ſera l'axe de rotation, de ſorte que l'axe de rotation change continuellement tant à l'égard de la terre qu'à égard du ciel.

5. Voilà donc une double maniere de repréſenter le mouvement diurne de la terre. L'une eſt celle, dont on ſe ſert dans l'Aſtronomie, où l'on conçoit une ligne fixe dans la terre, qu'on nomme ſon axe, autour duquel on dit que la terre tourne, pendant que cette ligne elle-même a un mouvement autour des poles de l'écliptique, qu'on regarde comme des points fixes dans le ciel. L'autre maniere eſt la plus propre pour la Mécanique, où l'on marque pour chaque tems les points au ciel, autour deſquels la terre tourne alors: cette maniere eſt l'unique dans ſon eſpece, & parfaitement déterminée par le mouvement de la terre, au lieu que ſelon la premiere le même mouvement pourroit être repréſenté d'une infinité de manieres différentes. Car, au lieu de l'axe, on pourroit conſidérer une autre ligne fixe quelconque dans la terre, & aſſigner ſon mouvement dans le ciel, enſuite il faudroit définir le mouvement dont la terre tourneroit cependant autour de cette ligne. Mais il faut avouer que la maniere dont on ſe ſert actuellement, eſt la plus ſimple dans ſon eſpece, & nous repréſente le plus intelligiblement le mouvement de la terre: elle ſemble

Mm 2 même

même plus claire, que l'autre qui eſt fondée ſur l'axe de rotation: quoique je ſois obligé de ſuivre celle-ci dans les recherches préſentes.

6. Avant que d'examiner, combien le mouvement de rotation d'un corps celeſte eſt troublé par les forces dont il eſt ſollicité vers les autres corps celeſtes, il ſera bon d'expliquer, quel devroit être leur mouvement de rotation, s'ils n'étoient pas aſſujettis à de telles forces. Je paſſe donc le cas, où tous les momens d'inertie d'un corps celeſte ſont égaux entr'eux, puisqu'alors non ſeulement le mouvement de rotation ſeroit uniforme & l'axe de rotation immobile, mais que les forces ſollicitantes elles-mêmes n'y ſauroient rien déranger. J'enviſage le corps celeſte, dont il s'agit de déterminer le mouvement de rotation, comme ayant ſes momens d'inertie par rapport à ſes trois axes principaux, inégaux entr'eux; & d'abord je remarque, que ſi ce corps avoit reçu une fois un mouvement de rotation autour de quelqu'un de ſes axes principaux, cet axe demeureroit dirigé conſtamment vers les mêmes points du ciel, & la viteſſe angulaire demeureroit toujours la même. Il y a grande apparence, que ſi la terre n'étoit point aſſujettie aux forces du ſoleil & de la lune, ſon axe de rotation demeureroit immobile, d'où il faut conclure, que la ligne droite que nous nommons ſon axe, eſt un de ſes trois axes principaux.

7. Cette obſervation me conduit à une réflexion, qui ne paroit pas peu importante. Puisque le centre d'inertie de la terre eſt ſitué dans ſon axe, il n'eſt pas encore décidé, s'il ſe trouve au milieu de l'axe, où s'il eſt plus proche de l'un, ou de l'autre pole: ou plutôt s'il tombe dans le plan de l'équateur, ou de quelqu'autre cercle parallele. On comprend aiſément que les phénomenes communs ne ſauroient rien décider la deſſus, mais peut-être quelques effets de l'action de la lune nous pourront donner quelques éclairciſſemens. M. Meyer, cet habile Aſtronome de Gœttingue, à qui l'Aſtronomie eſt redevable de tant d'importantes découvertes, croit avoir de fortes raiſons de ſoutenir, que le centre d'inertie de la terre ne ſe trouve pas au milieu de l'axe, ou dans le plan de l'équateur, mais dans un certain cercle parallele,

lele, dont la détermination mérite ſans doute tous les ſoins poſſibles des Aſtronomes. C'eſt dans ce cercle parallele que doivent exiſter les deux autres axes principaux de la terre.

8. Mais, ſi la terre n'avoit pas reçu un mouvement de rotation autour de quelqu'un de ſes trois axes principaux, le phénomene de ſon mouvement diurne ne ſeroit plus ſi ſimple, & demanderoit bien de l'adreſſe, pour le repréſenter juſtement; quand même il n'y auroit point de forces qui le troublaſſent. Quoique ce cas n'ait pas lieu dans la terre, il pourroit bien exiſter dans quelqu'autre planete, & mérite par cette raiſon d'être développé plus ſoigneuſement: peut-être que c'eſt de là que les irrégularités qu'on remarque dans le mouvement de rotation de Venus, tirent leur origine: & partant il ſera bon d'en traiter plus particulierement, tout comme s'il avoit lieu dans la terre. Dans ce cas, il ne ſeroit point queſtion de l'axe de la terrre; on verroit bien dans le ciel des points immobiles pour quelque tems, autour deſquels le ciel ſembleroit tourner, mais ces points changeroient continuellement de place, & il pourroit arriver que le mouvement de rotation ne fût pas même uniforme. Ces irrégularités embarraſſeroient ſans doute beaucoup les Aſtronomes.

9. Remontons au commencement, ou à une époque fixe, & que les trois axes principaux de la terre ayent été alors dirigés vers les points du ciel $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$. Suppoſons de plus que la terre ait eu alors un mouvement de rotation autour du point $\mathfrak{O}$ dans le ſens $\mathfrak{ABC}$ avec une viteſſe angulaire $= \mathfrak{e}$. Du point $\mathfrak{O}$ qu'on conçoive tiré aux points $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, des arcs de grands cercles, & nommons ces arcs $\mathfrak{OA} = \mathfrak{a}$, $\mathfrak{OB} = \mathfrak{b}$, & $\mathfrak{OC} = \mathfrak{c}$: Or, pour la conſtitution de la terre elle-même, ſoient ſes momens d'inertie par rapport à l'axe $\mathfrak{A} = Maa$, à l'axe $\mathfrak{B} = Mbb$, & à l'axe $\mathfrak{C} = Mcc$, que je ſuppoſe connus. Maintenant, pour repréſenter le plus ſimplement qu'il ſoit poſſible le mouvement de rotation, dont la terre ſera portée dans la ſuite, il faut le rapporter toujours à un cer- Fig. 2.

tain point fixe du ciel, duquel tirant aux points $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, des arcs de grands cercles il soit:

$$\cos\mathfrak{A}P = \frac{\mathfrak{e}\,aa\cos\mathfrak{a}}{\sqrt{G}};\ \cos\mathfrak{B}P = \frac{\mathfrak{e}\,bb\cos\mathfrak{b}}{\sqrt{G}};\ \cos\mathfrak{C}P = \frac{\mathfrak{e}\,cc\cos\mathfrak{c}}{\sqrt{G}},$$

posant $\sqrt{G} = \mathfrak{e}\sqrt{(a^4\cos\mathfrak{a}^2 + b^4\cos\mathfrak{b}^2 + c^4\cos\mathfrak{c}^2)}$.

10. Pour connoitre mieux ce point important du ciel P, sachant la position des axes principaux $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, à cet instant, qu'on regarde principalement à l'axe $\mathfrak{A}$, & on aura

$$\cos\mathfrak{B}\mathfrak{A}P = \frac{bb\cos\mathfrak{b}}{\sqrt{(b^4\cos\mathfrak{b}^2 + c^4\cos\mathfrak{c}^2)}},\quad \&$$

$$\sin\mathfrak{B}\mathfrak{A}P = \frac{-\,cc\cos\mathfrak{c}}{\sqrt{(b^4\cos\mathfrak{b}^2 + c^4\cos\mathfrak{c}^2}},$$

de sorte que $\tang\mathfrak{B}\mathfrak{A}P = \frac{-\,cc\cos\mathfrak{c}}{bb\cos\mathfrak{b}}$ ayant

$$\cos\mathfrak{A}P = \frac{aa\cos\mathfrak{a}}{\sqrt{(a^4\cos\mathfrak{a}^2 + b^4\cos\mathfrak{b}^2 + c^4\cos\mathfrak{c}^2)}},$$

d'où la position du point P est déterminée le plus commodement. Ici il faut remarquer que, si les momens principaux de la terre étoient égaux entr'eux, ou $aa = bb = cc$, à cause de $\sqrt{G} = \mathfrak{e}\,aa$, puisque $\cos\mathfrak{a}^2 + \cos\mathfrak{b}^2 + \cos\mathfrak{c}^2 = 1$, on auroit

$$\cos\mathfrak{A}P = \cos\mathfrak{a},\quad \cos\mathfrak{B}P = \cos\mathfrak{b},\quad \&\ \cos\mathfrak{C}P = \cos\mathfrak{c},$$

& partant le point P tomberoit dans le point $\mathfrak{O}$. Donc, si les momens d'inertie de la terre sont à peu près égaux, on conçoit que le point P ne sera pas fort éloigné du point $\mathfrak{O}$; c'est pourquoi il faut concevoir le point P placé au dedans du triangle $\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}$, dans lequel se trouve le point $\mathfrak{O}$. Car, puisque les axes principaux passent en deux points opposés par la sphere, on peut toujours former un triangle $\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}$, dans lequel soit le point $\mathfrak{O}$.

11. Introduisons ce point P dans le calcul, & posons pour le commencement, ou notre époque, les arcs

$$P\mathfrak{A} = \mathfrak{l}, \quad P\mathfrak{B} = \mathfrak{m}, \quad \& \; B\mathfrak{C} = \mathfrak{n},$$

& soit $\mathfrak{G} = a^4 \cos \mathfrak{a}^2 + b^4 \cos \mathfrak{b}^2 + c^4 \cos \mathfrak{c}^2$, de sorte que $\sqrt{G} = e\sqrt{\mathfrak{G}}$, &

$$\cos \mathfrak{l} = \frac{aa \cos \mathfrak{a}}{\sqrt{\mathfrak{G}}}; \quad \cos \mathfrak{m} = \frac{bb \cos \mathfrak{b}}{\sqrt{\mathfrak{G}}}; \quad \cos \mathfrak{n} = \frac{cc \cos \mathfrak{c}}{\sqrt{\mathfrak{G}}},$$

& $\mathfrak{G}\left(\frac{\cos \mathfrak{l}^2}{a^4} + \frac{\cos \mathfrak{m}^2}{b^4} + \frac{\cos \mathfrak{n}^2}{c^4}\right) = 1$; par conséquent pour le pole de rotation $\mathfrak{O}$ au même tems:

$$\cos \mathfrak{a} = \frac{\sqrt{\mathfrak{G}}}{aa} \cos \mathfrak{l}; \quad \cos \mathfrak{b} = \frac{\sqrt{\mathfrak{G}}}{bb} \cos \mathfrak{m}; \quad \cos \mathfrak{c} = \frac{\sqrt{\mathfrak{G}}}{cc} \cos \mathfrak{n}.$$

& pour l'angle $P\mathfrak{A}\mathfrak{B}$, si l'on en veut faire usage:

$$\cos P\mathfrak{A}\mathfrak{B} = \frac{\cos \mathfrak{m}}{\sin \mathfrak{l}}, \quad \& \; \sin P\mathfrak{A}\mathfrak{B} = -\frac{\cos \mathfrak{n}}{\sin \mathfrak{l}}.$$

de sorte que posant cet angle $P\mathfrak{A}\mathfrak{B} = \mathfrak{r}$ on ait $\tang \mathfrak{r} = -\frac{\cos \mathfrak{n}}{\cos \mathfrak{m}}$.

Ces quantités regardent l'état initial, ou l'époque fixe, & dépendent de la position de l'axe de rotation $\mathfrak{O}$ par rapport aux axes principaux du corps. Ensuite je suppose que le corps ait tourné alors dans le sens $\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}$ avec la vitesse angulaire $= \mathfrak{e}$, où $\mathfrak{e}$ marque l'angle décrit dans une seconde.

12. Ayant établi ces élémens, on demande quel sera l'état & le mouvement du corps après un tems quelconque, que je pose $= t$ secondes. Que les axes principaux soient parvenus alors en A, B, C, & que le corps tourne présentement autour de l'axe de rotation O dans le sens ABC avec la vitesse angulaire $= \varepsilon$. Pour cet effet posons

posons pour abréger $\frac{bb-cc}{aa}=A$; $\frac{cc-aa}{bb}=B$; $\frac{aa-bb}{cc}=C$, comme dans le Mémoire précédent, où j'ai donné la solution de cette question. Et au lieu de la lettre u j'écris ici Gv, & d'abord il faut construire cette équation différentielle:

$$edt\sqrt{\mathfrak{G}}=\frac{aa\,bb\,cc\,dv}{\sqrt{(\cos\mathfrak{l}^2+2Aa^4v)(\cos\mathfrak{m}^2+2Bb^4v)(\cos\mathfrak{n}^2+2Cc^4v)}},$$

de sorte qui pour chaque tems proposé on puisse assigner la quantité v qui évanouisse au commencement, où $t=0$. Il est à remarquer, que des lettres A, B, C, il y en a nécessairement une au moins négative; & partant cette construction peut être tirée du mouvement d'un pendule, qui se meut dans un cercle. Ou du moins, pour chaque cas il ne sera pas difficile de dresser des tables, qui marquent pour chaque tems la valeur de v.

13. Alors, posant l'angle $\mathfrak{A}PA=\lambda$, qui marque combien l'axe principal A est avancé, depuis le commencement, en sens contraire au mouvement de rotation, on aura

$$d\lambda=edt\sqrt{\mathfrak{G}}.\frac{bb\cos\mathfrak{n}^2+cc\cos\mathfrak{m}^2-2Aaa\,bb\,cc\,v}{bb\,cc\,(\sin\mathfrak{l}^2-2Aa^4v)},$$

de sorte que la vitesse angulaire, dont le point A avance présentement autour du point fixe P, soit:

$$e\sqrt{\mathfrak{G}}.\frac{bb\cos\mathfrak{n}^2+cc\cos\mathfrak{m}^2-2Aaa\,bb\,cc\,v}{bb\,cc\,(\sin\mathfrak{l}^2-2Aa^4v)},$$

cette vitesse angulaire ayant été au commencement

$$=e\sqrt{\mathfrak{G}}.\frac{bb\cos\mathfrak{n}^2+cc\cos\mathfrak{m}^2}{bb\,cc\sin\mathfrak{l}^2}.$$

De la même maniere, on pourra assigner de combien les deux autres axes principaux B & C seront avancés autour du point fixe P depuis

puis leur position initielle $\mathfrak{B}$ & $\mathfrak{C}$. Or alors on aura pour les arcs PA, PB, PC

$$\cos PA = \sqrt{(\cos \mathfrak{l}^2 + 2Aa^4v)};\quad \cos PB = \sqrt{(\cos \mathfrak{m}^2 + 2Bb^4v)};$$
$$\cos PC = \sqrt{(\cos \mathfrak{n}^2 + 2Cc^4v)},$$
$$\sin PA = \sqrt{(\sin \mathfrak{l}^2 - 2Aa^4v)};\quad \sin PB = \sqrt{(\sin \mathfrak{m}^2 - 2Bb^4v)};$$
$$\sin PC = \sqrt{(\sin \mathfrak{n}^2 - 2Cc^4v)},$$

d'où la véritable position des trois axes principaux A, B, C, sera connue.

14. Mais, ayant trouvé celle d'un seul axe A, les deux autres seront plus aisément déterminés par l'angle PAB, pour lequel nous avons:

$$\cos PAB = \sqrt{\frac{\cos \mathfrak{m}^2 + 2Bb^4v}{\sin \mathfrak{l}^2 - 2Aa^4v}},\quad \&$$

$$\sin PAB = -\sqrt{\frac{\cos \mathfrak{m}^2 + 2Cc^4v}{\sin \mathfrak{l}^2 - 2Aa^4v}}.$$

Cet angle étant donc variable, son incrément pour l'élément du tems dt se trouve

$$\frac{d.PAB}{dt} = \frac{-e\sqrt{\mathfrak{G}}}{aabbcc}\cdot\frac{(Cc^4\cos \mathfrak{m}^2 - Bb^4\cos n^2)\sqrt{(\cos \mathfrak{l}^2 + 2Aa^4v)}}{\sin \mathfrak{l}^2 - 2Aa^4v},$$

ce qui est la vitesse angulaire dont l'angle PAB diminue, de sorte qu'au commencement, la vitesse angulaire, dont l'angle P$\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ a diminué, fût $= \dfrac{e\sqrt{\mathfrak{G}}}{aa\,bb\,cc}\cdot\dfrac{(Cc^4\cos \mathfrak{m}^2 - Bb^4\cos \mathfrak{n}^2)\cos \mathfrak{l}}{\sin \mathfrak{l}^2}$.

Il faut ici remarquer, qu'à cause des valeurs supposées des lettres A, B, C, il y a tant $Aa^2 + Bb^2 + Cc^2 = 0$, que $Aa^4 + Bb^4 + Cc^4 = 0$.

15. Cela pourroit suffire pour la connoissance du mouvement, ayant déterminé l'angle $\mathfrak{A}$PA, l'arc PA, & l'angle PAB, d'où

d'où l'on connoit pour chaque tems propoſé la poſition du corps à l'égard du ciel, & partant réciproquement, la poſition apparente du ciel. Mais on peut outre cela remarquer, que le corps tournera alors avec la viteſſe angulaire $\mathfrak{u} = e\sqrt{(1 + 2(A + B + C)\mathfrak{S}v)}$ dans le ſens ABC autour de l'axe de rotation, dont la poſition eſt telle que

$$\cos AO = \frac{\sqrt{\mathfrak{S}}(\cos\mathfrak{l}^2 + 2Aa^4 v)}{aa\sqrt{(1+2(A+B+C)\mathfrak{S}v)}} = \frac{\sqrt{(\cos\mathfrak{a}^2 + 2A\mathfrak{S}v)}}{\sqrt{(1-2ABC\mathfrak{S}v)}}$$

$$\cos BO = \frac{\sqrt{\mathfrak{S}}(\cos\mathfrak{m}^2 + 2Bb^4 v)}{bb\sqrt{(1+2(A+B+C)\mathfrak{S}v)}} = \frac{\sqrt{(\cos\mathfrak{b}^2 + 2B\mathfrak{S}v)}}{\sqrt{(1-2ABC\mathfrak{S}v)}}$$

$$\cos CO = \frac{\sqrt{\mathfrak{S}}(\cos\mathfrak{n}^2 + 2Cc^4 v)}{cc\sqrt{(1+2(A+B+C)\mathfrak{S}v)}} = \frac{\sqrt{(\cos\mathfrak{c}^2 + 2C\mathfrak{S}v)}}{\sqrt{(1-2ABC\mathfrak{S}v)}}$$

& O ſera le point du ciel qui paroitra pour çet inſtant demeureren repos.

16. Cette repréſentation du mouvement devient beaucoup plus ſimple, ſi les momens d'inertie du corps par rapport aux deux axes B & C ſont égaux entr'eux ou $cc = bb$; car, puisque alors

$A = 0$, $B = -C = 1 - \frac{aa}{bb}$, &

$$\mathfrak{S} = a^4\cos\mathfrak{a}^2 + b^4(\cos\mathfrak{b}^2 + \cos\mathfrak{c}^2) = a^4\cos\mathfrak{a}^2 + b^4\sin\mathfrak{a}^2,$$

ou $\mathfrak{S}\left(\frac{\cos\mathfrak{l}^2}{a^4} + \frac{\sin\mathfrak{l}^2}{b^4}\right) = 1$, l'arc $P\mathfrak{A} = \mathfrak{C}$ demeure toujours de la même quantité, ou $PA = P\mathfrak{A}$ tourne autour du point P uniformement avec la viteſſe angulaire $= \frac{e\sqrt{\mathfrak{S}}}{bb}$: dans le ſens $\mathfrak{A}A$. Outre cela, la viteſſe dont l'arc AB tourne cependant autour du point A, par laquelle l'angle PAB va en diminuant, eſt auſſi conſtante $= \frac{e\sqrt{\mathfrak{S}}}{aab^4}. - Bb^4\cos\mathfrak{l} = \left(\frac{aa}{bb} - 1\right). \frac{e\cos\mathfrak{l}}{aa}\sqrt{\mathfrak{S}}$.
Par conſéquent la viteſſe angulaire de l'arc $PA = \mathfrak{l}$ autour du point fixe

fixe P dans le ſens 𝔄A, eſt à la viteſſe angulaire dont le corps tourne cependant autour du point A en ſens contraire BP, comme 1 à $\left(1 - \frac{bb}{aa}\right)$ cof I. Voilà donc ce mouvement repréſenté de la même maniere que l'on eſt accoutumé d'enviſager le mouvement de la terre, entant que l'axe de la terre eſt mobile autour des poles de l'écliptique.

17. Un tel mouvement pourra être repréſenté par le moyen d'une Machine de la maniere ſuivante. Soit PQRS un cercle librement mobile autour des tourillons P & R diamétralement oppoſés: & que dans ce cercle, en A & D, ſoit enchaſſé l'axe AD d'un corps *asdq*, autour duquel le corps puiſſe tourner librement, pendant que le cercle lui même tourne autour des tourillons P & R. Maintenant pour repréſenter le mouvement du §. précédent l'un & l'autre mouvement de rotation doit être uniforme, mais en ſorte que l'un ſoit dirigé en ſens contraire à l'égard de l'autre: ſuppoſant $aa > bb$, & que la viteſſe angulaire du cercle autour des tourillons P & R, ſoit à celle du corps autour de l'axe AD comme 1 à $\left(1 - \frac{bb}{aa}\right)$ coſin PA. Fig. 3.

D'où l'on voit que le mouvement du corps eſt beaucoup plus lent que celui de l'axe AD, & évanouiroit tout à fait au cas $aa = bb$. Or dans le cas au $aa < bb$ l'un & l'autre mouvement ſeroit dirigé en même ſens. Un tel mouvement ſe ſoutiendroit par ſoi-même, & n'auroit pas beſoin de forces étrangeres.

18. Par une ſemblable machine on pourroit auſſi repréſenter en général le mouvement déterminé ci-deſſus d'un corps dont tous les momens principaux d'inertie ſont inégaux entr'eux. Mais alors l'axe AD doit être enchaſſé en ſorte dans le cercle, que les points A & D puiſſent être plus ou moins éloignés des tourillons P & R: & outre cela ni l'un ni l'autre mouvement de rotation ne ſera pas uniforme, mais doit être reglé ſur les formules trouvées ci-deſſus. Pour

 cet

cet effet il faut avoir égard à la plus grande & à la plus petite valeur possible de la quantité v. Or, supposant $aa > bb$, & $bb > cc$, puisque ces trois formules doivent être réelles & ne pas surpasser l'unité,

$$\sqrt{(\cos l^2 + 2aa(bb - cc)v)}; \quad \sqrt{(\cos m^2 - 2bb(aa - cc)v)}; \quad \sqrt{(\cos n^2 + 2cc(aa - bb)v)},$$

on voit que la plus grande valeur positive de $+ v$ est égale à la moindre de ces trois formules

$$\frac{\sin l^2}{2aa(bb - cc)}; \quad \frac{\cos m^2}{2bb(aa - cc)}; \quad \frac{\sin n^2}{2cc(aa - bb)},$$

& la plus grande négative valeur de $- v$ égale à la moindre de ces trois formules

$$\frac{\cos l^2}{2aa(bb - cc)}; \quad \frac{\sin m^2}{2bb(aa - cc)}; \quad \frac{\cos n^2}{2cc(aa - bb)}.$$

19. Il seroit donc possible que la terre eût un tel mouvement compliqué de rotation, sans qu'il en falût chercher la cause dans des forces étrangeres. Mais, quoique l'axe de la terre ait actuellement un mouvement autour des poles de l'écliptique, ce mouvement est bien différent de celui que je viens d'exposer. Car dans la terre le mouvement de l'axe est extrèmement lent à l'égard du mouvement autour de l'axe; au lieu que, dans le mouvement décrit, le mouvement de l'axe même est beaucoup plus rapide que celui du corps autour de l'axe. Cette remarque suffit pour nous assurer, que le mouvement de l'axe de la terre, ou sa nutation, avec la précession des équinoxes, est l'effet d'une cause étrangere, sans laquelle l'axe de la terre demeureroit absolument immobile, en faisant abstraction du mouvement annuel; d'où il est encore évident que la ligne que nous nommons l'axe de la terre, est certainement un de ses trois axes principaux. Mais peut-être, dans la planete de Vénus, la chose est tout à fait différente.

20.

20. Voyons maintenant comment ce mouvement de rotation d'un corps celeſte ſera troublé par quelque force étrangere, qui vient de l'attraction d'un autre corps celeſte, que je nommerai un centre de force. Puisqu'il s'agit ici uniquement du mouvement de rotation, & que je ſuppoſe le centre d'inertie du corps propoſé en repos, le centre de force décrira autour de lui une certaine orbite, qui étant rapportée à une ſphére fixe décrite autour du centre d'inertie du corps, ſoit la ligne QFS dirigée ſuivant l'orde des ſignes celeſtes. Que le centre de force attire en raiſon réciproque du quarré des diſtances, & qu'à la diſtance $= e$, la force dont un corps y eſt pouſſé, ſoit préciſément égale au poids que ce même corps auroit étant placé ſur la terre. Or, puisque la gravité n'eſt pas partout la même, il faut pour cet effet choiſir un certain endroit, où l'on connoiſſe exactement la hauteur par laquelle un corps grave tombe dans une ſeconde. La lettre g marquera conſtamment cette hauteur. Fig. 4.

21. Le point P & le cercle PQR étant pris pour des termes fixes, qu'après un tems écoulé quelconque $= t$ ſecondes, le centre de force réponde au point F, & ſoit l'arc PF $= p$, & l'angle QPF $= q$: & que s exprime la diſtance du centre de forces au centre d'inertie du corps propoſé. Ces quantités p, q, s, pourront être conſidérées comme des fonctions du tems t. Qu'au même inſtant les axes principaux du corps répondent aux points A, B, C, par rapport auxquels les momens d'inertie du corps ſoient Maa, Mbb, Mcc, la maſſe étant $= M$, & ayant tiré de ces trois points des arcs de grands cercles, tant au point F qu'au point fixe P, ſoient ces arcs FA $= \zeta$, FB $= \eta$, FC $= \theta$; & PA $= l$, PB $= m$, PC $= n$. Soient de plus les angles QPA $= \lambda$, QPB $= \mu$, QPC $= \nu$, qu'il faut conſidérer comme négatifs à l'égard de ceux que j'ai introduits dans la ſolution générale, où je les avois pris du cercle oppoſé PSR. Enfin, que le corps tourne préſentement autour du point O, dans le ſens ABC, avec la viteſſe angulaire $= u$, & ſoient les arcs OA $= \alpha$, OB $= \beta$, OC $= \gamma$, & qu'on poſe $u \cos \alpha = x$, $u \cos \beta = y$, & $u \cos \gamma = z$.

22. Maintenant la force attractrice du point F nous fournit les momens de forces ſuivans.

I. Le moment de force par rapport à l'axe IA dans le ſens

$$BC = \frac{3Mee}{s^3}(cc - bb)\operatorname{cof}\eta \operatorname{cof}\theta = P.$$

II. Le moment de force par rapport à l'axe IB dans le ſens

$$CA = \frac{3Mee}{s^3}(aa - cc)\operatorname{cof}\zeta \operatorname{cof}\theta = Q.$$

III. Le moment de force par rapport à l'axe IC dans le ſens

$$AB = \frac{3Mee}{s^3}(bb - aa)\operatorname{cof}\zeta \operatorname{cof}\eta = R$$

Donc, ſi nous poſons $\frac{bb - cc}{aa} = A$; $\frac{cc - aa}{bb} = B$; $\frac{aa - bb}{cc} = C$, nous aurons les équations différentielles ſuivantes:

I. $dx - Ayzdt + \frac{6Agee}{s^3}dt \operatorname{cof}\eta \operatorname{cof}\theta = 0.$

II. $dy - Bxzdt + \frac{6Bgee}{s^3}dt \operatorname{cof}\zeta \operatorname{cof}\theta = 0.$

III. $dz - Cxydt + \frac{6Cgee}{s^3}dt \operatorname{cof}\zeta \operatorname{cof}\eta = 0.$

IV. $dl \operatorname{fin} l = dt(y \operatorname{cof} n - z \operatorname{cof} m).$

V. $dm \operatorname{fin} m = dt(z \operatorname{cof} l - x \operatorname{cof} n).$

VI. $dn \operatorname{fin} n = dt(x \operatorname{cof} m - y \operatorname{cof} l).$

VII. $d\lambda \operatorname{fin} l^2 = dt(y \operatorname{cof} m + z \operatorname{cof} n).$

VIII. $d\mu \operatorname{fin} m^2 = dt(z \operatorname{cof} n + x \operatorname{cof} l).$

IX. $d\nu \operatorname{fin} n^2 = dt(x \operatorname{cof} l + y \operatorname{cof} m).$

23. Pour les arcs ζ, η, θ, ils peuvent être exprimés par les autres quantités, dont les différentiels sont déterminés par ces équations: car les principes de la Trigonometrie sphérique fournissent:

$$\cos\zeta = \cos(\lambda - q)\sin l \sin p + \cos l \cos p$$
$$\cos\eta = \cos(\mu - q)\sin m \sin p + \cos m \cos p$$
$$\cos\theta = \cos(\nu - q)\sin n \sin p + \cos n \cos p$$

Mais on comprend aisément, que cette substitution ne méneroit pas à grande chose, & que la resolution générale des formules que nous venons de trouver, est trop difficile, pour que nous osions nous flatter d'y réussir. Le grand nombre des quantités variables qui y entrent, ne nous laisse entrevoir aucune route qu'il faudroit suivre. Par cette raison je me vois obligé de borner mes recherches à quelques cas particuliers, où je puisse espérer quelque succès. Au moins le cas de la terre n'est-il pas assujetti à des si grandes difficultés qu'on ne puisse les surmonter.

24. Pour faire l'application des formules trouvées au mouvement de la terre, je fais les suppositions suivantes:

I. Je suppose que l'axe de rotation O soit très proche de l'axe principal A, de sorte qu'on puisse regarder l'arc $OA = \alpha$ comme extrêmement petit.

II. Je suppose que les momens d'inertie par rapport aux deux autres axes principaux B & C sont égaux entr'eux, de sorte que $cc = bb$, & partant $\mathfrak{A} = 0$; & $\mathfrak{B} = 1 - \frac{aa}{bb}$, $\mathfrak{C} = \frac{aa}{bb} - 1$, donc $\mathfrak{C} = -\mathfrak{B}$.

Il semble certain, que ces deux suppositions ont lieu dans la terre: ayant remarqué, que si la terre n'étoit pas assujettie à l'action des forces de la lune & du soleil, elle tourneroit uniformement autour de son axe,

axe, qui demeureroit fixe. Donc, actuellement l'axe de rotation O ne differe jamais ſenſiblement de l'axe principal A, qui eſt celui qu'on nomme par excellence l'axe de la terre. Or, que les momens d'inertie par rapport aux deux autres axes principaux ſont égaux entr'eux, cela paroit également certain, à cauſe de la rondeur de la terre autour de ſon axe A.

25. Puisqu'il convient de rapporter tout au pole A, poſons l'angle $PAB = r$, & nous aurons $\text{coſ}\, m = \text{ſin}\, l\ \text{coſ}\, r$, & $\text{coſ}\, n = -\ \text{ſin}\, l\ \text{ſin}\, r$. Enſuite, puisque l'arc $AO = \alpha$, eſt quaſi infiniment petit, ayant tiré de O ſur les arcs AB & AC les perpendiculaires Ob, Oc, poſons l'angle $OAb = \varrho$, & nous aurons $Ab = \alpha\ \text{coſ}\, \varrho$, $Ac = \alpha\ \text{ſin}\, \varrho$, donc $BO = \beta = 90° - \alpha\ \text{coſ}\, \varrho$, & $CO = \gamma = 90° - \alpha\ \text{ſin}\, \varrho$. De là nous tirons $x = \varkappa$, $y = \alpha\varkappa\ \text{coſ}\, \varrho$, & $z = \alpha\varkappa\ \text{ſin}\, \varrho$, négligeant les termes où α auroit plus d'une dimenſion. Maintenant les équations N°. IV. V. VI. donneront

IV. $dl\ \text{ſin}\, l = -\alpha\varkappa\, dt\ \text{ſin}\, l\ \text{ſin}\,(r + \varrho)$, ou $dl = -\alpha\varkappa\, dt\ \text{ſin}\,(r + \varrho)$,

V. $-dl\ \text{coſ}\, l\ \text{coſ}\, r + dr\ \text{ſin}\, l\ \text{ſin}\, r = \varkappa\, dt\,(\alpha\ \text{coſ}\, l\ \text{ſin}\, \varrho + \text{ſin}\, l\ \text{ſin}\, r)$,

VI. $dl\ \text{coſ}\, l\ \text{ſin}\, r + dr\ \text{ſin}\, l\ \text{coſ}\, r = \varkappa\, dt\,(\text{ſin}\, l\ \text{coſ}\, r - \alpha\ \text{coſ}\, l\ \text{coſ}\, \varrho)$,

d'où la combinaiſon V. ſin r + VI. coſ r fournit

$$dr\ \text{ſin}\, l = \varkappa\, dt\,(\text{ſin}\, l - \alpha\ \text{coſ}\, l\ \text{coſ}\,(r + \varrho))$$

ou bien $dr = \varkappa\, dt - \dfrac{\alpha\varkappa\, dt\ \text{coſ}\,(r + \varrho)}{\text{tang}\, l}$,

Et partant nous aurons aſſez exactement $dr = \varkappa\, dt$.

26. Des trois dernieres équations il ſuffit de prendre la

VII. $d\lambda\ \text{ſin}\, l^2 = \alpha\varkappa\, dt\ \text{ſin}\, l\ \text{coſ}\,(r + \varrho)$, ou

$$d\lambda = \frac{\alpha\varkappa\, dt\ \text{coſ}\,(r + \varrho)}{\text{ſin}\, l},$$

car

car les angles μ & ν dépendent en forte de λ;

$$\cos(\lambda-\mu) = -\frac{\cos l \cos m}{\sin l \sin m}; \quad \cos(\lambda-\nu) = -\frac{\cos l \cos n}{\sin l \sin n},$$

$$\sin(\lambda-\mu) = -\frac{\cos n}{\sin l \sin m}; \quad \sin(\lambda-\nu) = -\frac{\cos m}{\sin l \sin n}.$$

De là, puisque $\mu - q = (\lambda - q) - (\lambda - \mu)$, & $\nu - q = (\lambda - q) - (\lambda - \nu)$, nous tirons:

$$\cos(\mu-q) = -\frac{\cos l \cos m \cos(\lambda-q) - \cos n \sin(\lambda-q)}{\sin l \sin m} = -\frac{\cos l \cos r \cos(\lambda-q) + \sin r \sin(\lambda-q)}{\sin m}$$

$$\cos(\nu-q) = -\frac{\cos l \cos n \cos(\lambda-q) + \cos m \sin(\lambda-q)}{\sin l \sin n} = +\frac{\cos l \sin r \cos(\lambda-q) + \cos r \sin(\lambda-q)}{\sin n}$$

& par conféquent nous obtiendrons:

$$\cos\zeta = \sin l \sin p \cos(\lambda-q) + \cos l \cos p$$

$$\cos\eta = -\cos l \sin p \cos r \cos(\lambda-q) + \sin p \sin r \sin(\lambda-q) + \sin l \cos p \cos r$$

$$\cos\theta = +\cos l \sin p \sin r \cos(\lambda-q) + \sin p \cos r \sin(\lambda-q) - \sin l \cos p \sin r.$$

27. La premiere équation, à caufe de $A = 0$, donne dabord $dx = d\mathfrak{y} = 0$, & partant la viteffe angulaire fera toujours la même, qui foit nommée $= \varepsilon$, de forte que $x = \mathfrak{y} = \varepsilon$, & partant $dl = -\varepsilon\alpha\, dt \sin(r + \varrho)$; $d\lambda = \frac{\varepsilon\alpha\, dt \cos(r + \varrho)}{\sin l}$;

$$\& \; dr = \varepsilon dt - \frac{\varepsilon\alpha\, dt \cos(r + \varrho)}{\tang l}.$$

 En-

Enfin, puisque $y = \epsilon\alpha \cos\varrho$, & $z = \epsilon\alpha \sin\varrho$, les équations N°. II. & III. deviendront:

$$\text{II. } \epsilon d\alpha \cos\varrho - \epsilon\alpha d\varrho \sin\varrho - B\epsilon\epsilon\alpha dt \sin\varrho + \frac{6Bgee}{s^3} dt \cos\zeta \cos\theta = 0,$$

$$\text{III. } \epsilon d\alpha \sin\varrho + \epsilon\alpha d\varrho \cos\varrho + B\epsilon\epsilon\alpha dt \cos\varrho - \frac{6Bgee}{s^3} dt \cos\zeta \cos\eta = 0,$$

pour la résolution desquelles il est bon de remarquer, que

$$\sin r \cos\eta + \cos r \cos\theta = \sin p \sin(\lambda - q)$$

$$\sin r \cos\theta - \cos r \cos\eta = \cos l \sin p \cos(\lambda - q) - \sin l \cos p.$$

d'où nous tirons ces deux autres équations

$$\epsilon d\alpha \cos(r + \varrho) - \epsilon\alpha d\varrho \sin(r + \varrho) - B\epsilon\epsilon\alpha dt \sin(r + \varrho)$$
$$+ \frac{6Bgee}{s^3} dt \cos\zeta \sin p \sin(\lambda - q) = 0.$$

$$\epsilon d\alpha \sin(r + \varrho) + \epsilon\alpha d\varrho \cos(r + \varrho) + B\epsilon\epsilon\alpha dt \cos(r + \varrho)$$
$$+ \frac{6Bgee}{s^3} dt \cos\zeta (\cos l \sin p \cos(\lambda - q) - \sin l \cos p = 0,$$

28. Posons l'angle $PAO = r + \varrho = \omega$, & $\lambda - q = \Phi$, pour avoir

$$dl = -\epsilon\alpha dt \sin\omega; \quad d\lambda = \frac{\epsilon\alpha dt \cos\omega}{\sin l}; \quad d\Phi = \frac{\epsilon\alpha dt \cos\omega}{\sin l} - dq,$$

$$dr = \epsilon dt - \frac{\epsilon\alpha dt \cos\omega}{\operatorname{tang} l}, \quad \& \quad d\varrho = d\omega - \epsilon dt + \frac{\epsilon\alpha dt \cos\omega}{\operatorname{tang} l},$$

&

& nos équations à résoudre seront:

$$\epsilon\, d\alpha \cos\omega - \epsilon\, \alpha\, d\omega \sin\omega + (1 - B)\, \epsilon\, \epsilon\, \alpha\, dt \sin\omega$$
$$+ \frac{6Bgee}{s^3} dt \sin p \sin\Phi (\sin l \sin p \cos\Phi + \cos l \cos p) = 0,$$

$$\epsilon\, d\alpha \sin\omega + \epsilon\, \alpha\, d\omega \cos\omega - (1 - B)\, \epsilon\, \epsilon\, \alpha\, dt \cos\omega$$
$$+ \frac{6Bgee}{s^3} dt (\sin l \sin p \cos\Phi + \cos l \cos p)(\cos l \sin p \cos\Phi - \sin l \cos p) = 0.$$

Soit enfin $\alpha \cos\omega = u$, & $\alpha \sin\omega = v$, de sorte que $dl = -\epsilon v dt$; & $d\Phi = \frac{\epsilon u dt}{\sin l} - dq$, & qu'on ait à résoudre ces équations,

$$\epsilon du + (1-B)\epsilon\epsilon u dt + \frac{6Bgee}{s^3} dt \sin p \sin\Phi (\sin l \sin p \cos\Phi + \cos l \cos p) = 0,$$

$$\epsilon dv - (1-B)\epsilon\epsilon u dt + \frac{6Bgee}{s^3} dt (\sin l \sin p \cos\Phi + \cos l \cos p)(\cos l \sin p \cos\Phi - \sin l \cos p) = 0,$$

où il faut remarquer que $1 - B = \frac{aa}{bb}$.

29. Puisque les quantités u & v sont quasi infiniment petites, on pourra regarder l'arc l comme constant dans ces équations, & supposer $d\Phi = - dq$. Ensuite, il sera permis de regarder l'arc PF $= p$, comme constant ou peu variable, ce qui dépend du choix du point P; & la distance du centre de forces s ne change pas ordinairement tant, qu'on ne la pourroit regarder comme constante, du moins pour trouver des intégrales approchantes. Soit donc pour abréger:

$$\frac{6Bgee}{s^3} = N; \quad \frac{aa}{bb} = \kappa; \quad \& \; dq = \delta dt, \quad \text{ou} \; d\Phi = - \delta dt,$$

 &

& il est évident qu'on pourra satisfaire à nos équations en posant:

$$u = P + Q \cos \phi + R \cos \phi^2, \quad \& \quad v = S \sin \phi + T \sin \phi \cos \phi,$$

de sorte que ces lettres P, Q, R, S, soient constantes. Or, ayant substitué ces valeurs on trouvera:

$$Q = \frac{N \sin p \cos p (\varepsilon u \cos 2l + \delta \cos l)}{\varepsilon(\varepsilon\varepsilon uu - \delta\delta)}; \quad S = -\frac{N \sin p \cos p (\varepsilon u \cos l + \delta \cos 2l)}{\varepsilon(\varepsilon\varepsilon uu - \delta\delta)}$$

$$R = \frac{N \sin l \sin p^2 (\varepsilon u \cos l + 2\delta)}{\varepsilon(\varepsilon\varepsilon uu - 4\delta\delta)}; \quad T = -\frac{N \sin l \sin p^2 (\varepsilon u + 2\delta \cos l)}{\varepsilon(\varepsilon\varepsilon uu - 4\delta\delta)}$$

$$P = -\frac{\delta N \sin l \sin p^2 (\varepsilon u + 2\delta \cos l)}{\varepsilon\varepsilon u(\varepsilon\varepsilon uu - 4\delta\delta)} - \frac{N \sin l \cos l \cos p^2}{\varepsilon\varepsilon u}$$

$$\& \quad P + \tfrac{1}{2}R = \frac{N \sin l \cos l (\sin p^2 - 2 \cos p^2)}{2\varepsilon\varepsilon u}.$$

30. On donnera ici aux quantités l, p, N, & δ, leurs valeurs moyennes, pour avoir des valeurs constantes des lettres P, Q, R, S, T, & alors à cause de $dt = -\frac{d\phi}{\delta}$, on aura

$$dl = \frac{\varepsilon v d\phi}{\delta}, \quad \& \quad d\phi = -\frac{\varepsilon u d\phi}{\delta \sin l} - dq,$$

d'où l'on tire par intégration, prenant I pour la valeur moyenne de l:

$$l = I - \frac{\varepsilon S}{\delta} \cos \phi - \frac{\varepsilon}{4\delta} T \cos 2\phi, \quad \&$$

$$\lambda = \text{Const.} - \frac{\varepsilon P \phi}{\delta \sin l} - \frac{\varepsilon Q \sin \phi}{\delta \sin l} - \frac{\varepsilon R \phi}{2\delta \sin l} - \frac{\varepsilon R \sin 2\phi}{4\delta \sin l}.$$

Or, outre cela, on aura $\phi = \lambda - q$, & ensuite

$$a = \sqrt{(uu + vv)}, \quad \& \quad \text{tang}\, \omega = \frac{v}{u}.$$

Mais

Mais, puisque $dr = \epsilon dt - \frac{\epsilon u dt}{\text{tang}\, l} = \epsilon dt - d\lambda \cos l$, il s'en-ſuit $r = \epsilon t - \lambda \cos l$, & partant $\rho = \omega - r$. On voit par là que ſi α a une foit été très petit, il demeurera toujours très petit, de ſorte que notre calcul ſubſiſte, à l'exception d'un ſeul cas marqué dans la ſuite.

31. Pour rendre le cas plus ſimple, puisqu'on ne ſauroit presque point tenir compte de l'irrégularité du mouvement du centre de force F, ſuppoſons que ce point F ſe meut uniformement dans le cercle QFS, autour de la terre, à la diſtance conſtante $= s$, & ſoit P le pole de ſon orbite, de ſorte que l'arc PF $= p = 90°$, & po-ſant $dq = \delta dt$ que δ ſoit une quantité conſtante, marquant l'angle décrit dans une ſeconde par le point F. Puisque l'arc PA $= l$, ne change presque point, ſoit I ſa valeur moyenne, & nos équations à réſoudre ſeront, poſant $\frac{aa}{bb} = \kappa$

$$du + \epsilon \kappa v dt + \frac{3Bgee}{\epsilon s^3} dt \sin I \sin 2\Phi = 0,$$

$$dv - \epsilon \kappa u dt + \frac{3Bgee}{\epsilon s^3} dt \sin I \cos I (1 + \cos 2\Phi) = 0,$$

où $d\Phi = -\delta dt + \frac{\epsilon u dt}{\sin I}$. Mais, puisque u eſt extrèmement petit, & que nous négligeons les termes, où u & v monteroient à plus d'une dimenſion, on peut prendre $d\Phi = -\delta dt$, de ſorte que $dt = -\frac{d\Phi}{\delta}$.

32. Po-

32. Posons donc comme auparavant $\frac{6Bgee}{s^3} = N$, pour avoir

$$du - \frac{\epsilon\varkappa}{\delta} v d\phi - \frac{N}{2\delta\epsilon} d\phi \sin I \sin 2\phi = 0,$$

$$du + \frac{\epsilon\varkappa}{\delta} v d\phi - \frac{N}{2\delta\epsilon} d\phi \sin I \cos I (1 + \cos 2\phi) = 0,$$

auxquelles satisfont comme nous venons de voir ces valeurs particulieres:

$$u = P + \tfrac{1}{2}R + \tfrac{1}{2}R \cos 2\phi; \quad v = \tfrac{1}{2}T \sin 2\phi.$$

Mais, pour en trouver les intégrales en général, formons-en ces deux équations, qui soient intégrables.

$$\left.\begin{aligned}&+du \sin\tfrac{\epsilon\varkappa}{\delta}\phi + \tfrac{\epsilon\varkappa}{\delta} u d\phi \cos\tfrac{\epsilon\varkappa}{\delta}\phi - \tfrac{N}{2\delta\epsilon} d\phi \sin I \sin\tfrac{\epsilon\varkappa}{\delta}\phi \sin 2\phi\\ &+dv \cos\tfrac{\epsilon\varkappa}{\delta}\phi - \tfrac{\epsilon\varkappa}{\delta} v d\phi \sin\tfrac{\epsilon\varkappa}{\delta}\phi - \tfrac{N}{2\delta\epsilon} d\phi \sin I \cos I \cos\tfrac{\epsilon\varkappa}{\delta}\phi (1 + \cos 2\phi)\end{aligned}\right\} = 0,$$

$$\left.\begin{aligned}&+du \cos\tfrac{\epsilon\varkappa}{\delta}\phi - \tfrac{\epsilon\varkappa}{\delta} u d\phi \sin\tfrac{\epsilon\varkappa}{\delta}\phi - \tfrac{N}{2\delta\epsilon} d\phi \sin I \cos\tfrac{\epsilon\varkappa}{\delta}\phi \sin 2\phi\\ &-dv \sin\tfrac{\epsilon\varkappa}{\delta}\phi - \tfrac{\epsilon\varkappa}{\delta} u d\phi \cos\tfrac{\epsilon\varkappa}{\delta}\phi + \tfrac{N}{2\delta\epsilon} d\phi \sin I \cos I \sin\tfrac{\epsilon\varkappa}{\delta}\phi (1 + \cos 2\phi)\end{aligned}\right\} = 0.$$

33. Posons, pour abréger davantage, $\frac{\epsilon\varkappa}{\delta} = \frac{\epsilon aa}{\delta bb} = m$, & $\frac{N}{2\epsilon\delta} = \frac{3Bgee}{\delta\epsilon s^3} = n$, & les intégrales seront:

$$u \sin m\phi + v \cos m\phi - n \sin I \int d\phi \sin m\phi \sin 2\phi - n \sin I \cos I \int d\phi \cos m\phi . (1 + \cos 2\phi) = E$$

$$u \cos m\phi - v \sin m\phi - n \sin I \int d\phi \cos m\phi \sin 2\phi + n \sin I \cos I \int d\phi \sin m\phi . (1 + \cos 2\phi) = F.$$

Or

Or $\sin m\varphi . \sin 2\varphi = \frac{1}{2}\cos(m-2)\varphi - \frac{1}{2}\cos(m+2)\varphi$
$\cos m\varphi . \cos 2\varphi = \frac{1}{2}\cos(m-2)\varphi - \frac{1}{2}\cos(m+2)\varphi$
$\cos m\varphi . \sin 2\varphi = -\frac{1}{2}\sin(m-2)\varphi + \frac{1}{2}\sin(m+2)\varphi$
$\sin m\varphi . \cos 2\varphi = +\frac{1}{2}\sin(m-2)\varphi + \frac{1}{2}\sin(m+2)\varphi.$

d'où l'on forme les intégrales.

$$u\sin m\varphi + v\cos m\varphi - \frac{n\sin I}{2}\left(\frac{\sin(m-2)\varphi}{m-2} - \frac{\sin(m+2)\varphi}{m+2}\right)$$
$$-\tfrac{1}{2}n\sin I\cos I\left(\frac{2\sin m\varphi}{m} + \frac{\sin(m-2)\varphi}{m-2} + \frac{\sin(m+2)\varphi}{m+2}\right) = E,$$

$$v\cos m\varphi - v\sin m\varphi - \tfrac{1}{2}n\sin I\left(\frac{\cos(m-2)\varphi}{m-2} - \frac{\cos(m+2)\varphi}{m+2}\right)$$
$$-\tfrac{1}{2}n\sin I\cos I\left(\frac{2\cos m\varphi}{m} + \frac{\cos(m-2)\varphi}{m-2} + \frac{\cos(m+2)\varphi}{m+2}\right) = F.$$

Où il faut remarquer, qu'au cas $m = 2$, il y a $\frac{\sin(m-2)\varphi}{m-2} = \varphi$, & $\frac{\cos(m-2)\varphi}{m-2} = \infty$, ou constant, & partant renfermé en F, de sorte que ce terme puisse être omis.

34. Maintenant, en multipliant la premiere par $\sin m\varphi$, & l'autre par $\cos m\varphi$, leur somme donne:

$$u - \tfrac{1}{2}n\sin I\left(\frac{\cos 2\varphi}{m-2} - \frac{\cos 2\varphi}{m+2}\right) - \tfrac{1}{2}n\sin I\cos I\left(\frac{2}{m} + \frac{\cos 2\varphi}{m-2} + \frac{\cos 2\varphi}{m+2}\right) =$$
$$E\sin m\varphi + F\cos m\varphi,$$

Ensuite, multipliant la premiere par $\cos m\varphi$, & l'autre par $-\sin m\varphi$, on obtiendra

$$v + \tfrac{1}{2}n\sin I\left(\frac{\sin 2\varphi}{m-2} + \frac{\sin 2\varphi}{m+2}\right) + \tfrac{1}{2}n\sin I\cos I\left(\frac{\sin 2\varphi}{m-2} - \frac{\sin 2\varphi}{m+2}\right) =$$
$$E\cos m\varphi - F\sin m\varphi,$$

Chan-

Changeons les conſtantes en poſant $E = D \cos \xi$, & $F = D \sin \xi$, de ſorte que ξ ſoit un angle conſtant: & nos équations ſe réduiront à celles-ci.

$$u - \frac{2n \sin l \cos 2\phi}{mm - 4} - \frac{n}{m} \sin l \cos l - \frac{mn \sin l \cos l \cos 2\phi}{mm - 4} = D \sin(m\phi + \xi)$$

$$v + \frac{mn \sin l \sin 2\phi}{mm - 4} + \frac{2n \sin l \cos l \sin 2\phi}{mm - 4} = D \cos(m\phi + \xi),$$

& partant on aura:

$$u = \frac{n}{m} \sin l \cos l + \frac{n \sin l \cos 2\phi . (2 + m \cos l)}{mm - 4} + D \sin(m\phi + \xi)$$

$$v = - \frac{n \sin l \sin 2\phi . (m + 2 \cos l)}{mm - 4} + D \cos(m\phi + \xi).$$

35. Ces équations conviennent parfaitement avec celles que nous avons trouvées ci-deſſus, ſi l'on met la conſtante $D = 0$, mais elles ſont plus générales par cette même raiſon, qu'elles contiennent encore les deux conſtantes D & ξ. Cependant, le cas où $m = 2$, demande un dévelopement particulier, qu'il faut tirer des premieres intégrales, qui ſeront:

$$u \sin 2\phi + v \cos 2\phi - \tfrac{1}{2} n \sin l (\phi - \tfrac{1}{4} \sin 4\phi) - \tfrac{1}{2} n \sin l \cos l (\sin 2\phi + \phi + \tfrac{1}{4} \sin 4\phi) = E$$

$$u \cos 2\phi - v \sin 2\phi + \tfrac{1}{8} n \sin l \cos 4\phi - \tfrac{1}{2} n \sin l \cos l (\cos 2\phi + \tfrac{1}{4} \cos 4\phi) = G.$$

d'où l'on tire celles-ci:

$$u - \tfrac{1}{2} n \sin l . \phi \sin 2\phi + \tfrac{1}{8} n \sin l \cos 2\phi - \tfrac{1}{2} n \sin l \cos l . \phi \sin 2\phi$$
$$- \tfrac{1}{2} n \sin l \cos l - \tfrac{1}{8} n \sin l \cos l \cos 2\phi = E \sin 2\phi + G \cos 2\phi$$

$$v - \tfrac{1}{2} n \sin l . \phi \cos 2\phi + \tfrac{1}{8} n \sin l \sin 2\phi - \tfrac{1}{2} n \sin l \cos l . \phi \cos 2\phi$$
$$- \tfrac{1}{8} n \sin l \cos l \sin 2\phi = E \cos 2\phi - G \sin 2\phi,$$

& partant on aura:

$$u = \tfrac{1}{2} n \sin l \cos l + \tfrac{1}{2} n \sin l . (1 + \cos l) \phi \sin 2\phi + E \sin 2\phi + (G - \tfrac{1}{8} n \sin l (1 - \cos l)) \cos 2\phi$$

$$v = \tfrac{1}{2} n \sin l (1 + \cos l) \phi \cos 2\phi + E \cos 2\phi - (G + \tfrac{1}{8} n \sin l (1 - \cos l)) \sin 2\phi.$$

36.

36. Par rapport à ce cas $m = 2$ ou $\frac{\varepsilon}{\delta} = \frac{2bb}{aa}$ je remarque, que les deux quantités u & v pourroient croitre à l'infini puisqu'elles renferment des termes multipliées par l'arc Φ qui croit continuellement avec le tems. Donc, l'arc $OA = \alpha = \sqrt{(uu + vv)}$ surpasseroit bientôt les bornes de la petitesse que je lui ai supposée; & partant notre solution exclut absolument ce cas. Il est donc très remarquable, que si le mouvement du centre de force F étoit au mouvement diurne de la planete comme $aa : 2bb$; le mouvement diurne seroit bientôt considérablement troublé, quoiqu'il ait commencé autour d'un axe principal. Ainsi pour la terre, où $aa = bb$ fort à peu près, si la lune achevoit ses révolutions en deux jours, au lieu de 27, l'axe de rotation de la terre souffriroit des dérangemens terribles, qu'il n'y auroit presque pas moyen d'assigner.

37. Mais il y a apparence qu'un tel cas n'existe nulle part dans l'Univers, ou du moins dans notre systeme planétaire, auquel s'étendent nos recherches. J'ai déjà marqué que, si la lune étoit deux ou trois fois plus éloignée de la terre, qu'elle ne l'est effectivement, son mouvement seroit si irrégulier, qu'il nous seroit presque impossible d'en acquérir seulement une connoissance grossiere: car pour une connoissance parfaite, il s'en faut beaucoup que nous la puissions acquérir jamais. Si la lune étoit beaucoup plus proche de la terre, nous pourrions plus exactement déterminer son mouvement, mais à présent nous appercevons un autre inconvénient qui rendroit indéterminable la nutation de l'axe de la terre. De là il semble résulter que la Providence a bien voulu offrir à nos recherches de tels objets, qui ne surpassent pas absolument la portée de notre esprit, quoiqu'il nous fût impossible de les approfondir tout à fait. Peut-être que tels mouvemens qui nous seroient inaccessibles, se trouvent en d'autres systemes planétaires, où les créatures intelligentes sont douées d'un plus haut degré de pénétration.

38. Suppoſons donc que le quarré du nombre $m = \frac{\varepsilon a a}{\delta v b}$ differe aſſez conſidérablement de 4, pour que les quantités u & v demeurent toujours très petites, & que l'hypotheſe de la petiteſſe de l'arc OA $= \alpha = \sqrt{(uu + vv)}$ demeure inaltérée. Alors la ſolution que nous venons de trouver, nous découvrira aſſez exactement les phénomenes du mouvement de rotation du corps propoſé. Car ayant trouvé

$$u = \frac{n}{2m} \sin 2I + \frac{n(2 + m \cos I) \sin I}{mm - 4} \cos 2\phi + D \sin (m\phi + \xi)$$

$$v = -\frac{n(m + 2\cos I) \sin I}{mm - 4} \sin 2\phi + D \cos (m\phi + \xi)$$

nous aurons $\alpha = \sqrt{(uu + vv)}$; & tang $\omega = \frac{v}{u}$. Enſuite, à cauſe de $dl = \frac{\varepsilon v d\phi}{\delta}$, & $d\lambda = -\frac{\varepsilon u d\phi}{\delta \sin I}$:

$$l = I + \frac{\varepsilon n (m + 2 \cos I) \sin I}{2\delta (mm - 4)} \cos 2\phi + \frac{\varepsilon D}{\delta m} \sin (m\phi + \xi)$$

$$\lambda = \text{Conſt.} - \frac{\varepsilon n \cos I}{\delta m}\phi - \frac{\varepsilon n (2 + m \cos I)}{2\delta (mm - 4)} \sin 2\phi + \frac{\varepsilon D}{\delta m \sin I} \cos (m\phi + \xi)$$

& enfin $r = \text{Conſt.} - \lambda \cos I + \varepsilon t$, & $\rho = \omega - r$.

Application au mouvement de rotation de la Terre.

39. Pour appliquer ces formules à la terre, il convient de Fig. 5. prendre le point P dans le pole de l'écliptique, de ſorte que quand F marque la lune, l'arc PF $= p$ n'eſt pas un quart de cercle, & partant il faut recourir aux formules générales du §. 28. Soit donc le cercle ♈☊L♎ l'écliptique, ☊ le noeud aſcendant de l'orbite de la lune ☊FM, & que la lune ſe trouve préſentement en F à la diſtance de la terre $= s$, que je regarde comme conſtante. Que la force ar-

attractrice de la lune à la distance $= e$ soit égale à la gravité. Le point fixe ♈ ne soit pas l'équinoxe, mais plutôt la premiere étoile du bélier, duquel la longitude du noeud ascendant soit ♈☊ $= \zeta$, & l'inclinaison de l'orbite de la lune à l'écliptique ou l'angle F☊L $= \gamma$, que je regarde comme constante, pendant que l'arc ζ diminue uniformement, pour lequel mouvement je pose $d\zeta = - \epsilon dt$. Ensuite, soit la longitude de la lune comptée depuis ♈, ou l'arc ♈☊L $= q$, que je suppose aussi proportionel au tems, de sorte que $dq = \delta dt$; puisque l'inégalité du mouvement n'influe presque point sur le mouvement de l'axe de la terre.

40. Ayant donc l'arc ☊L $= q - \zeta$, & l'angle L☊F $= \gamma$, puisque γ n'excede pas $5°$, nous aurons assez près $\sin FL = \gamma \sin(q - \zeta)$, & $\cos FL = 1$, négligeant les termes où γ auroit plus d'une dimension, de sorte que $\sin p = 1$, & $\cos p = \gamma \sin(q - \zeta)$. Soit à présent l'axe de la terre en A, par rapport auquel le moment d'inertie de la terre soit $= Maa$, & par rapport aux autres axes principaux $= Mbb$. Posons l'arc PA $= l$, & l'angle ♈PA $= \lambda$: soit de plus AB le premier méridien tiré sur la terre, & l'angle PAB $= r$: & que la terre tourne présentement autour du pole O dans le sens ♈L♎ suivant l'ordre des signes, avec la vitesse angulaire $= \varepsilon$: & soit l'arc AO $= \alpha$, que je suppose extrèmement petit, & l'angle BAO $= \varrho$. Or j'ai posé $r + \varrho = \omega$, & outre cela $\alpha \cos \omega = u$, & $\alpha \sin \omega = v$.

41. Soutrayons la longitude du pole terrestre A de la longitude de la lune, & soit l'angle APF $= q - \lambda = \Phi$, qui cidessus étoit $- \Phi$, & nous aurons:

$$dl = -\varepsilon v dt; \; d\lambda = \frac{\varepsilon u dt}{\sin l}; \; d\Phi = \delta dt - \frac{\varepsilon u dt}{\sin l}, \; \& \; dr = \varepsilon dt - \frac{\varepsilon u dt \cos l}{\sin l}.$$

Main-

Maintenant tout revient à la résolution de ces deux équations:

$$\varepsilon du+\frac{\varepsilon\varepsilon aa}{bb}vdt-\frac{6gee}{s^3}\left(1-\frac{aa}{bb}\right)dt\sin\Phi(\sin l\cos\Phi+\gamma\cos l\sin(q-\zeta))=0,$$

$$\varepsilon dv-\frac{\varepsilon\varepsilon aa}{bb}udt+\frac{6gee}{s^3}\left(1-\frac{aa}{bb}\right)dt(\sin l\cos\Phi+\gamma\cos l\sin(q-\zeta))(\cos l\cos\Phi-\gamma\sin l\sin(q-\zeta))=0.$$

Posons pour abréger $\frac{\varepsilon aa}{bb}=\mu$, & $\frac{3gee}{\varepsilon s^3}\left(\frac{aa}{bb}-1\right)=\nu$, & nous aurons:

$$du+\mu vdt+2\nu dt\sin\Phi(\sin l\cos\Phi+\gamma\cos l\sin(q-\zeta))=0$$

$$dv-\mu udt-2\nu dt(\sin l\cos\Phi+\gamma\cos l\sin(q-\zeta))(\cos l\cos\Phi-\gamma\sin l\sin(q-\zeta))=0$$

ou en réduisant:

$$du+\mu vdt+\nu dt(\sin l\sin 2\Phi+\gamma\cos l\cos(\zeta-\lambda)-\gamma\cos l\cos(2q-\zeta-\lambda))=0$$

$$dv-\mu udt-\nu dt(\sin l\cos l+\sin l\cos l\cos 2\Phi-\gamma\cos 2l\sin(\zeta\lambda)+\gamma\cos 2l\sin(2q-\zeta-\lambda)-\gamma\gamma\sin l\cos l)=0$$

42. Maintenant, sans répéter l'intégration générale, puisque nous en connoissons la forme, posons

$$u=A+B\cos 2\Phi+C\sin(\zeta-\lambda)+D\sin(2q-\zeta-\lambda)+\mathfrak{C}\sin(\mu t+\xi)$$

$$v=E\sin 2\Phi+F\cos(\zeta-\lambda)+G\cos(2q-\zeta-\lambda)-\mathfrak{C}\cos(\mu+\xi)$$

& puisque $d\Phi=\delta dt$, $d\zeta=\beta dt$, $dq=\delta dt$, & $d\lambda=o dt$, parce que nous négligeons les termes où les petites quantités entreroient de nouveau; nous aurons

$$\frac{du}{dt}=-2B\delta\sin 2\Phi-C\beta\cos(\zeta-\lambda)+D(2\delta+\beta)\cos(2q-\zeta-\lambda)+\mathfrak{C}\mu\cos(\mu t+\xi)$$

$$\frac{dv}{dt}=2E\delta\cos 2\Phi+F\beta\sin(\zeta-\lambda)-G(2\delta+\beta)\sin(2q-\zeta-\lambda)+\mathfrak{C}\mu\sin(\mu t+\xi)$$

Or dans les équations différentielles il est permis de regarder l'arc PA $=l$ comme constant, & de mettre à la place de l sa valeur moyenne qui soit $=$ l comme ci-dessus. Il ne reste donc qu'à substituer ces valeurs supposées.

43.

43. Or la premiere équation par dt divisée donne

$$\left.\begin{array}{lllll}
-2B\delta\sin 2\phi & -C\beta\cos(\zeta-\lambda) & +D(2\delta+\beta)\cos(2q-\zeta-\lambda) & +\mathfrak{E}\mu\cos(\mu t+\xi) \\
+E\mu & +F\mu & +G\mu & -\mathfrak{E}\mu \\
+\nu\sin l & +\nu\gamma\cos l & -\nu\gamma\cos l &
\end{array}\right\}=0$$

& l'autre donne:

$$\left.\begin{array}{lllll}
 & +2E\delta\cos 2\phi & +F\beta\sin(\zeta-\lambda) & -G(2\delta+\beta)\sin(2q-\zeta-\lambda) & +\mathfrak{E}\mu\sin(\mu t+\xi) \\
-\mu A & -B\mu & -C\mu & -D\mu & -\mathfrak{E}\mu \\
-\nu\sin l\cos l & -\nu\sin l\cos l & +\nu\gamma\cos 2l & -\nu\gamma\cos 2l & \\
+\nu\gamma\gamma\sin l\cos l & & & &
\end{array}\right\}=0$$

Egalant à zéro tous ces membres séparément, nous en tirons d'abord:

$$A=-\frac{\nu}{\mu}(1-\gamma\gamma)\sin l\cos l=-\frac{\nu}{2\mu}(1-\gamma\gamma)\sin 2l.$$

& ensuite:

$$-2B\delta+E\mu+\nu\sin l=0;\quad -B\mu+2E\delta-\nu\sin l\cos l=0,$$

$$-C\beta+F\mu+\nu\gamma\cos l=0;\quad -C\mu+F\beta+\nu\gamma\cos 2l=0,$$

$$D(2\delta+\beta)+G\mu-\nu\gamma\cos l=0;\quad -D\mu-G(2\delta+\beta)-\nu\gamma\cos 2l=0,$$

44. Les coëfficiens B, C, D, E, F, G, auront donc les valeurs suivantes:

$$B=-\frac{\nu\sin l(2\delta+\mu\cos l)}{\mu\mu-4\delta\delta};\quad E=-\frac{\nu\sin l(2\delta\cos l+\mu)}{\mu\mu-4\delta\delta}.$$

$$C=-\frac{\nu\gamma(\beta\cos l-\mu\cos 2l)}{\mu\mu-\beta\beta};\quad F=+\frac{\nu\gamma(\beta\cos 2l-\mu\cos l)}{\mu\mu-\beta\beta}$$

$$D=-\frac{\nu\gamma((2\delta+\beta)\cos l+\mu\cos 2l)}{\mu\mu-(2\delta+\beta)^2};\quad G=+\frac{\nu\gamma((2\delta+\beta)\cos 2l+\mu\cos l)}{\mu\mu-(2\delta+\beta)^2}.$$

& comme nous avons trouvé $A=-\frac{\nu}{\mu}(1-\gamma\gamma)\sin l\cos l$,

où

où au lieu de γ on peut mettre $\sin\gamma$, & $\cos\gamma^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\gamma$, au lieu de $1 - \gamma\gamma$: or γ marque l'inclinaison moyenne de l'orbite de la lune à l'écliptique. Pour les deux autres constantes $\mathfrak{C}$ & ξ, elles demeurent arbitraires comme la nature des intégrales complettes l'exige. Ces parties auroient lieu, quand même la force de la lune renfermée dans la lettre ν évanouiroit.

45. Ayant trouvé ces coëfficiens, il ne sera plus difficile d'assigner les autres quantités qui déterminent le mouvement. Or d'abord le différentiel $dl = -\epsilon v dt$ donne

$$l = \mathfrak{l} + \frac{E\epsilon}{2\delta}\cos 2\phi + \frac{F\epsilon}{\mathfrak{E}}\sin(\zeta - \lambda) - \frac{G\epsilon}{2\delta + \mathfrak{E}}\sin(2q - \zeta - \lambda) + \frac{\mathfrak{C}\epsilon}{\mu}\sin(\mu t + \xi),$$

d'où l'on connoit pour chaque tems la distance du pole de la terre A au pole de l'écliptique P. Ensuite, pour la longitude du pole terrestre A, ou l'angle ♈PA $= \lambda$, on aura

$$\lambda = \text{Const.} + \frac{A\epsilon t}{\sin\mathfrak{l}} + \frac{B\epsilon}{2\delta\sin\mathfrak{l}}\sin 2\phi + \frac{D\epsilon}{\mathfrak{E}\sin\mathfrak{l}}\cos(\zeta - \lambda) - \frac{D\epsilon}{(2\delta + \mathfrak{E})\sin\mathfrak{l}}\cos(2q - \zeta - \lambda) - \frac{\mathfrak{C}\epsilon}{\mu\sin\mathfrak{l}}\cos(\mu t + \xi).$$

Ensuite, pour l'angle PAB $= r$, ou le mouvement du premier méridien, on aura $r = \epsilon t - \lambda\cos\mathfrak{l}$. Enfin, pour le pole de rotation O, on aura la distance AO $= \alpha = \sqrt{(uu + vv)}$, & posant la somme des angles OAB + BAO $= r + \varrho = \omega$, puisque $\tang\omega = \frac{v}{u}$, on aura l'angle BAO $= \varrho = \omega - r$. Par ce moyen on acquiert une parfaite connoissance du mouvement diurne de la terre.

46.

46. Quoique ces formules regardent proprement l'effet de la lune, il eſt aiſé de les appliquer à celui du ſoleil, en poſant $\gamma = 0$, & alors δ marquera le mouvement moyen du ſoleil, ou l'arc décrit dans une ſeconde. Pour ne pas confondre ces deux effets enſemble, ſoit la longitude du ſoleil depuis la premiere étoile du bélier $= Q$, & ſon mouvement moyen, ou l'angle parcouru dans ſon orbite pendant une ſeconde $= \Delta$. Puisque λ marque l'angle ΥPA, cette même lettre λ exprime la longitude du ſolſtice d'été depuis le même terme Υ: donc $\lambda - 90^\circ$ ſignifie la longitude de l'équinoxe du printems, & $Q - \lambda$ la longitude du ſoleil depuis le ſolſtice d'été qui ſoit $= \Phi$. Par conſéquent, ſi nous poſons la longitude du ſoleil depuis l'équinoxe du printems $= \Psi$, nous aurons $\Psi = \Phi + 90^\circ$, & partant $\Phi = \Psi - 90^\circ$, & $2\Phi = 2\Psi - 180^\circ$.

47. Maintenant, ſi la force du ſoleil à la diſtance $= e$, eſt égale à gravité, à la diſtance de la terre qui eſt ſuppoſée $= s$, elle ſera $= \frac{ee}{ss}$ poſant la gravité $= 1$. Or la viteſſe de la terre dans ſon orbite étant $= \Delta s$, la hauteur d'où un corps tombant acquiert la même viteſſe, ſera $= \frac{\Delta\Delta ss}{4g}$, laquelle étant diviſée par la moitié de la diſtance $\frac{s}{2}$, donne la force centrifuque $= \frac{\Delta\Delta s}{2g}$ qui doit être égale à la force centrale $\frac{ee}{ss}$, d'où nous tirons $\frac{2gee}{s^3} = \Delta\Delta$. Soit N la valeur de la lettre ν pour le ſoleil, & nous aurons

$$N = \frac{3\Delta\Delta}{2\varepsilon}\left(\frac{aa}{bb} - 1\right),$$

où ε marque la viteſſe angulaire du mouvement diurne de la terre; & $\mu = \frac{\varepsilon aa}{bb}$. De là nous aurons:

A =

$$A = -\frac{3\Delta\Delta}{2ee\,aa}(aa-bb)\sin I \cos I; \quad \text{ou}\ A = \frac{-N}{\mu}\sin I \cos I,$$

$$B = \frac{-N(2\Delta + \mu \cos I)\sin I}{\mu\mu - 4\Delta\Delta}; \qquad E = \frac{-N(2\Delta\cos I + \mu)\sin I}{\mu\mu - 4\Delta\Delta},$$

& enſuite $C = 0$, $F = 0$, $D = 0$, $G = 0$.

48. Donc, pour la diſtance du pole de la terre A au pole de l'écliptique P, nous aurons:

$$PA = l = I + \frac{Ne(2\Delta\cos I + \mu)\sin I}{2\Delta(\mu\mu - 4\Delta\Delta}\cos 2\Psi + \frac{\mathfrak{C}e}{\mu}\sin(\mu t + \xi)$$

& pour ſa longitude, ou l'angle ♈ A A $= \lambda$:

$$\lambda = \text{Conſt.} - \frac{Net\cos I}{\mu} + \frac{Ne(2\Delta + \mu\cos I)}{2\Delta(\mu\mu - 4\Delta\Delta}\sin 2\Psi - \frac{\mathfrak{C}e}{\mu\sin I}\cos(\mu t + \xi)$$

Le mouvement de rotation du premier méridien AB autour du pole A peut être regardé comme conſtant, ſa viteſſe angulaire étant $= c$. Or pour le vrai pole de rotation O, on ne le ſauroit aſſigner, ſans avoir déterminé l'effet de toutes les forces qui agiſſent ſur la terre. Car il faut chercher les valeurs complettes des deux lettres u & v, qui réſultent de toutes les forces, & alors on aura $AO = \sqrt{(uu + vv)}$, $\tang \omega = \frac{v}{u}$, & de là l'angle $BAO = \omega - r = \omega - PAB$. Mais dans la terre les points A & O ſont indiſcernables.

49. Pour la lune, la diſtance e, où ſa force attractrice ſeroit égale à la gravité, nous eſt inconnue, & partant auſſi la valeur de la lettre ν. Mais on peut conclure le rapport des lettres ν & N des effets que la lune & ſoleil produiſent dans les marées, qui leur ſont proportionels. Cependant cette concluſion ne ſauroit être portée au plus haut degré de préciſion. Newton croyoit, que la valeur de ν rapportée à la lune étoit environ quatre fois plus grande que celle de N qui ſe rapporte au ſoleil. Or M. Daniel Bernoulli a prouvé que ce

ce rapport n'excede pas beaucoup la raiſon double. Poſons donc $\nu = m\mathrm{N}$, de ſorte que m ſoit un nombre plus grand que 2. Soit enſuite la longitude de la lune depuis l'équinoxe du printems $= \psi$ de ſorte que $\phi = \psi - 90°$, & $2\phi = 2\psi - 180°$; & que δ ſoit l'angle décrit par la lune dans une ſeconde, & β l'angle dont les noeuds de la lune reculent en même tems. Poſons la longitude du noeud aſcendant depuis l'équinoxe du printems $= \theta$, & on aura $\theta = \zeta - \lambda + 90$, & $\zeta - \lambda = \theta - 90°$. Donc, puisque $q = \phi + \lambda = \psi + \lambda - 90°$, & $\zeta = \theta + \lambda - 90°$, nous aurons $2q - \zeta - \lambda = 2\psi - \theta - 90°$.

50. Introduiſons ces angles que l'Aſtronomie découvre pour chaque tems, & nous aurons la diſtance du pole de la terre A au pole de l'écliptique P:

$$\mathrm{PA} = l = \mathrm{I} + \frac{m\mathrm{N}\varepsilon(\mu - \delta\cos\mathrm{I})\sin\mathrm{I}}{2\delta(\mu\mu - \delta\delta)}\cos 2\psi + \frac{m\mathrm{N}\varepsilon(\mu\cos\mathrm{I} - \beta\cos 2\mathrm{I})\sin\gamma}{\beta(\mu\mu - \beta\beta}\cos\theta$$

$$+ \frac{m\mathrm{N}\varepsilon(\mu\cos\mathrm{I} + (2\delta + \beta)\cos 2\mathrm{I})\sin\gamma}{(2\delta + \beta)(\mu\mu - (2\delta + \beta)^2)}\cos(2\psi - \theta) + \frac{\mathfrak{C}\varepsilon}{\mu}\sin(\mu t + \xi),$$

& ſa longitude comptée depuis la premiere étoile du bélier

$$♈\mathrm{PA} = \lambda = \mathrm{Conſt.} - \frac{m\mathrm{N}\varepsilon t\cos\gamma^2\cos\mathrm{I}}{\mu} + \frac{m\mathrm{N}\varepsilon(2\delta + \mu\cos\mathrm{I}}{2\delta(\mu\mu - 4\delta\delta)}\sin 2\psi - \frac{\mathfrak{C}\varepsilon}{\mu\sin\mathrm{I}}\cos(\mu t + \xi)$$

$$- \frac{m\mathrm{N}\varepsilon(\beta\cos\mathrm{I} - \mu\cos 2\mathrm{I})\sin\gamma}{\beta(\mu\mu - \beta\beta)\sin\mathrm{I}}\sin\theta + \frac{m\mathrm{N}\varepsilon(\mu\cos 2\mathrm{I} + (2\delta + \beta)\cos\mathrm{I})\sin\gamma}{(2\delta + \beta)(\mu\mu - (2\delta + \beta)^2)\sin\mathrm{I}}\sin(2\psi - \theta).$$

Maintenant on n'a qu'à combiner enſemble ces anomalies avec celles que produit la force du ſoleil, pour avoir les dérangemens entiers que ſouffre le pole de la terre A, tant par rapport à ſa diſtance du pole de l'écliptique, qu'à ſa longitude comptée depuis la premiere étoile du bélier.

51. Avant que de déveloper les effets des forces du Soleil & de la Lune, je remarque que, quand même ces forces évanouiroient, il seroit possible, que l'axe de la terre A ne fût pas immobile. Car, posant $N = 0$, on aura encore $PA = l = I + \frac{\mathfrak{C}\varepsilon}{\mu} \sin(\mu t + \xi)$, & $\Upsilon PA = \lambda = \text{Const.} - \frac{\mathfrak{C}\varepsilon}{\mu \sin I} \cos(\mu t + \xi)$, où la constante $\mathfrak{C}$ ne dépend pas des forces du Soleil & de la Lune, de sorte que si ellle n'étoit pas $= 0$, l'axe de la terre souffriroit quelque nutation, pendent que la terre tourneroit uniformement autour

Fig. 6. de lui. Car, prenant l'arc $P\alpha = I$, le pole de la terre A décriroit uniformement un cercle 1, 2, 3, 4, autour du point fixe α, en même sens que le mouvement diurne, & le rayon de ce cercle αA seroit $\frac{\mathfrak{C}\varepsilon}{\mu}$, ou d'une grandeur arbitraire, la vitesse angulaire étant $= \mu = \frac{aa}{bb}\varepsilon$. Ce cas auroit lieu, si la terre avoit commencé à tourner autour d'un axe différent de ses axes principaux. Puisqu'on ne sauroit assurer, que la constante $\mathfrak{C}$ soit absolument $= 0$, il est important d'expliquer les phénomenes de cette nutation de l'axe.

52. La terre tourneroit donc uniformement autour de son axe principal A, avec la vitesse angulaire $= \varepsilon$, pendant que l'axe lui-même A décriroit autour d'un point fixe α un cercle avec la vitesse angulaire $= \frac{aa}{bb}\varepsilon$. Soit T le tems d'une révolution de la terre autour de l'axe, & le tems d'une révolution de l'axe autour du point fixe α sera $= \frac{bb}{aa}T$. S'il étoit $bb = aa$, ces deux tems seroient égaux, & le point de la terre qui auroit répondu une fois au point fixe α, lui répondroit toujours; & partant on prendroit ce point α plutôt que A pour le pole de la terre; & en effet dans ce cas tous les

mo-

momens d'inertie de la terre feroient égaux entr'eux. Mais, si les momens d'inertie Maa & Mbb ne sont pas égaux, il n'y a aucun point sur la terre qui demeure en repos, & le mouvement du pole A sera le moins compliqué, de sorte que dans ce cas on n'ait aucune raison de regarder plutôt quelqu'autre point de la terre comme son pole.

53. Posons le rayon du petit cercle 1, 2, 3, 4, que décrit l'axe de la terre A autour du point fixe α, ou l'arc $\alpha A = \sigma$, & puisque la distance du pole A au pole de l'écliptique P est égale à l'obliquité de l'écliptique, & que la longitude du pole A répond au solstice d'été, il s'ensuit que, dans l'intervalle de tems $\frac{bb}{aa}T$, l'obliquité de l'écliptique varie de la quantité 2σ, & les points équinoctiaux souffrent un changement dans leur longitude, qui sera $= \frac{2\sigma}{\sin I} = 5\sigma$. Or, pendant chaque intervalle de tems $= \frac{bb}{aa}T$, les mêmes inégalités reviennent. Puisque la terre est un sphéroïde elliptique, dont le diametre de l'équateur est à l'axe comme 201 à 200 à peu près, si la terre étoit homogene, il y auroit $\frac{bb}{aa} = 1 - \frac{1}{101}$, & le période de ces inégalités feroit $= \frac{100}{101} \cdot 24$ heures, ou de $23^h, 53'$. Dans cet intervalle de tems, les variations dans l'obliquité de l'écliptique & la longitude des points équinoctiaux, seront d'autant plus grandes, plus sera grand le rayon du cercle σ. A moins que ce rayon n'évanouisse entierement, il est certain qu'il est extrèmement petit; & ce feroit un grand probleme pour les Astronomes, que de decouvrir ces inégalités.

54. On m'objectera peut-être, que dans ce cas on ne prendroit pas l'extremité de l'axe A pour le pole de la terre, mais plutôt le point α, qui feroit effectivement le pole de rotation, si aa étoit

égal à bb. Mais la moindre inégalité entre aa & bb renverſe tout à fait cette idée; car, quoique le point α ne change pas ſenſiblement de place pendant quelques révolutions, il décrira une eſpece de ſpirale, dont les tours deviennent de plus en plus larges, & ſi $\frac{bb}{aa} = 1 - \frac{1}{201}$, après 50 révolutions ou jours, le point α ſe trouvera dans le cercle même 1, 2, 3, 4, & après 100 jours il décrira un cercle dont le diametre eſt deux fois plus grand. Enſuite, ſes tours ſe rétréciront, de ſorte qu'après 200 jours il retourne au centre du cercle 1, 2, 3, 4; d'où l'on voit que ce point ne ſeroit nullement propre pour y rapporter le mouvement diurne, mais qu'il faudroit ſe tenir abſolument au vrai axe de la terre A, qui décrit le cercle 1, 2, 3, 4.

55. Pour les inégalités cauſées par les forces du ſoleil & de la lune, elles ſont indépendantes de celle-ci, qui réſulteroit de la nature de la terre même, pourvu qu'elle ne fut pas conſidérable, comme le calcul expoſé le ſuppoſe. Nous pourrons donc regarder le cercle 1, 2, 3, 4, comme tout à fait évanouiſſant, & cela d'autant plus qu'il n'y a aucune obſervation, d'où nous pourrions conclure le contraire. Examinons donc plus ſoigneuſement les inégalités qui ſont produites par les forces du ſoleil & de la lune, & qui ſont contenues dans les variations de l'arc $PA = l$, & de l'angle $\Upsilon PA = \lambda$. Or l'arc l exprime l'obliquité, & λ la longitude du point ſolſtitial d'été, comptée depuis la premiere étoile du bélier. Donc $\lambda - 90°$ ſera la longitude du point équinoctial du printems, & partant réciproquement $90° - \lambda$ la longitude de la premiere étoile d'*aries* depuis le point équinoctial du printems. Il s'agit donc de déterminer pour chaque tems propoſé tant la longitude de la premiere étoile d'aries depuis le point équinoctial que l'obliquité de l'écliptique.

56. Or les formules que nous venons de trouver, renferment deux élémens, dont nous ne connoiſſons point la juſte valeur. L'un eſt le nombre m, qui marque combien la force de la lune eſt plus grande

grande que celle du soleil dans la production des marées, & nous savons par les judicieuses réflexions de Mr. Bernoulli que ce nombre m est environ $2\frac{1}{2}$. L'autre élément est la fraction $\frac{aa}{bb}$, dont nous ne connoissons pas absolument la valeur, car la connoissance de la figure extérieure de la terre n'y détermine rien, à moins que la terre ne soit composée d'une matiere homogene, auquel cas nous aurions à peu près $\frac{aa}{bb} = \frac{231}{230}$. Mais, puisqu'il est très probable que la matiere de la terre n'est rien moins qu'homogene, & que sa distribution nous est tout à fait inconnue, je poserai $\frac{aa}{bb} = n$, de sorte que $\mu = \varepsilon n$, & je regarderai le nombre n comme inconnu, quoiqu'on puisse assurer qu'il ne differe pas sensiblement de l'unité. De là nous aurons $N = \frac{3(n - 1)\Delta\Delta}{2\varepsilon}$, & il faudra conclure par les phénomenes les justes valeurs des deux nombres m & n.

57. Pour les vitesses angulaires ε, Δ, δ, & β, il suffit d'en connoitre les rapports, qui entrent seulement dans nos formules. Prenons donc leurs valeurs pour un jour, où la terre fait une révolution entiere autour de son axe, de sorte que $\varepsilon = 360° = 1296000''$. Ensuite les tables Astronomiques nous donnent selon les moyens mouvemens:

le mouvement journalier du soleil $\Delta =$	$59'$,	$8'' =$	$3548''$
- - - - - - - de la Lune $\delta =$	$13°$, $10'$,	$35'' =$	$47435''$
- - - - du noeud en arriere $\beta =$	$3'$,	$11'' =$	$191''$

& partant nous aurons:

$\varepsilon = 1296000; \quad \mu = 1296000\, n$

$\Delta = 3548; \quad \delta = 47435$

$\beta = 191; \quad 2\delta + \beta = 95061$

ou bien ces fractions proportionelles

$\varepsilon = 1,0000000; \quad \varepsilon\varepsilon = 1,0000000$

$\Delta = 0,0027376; \quad \Delta\Delta = 0,0000075$

$\delta = 0,0366011; \quad \delta\delta = 0,0013396$

$\beta = 0,0001474; \quad \beta\beta = 0,0000000$

$2\delta + \beta = 0,0733495; \quad (2\delta + \beta) = 0,0053801$

L'arc PA $= I$ marquant l'obliquité moyenne de l'écliptique sera $I = 23°, 28', 30''$, & l'inclinaison moyenne de l'orbite de la lune peut être posée $\gamma = 5°, 9'$.

De la Variation dans l'obliquité de l'écliptique.

58. Posant l'obliquité moyenne de l'écliptique $= I$, qui est pour le commencent de ce siécle $= 23°, 28', 43''$, & pour la fin $= 23°, 27', 55''$, la premiere correction dépend de la longitude du soleil, qui étant posée $= \Psi$, la correction sera

$$+ \frac{3(n - 1)\Delta(\varepsilon n + 2\Delta \cos I) \sin I}{4(\varepsilon\varepsilon nn - 4\Delta\Delta)} \cos 2\Psi,$$

laquelle en substituant les valeurs marquées se réduit à

$$+ \frac{0,0020532(n - 1)(n + 0,0054752 \cos I) \sin I}{nn - 0,0000300} \cos 2\Psi.$$

Si le coëfficient étoit $= 1$, il vaudroit $57°, 17', 45'' = 206265''$; donc, réduisant ce coëfficient en minutes secondes, cette connexion sera exprimée ainsi en secondes.

$$+ 423,503. \frac{(n - 1)(n + 0,0054752 \cos I \sin I}{nn - 0,0000300} \cos 2\Psi,$$

ou posant pour I sa valeur:

$$+ 168,70. \frac{(n - 1)(n + 0,00502)}{nn - 0,00003} \cos 2\Psi \text{ secondes.}$$

59.

59. La feconde correction dépend de la longitude de la Lune, laquelle étant pofée $= \psi$, cette correction fera

$$+ \frac{3m(n-1)\Delta\Delta(\varepsilon n + 2\delta \operatorname{cof} I)\operatorname{fin} I}{4\delta(\varepsilon\varepsilon nn - 4\delta\delta)} \operatorname{cof} 2\psi$$

qui fe réduit à

$$+ \frac{0{,}0001538(n-1)m(n+0{,}0732022 \operatorname{cof} I)\operatorname{fin} I}{nn - 0{,}0253584} \operatorname{cof} 2\psi,$$

Cette formule étant réduite à des minutes fecondes, & la valeur de l'arc I fubftituée donne

$$+ 12{,}618 . \frac{m(n-1)(n+0{,}06710)}{nn - 0{,}00536} \operatorname{cof} 2\psi \text{ fecondes,}$$

d'où l'on voit que cette correction eft beaucoup plus petite que la précédente, puisque nous favons que le nombre m eft certainement moindre que 4. D'ailleurs, il eft auffi certain que le nombre n differe très peu de l'unité, de forte que $n-1$ eft une fraction extrêmement petite.

60. La troifieme correction dépend de la longitude du noeud afcendant, laquelle étant pofée $= \theta$, cette correction fera

$$+ \frac{3m(n-1)\Delta\Delta(\varepsilon n \operatorname{cof} I - \beta \operatorname{cof} 2I)\operatorname{fin}\gamma}{2\beta(\varepsilon\varepsilon nn - \beta\beta)} \operatorname{cof}\theta$$

qui étant réduite en nombres, & enfuite en minutes fecondes, devient

$$+ 1295{,}45 . \frac{m(n-1)(n-0{,}00011)}{nn} \operatorname{cof}\theta \text{ minutes fecondes.}$$

Enfin, la quatrieme correction eft proportionnelle au cofinus de l'angle $2\psi - \theta$, & exprimée en forte:

$$+ \frac{3m(n-1)\Delta\Delta(\varepsilon n \operatorname{cof} I + 2\delta + \beta)\operatorname{cof} 2I)\operatorname{fin}\gamma}{2(2\delta+\beta)(\varepsilon\varepsilon nn - (2\delta+\beta)^2)} \operatorname{cof}(2\psi - \theta,$$

qui

qui étant réduite en nombres, & ensuite en minutes secondes, devient

$$+\frac{2{,}603.m(n-1)(n+0{,}05459)}{nn+0{,}00538}\operatorname{cos}(2\psi-\theta)\text{ min. secondes,}$$

de sorte que cette correction évanouit presque par rapport à la précédente.

61. Toutes ces corrections deviennent les plus grandes positivement, si $2\Psi=0$, & $2\psi=\theta=180°$, & alors elles vaudront ensemble en négligeant les petites fractions jointes aux nombres n & nn,

$$\frac{n-1}{n}(161,70+1310,671m)\text{ secondes.}$$

Or, si les mêmes angles 2Ψ; 2ψ, & θ dont de $180°$, il en résultera la plus grande correction négative, qui sera

$$\frac{n-1}{n}(168,70+1305,465m)\text{ secondes}$$

Donc, le plus grand changement dans l'obliquité de l'écliptique pourra monter à

$$\frac{n-1}{n}(337,40+2616,136m)\text{ secondes.}$$

Or, par les observations de Mr. Bradley, on sait que ce changement est d'environ $18''$, ou peut-être un peu plus grand, puisque toutes les circonstances de ses observations n'ont pas concouru à montrer le plus grand changement.

De la précession des Equinoxes.

62. Ici il faut considérer dabord le mouvement moyen des points équinoctiaux, contenu dans le termes proportionnels au tems t, qui sont:

$$-\frac{3(n-1)\Delta\Delta}{2\epsilon n}(1+m\operatorname{cos}\gamma^2)\,t\operatorname{cos}I,$$

d'où

d'où nous voyons que la longitude des points équinoctiaux comptée depuis la premiere étoile du bélier va en diminuant, supposé que $n > 1$: ou bien la longitude de cette étoile comptée depuis l'équinoxe croit avec le tems. Cherchons donc cet accroissement pour le tems d'une année, & alors Δt vaudra 360°, & partant la précession annuelle des équinoxes sera

$$= \frac{3(n - 1)\Delta}{2 \varepsilon n} (1 + m \operatorname{cos}(\gamma^2) \operatorname{cos} l. \; 360°,$$

qui se réduit à $0{,}0037666 (1 + 0{,}991943 m) \frac{(n - 1)}{n} . \; 360°$,

ou bien à $\frac{n - 1}{n} (1 + 0{,}991943 m) . \; 4881\frac{1}{2}$ secondes. Or on sait par les observations, & les remarques que j'ai faites sur l'action des planetes, que cette précession est de $50\frac{1}{3}$ secondes.

63. Maintenant, si nous supposons la plus grande variation dans l'obliquité de l'écliptique de 18″, & que cette différence ait été observée à la même saison de l'année, de sorte que l'angle Ψ, ou la longitude du soleil, n'y ait pas influé, nous aurons ces deux équations pour en déterminer les deux nombres inconnus m & n,

$$22616 m . \frac{n - 1}{n} = 18, \quad \&$$

$$4881\tfrac{1}{2} (1 + 0{,}991943 m) \frac{n - 1}{n} = 50\tfrac{1}{3},$$

donc $\frac{4881\frac{1}{2} (1 + 0{,}991943 m)}{2616 m} = 1\frac{51}{54}$, d'où nous tirons $4881\frac{1}{2} = 2472{,}9 m$, & $m = 1{,}974$. Si au lieu de 18″ nous avions pris tant soit peu plus, nous aurions trouvé $m = 2$, & dans ce cas il en résulteroit: $\frac{n - 1}{n} = \frac{1}{289}$, & $n = \frac{289}{288}$. Or il semble qu'on ne sauroit mettre $m < 2$, puisque Newton a

trouvé $m = 4$, & M. Bernoulli, après avoir mieux examiné les mêmes obſervations, a conclu $m = 2\frac{1}{2}$.

64. Mais, puisque nous ne ſommes pas ſi bien aſſurés du nombre de $18''$, qui marque la plus grande variation dans l'obliquité, que nous le ſommes de la préceſſion moyenne, conſidérons le nombre m comme donné, & nous aurons d'abord

$$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{96,98 + 96,20m},$$

d'où le plus grand changement dans l'obliquité de l'écliptique au lieu de $18''$ ſera $= \frac{2616\,m}{96,98 + 96,20m}$ qui ſoit $= \alpha$, pour la même ſaiſon de l'année; donc les hypotheſes ſuivantes donneront

ſi	on aura		
$m = 2$;	$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{289,38}$;	$n = \frac{289}{288}$;	$\alpha = 18\frac{7}{10}$ ſecondes,
$m = 2\frac{1}{4}$;	$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{313,43}$;	$n = \frac{313}{312}$;	$\alpha = 18\frac{8}{10}$ ſecondes,
$m = 2\frac{1}{2}$;	$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{337,48}$;	$n = \frac{337}{336}$;	$\alpha = 19\frac{4}{10}$ ſecondes,
$m = 2\frac{3}{4}$;	$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{361,53}$;	$n = \frac{362}{361}$;	$\alpha = 19\frac{9}{10}$ ſecondes,
$m = 3$;	$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{385,58}$;	$n = \frac{386}{385}$;	$\alpha = 20\frac{3}{10}$ ſecondes,
$m = 3\frac{1}{4}$;	$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{409,63}$;	$n = \frac{410}{409}$;	$\alpha = 20\frac{7}{10}$ ſecondes,
$m = 3\frac{1}{2}$;	$\frac{n-1}{n} = \frac{1}{433,68}$;	$n = \frac{434}{433}$;	$\alpha = 21\frac{1}{10}$ ſecondes,

Quand

Quand même il y auroit $m = \infty$, auquel cas il seroit $n = 1$, le plus grand changement d'obliquité de l'écliptique ne surpasseroit point $27\frac{2}{10}$ secondes.

Des inégalités dans la Précession des Equinoxes.

65. Puisque λ marque la longitude du solstice d'été depuis la premiere étoile du bélier, $\lambda - 90°$ marquera celle de l'équinoxe du printems, & partant $90° - \lambda$ la longitude de la premiere étoile du bélier comptée depuis l'équinoxe du printems. Donc, ayant trouvé par le mouvement moyen la longitude moyenne de la premiere étoile du bélier, que les tables astronomiques montrent sous le titre de la précession des équinoxes, en comptant $50\frac{1}{3}''$ par an, les autres termes qui entrent dans l'expression de λ étant pris négativement, donneront les inégalités périodiques qu'il faut ou ajouter ou soutraire de la longitude moyenne. De cette maniere on trouvera la longitude vraye de la premiere étoile du bélier depuis le point équinoctial pour chaque tems proposé. Mais, si l'on veut remonter à plusieurs siecles, il faut tenir compte de l'action des planetes de Jupiter & de Vénus, d'où tant l'obliquité moyenne que la précession moyenne des équinoxes est changée, comme j'ai fait voir dans le X Volume de nos Mémoires, auquel je me rapporte ici.

66. La premiere correction dépend donc de la longitude du soleil Ψ, & est proportionelle au sinus de cette longitude doublée. Cette correction est renfermée dans cette formule

$$-\frac{3(n-1)\Delta(\epsilon n \cos I + 2\Delta)}{4(\epsilon\epsilon nn - 4\Delta\Delta)} \sin 2\Psi;$$

laquelle en substituant pour ϵ, Δ, & I, leurs valeurs se changent en celle-ci,

$$-0{,}0018833 \cdot (n-1) \frac{(n + 0{,}0059693)}{nn - 0{,}0000300} \sin 2\Psi,$$

 la-

laquelle étant réduite en minutes secondes donne

$$-396,60\,(n-1).\,\frac{n+0,00597}{nn-0,00003}\ \text{sin}\ 2\Psi\ \text{secondes.}$$

Puisque $n = \frac{280}{288}$, cette correction ne sauroit jamais surpasser $1\frac{1}{3}$ seconde, de sorte quelle est à peine sensible. Cependant, si l'on veut calculer exactement, il ne faut pas négliger cette petite correction.

67. La seconde correction dépend de la longitude de la lune ψ, & est proportionelle au sin 2ψ.

$$-\frac{3\,(n-1)\,m\Delta\Delta\,(n\varepsilon\,\text{cos}\,l+2\delta)}{4\delta\,(nn\varepsilon\varepsilon-4\delta\delta)}\ \text{sin}\ 2\psi,$$

laquelle par la substitution sera exprimée ainsi en minutes secondes.

$$-29,06.\ m\,(n-1).\,\frac{n+0,079807}{nn-0,0053584}\ \text{sin}\ 2\psi\ \text{secondes.}$$

La troisieme équation dépend de la longitude du noeud ascendant θ, & est proportionelle à son sinus,

$$-\frac{3\,(n-1)\,m\Delta\Delta\,(n\varepsilon\,\text{cos}\,2l-\beta\,\text{cos}\,l)\,\text{sin}\,\gamma}{2\beta\,(nn\varepsilon\varepsilon-\beta\beta)\,\text{sin}\,l}\ \text{sin}\ \theta,$$

laquelle étant réduite en minutes secondes sera

$$-2420,4.\ m\,(n-1).\,\frac{n-0,000198}{nn-0,000000}\ \text{sin}\ \theta\ \text{secondes.}$$

Enfin la quatrieme dépend de l'angle $2\psi-\theta$

$$-\frac{3\,(n-1)\,m\Delta\Delta\,(n\varepsilon\,\text{cos}\,2l+(2\delta+\beta)\,\text{cos}\,l\,\text{sin}\,\gamma}{2\,(2\delta+\beta)\,(nn\varepsilon\varepsilon-(2\delta+\beta)^2)\,\text{sin}\,l}\ \text{sin}\,(2\psi-\theta),$$

& donne en minutes secondes

$$-4,86.\ m\,(n-1).\,\frac{n+0,098557}{nn-0,005380}\ \text{sin}\,(2\psi-\theta)\ \text{secondes.}$$

68.

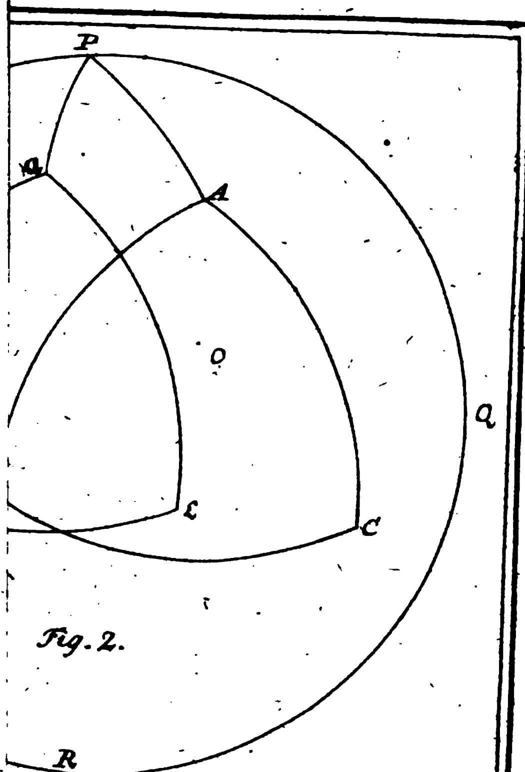


Fig. 2.

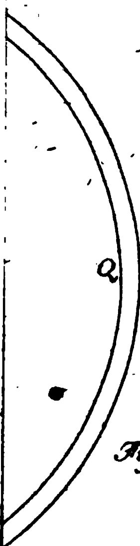
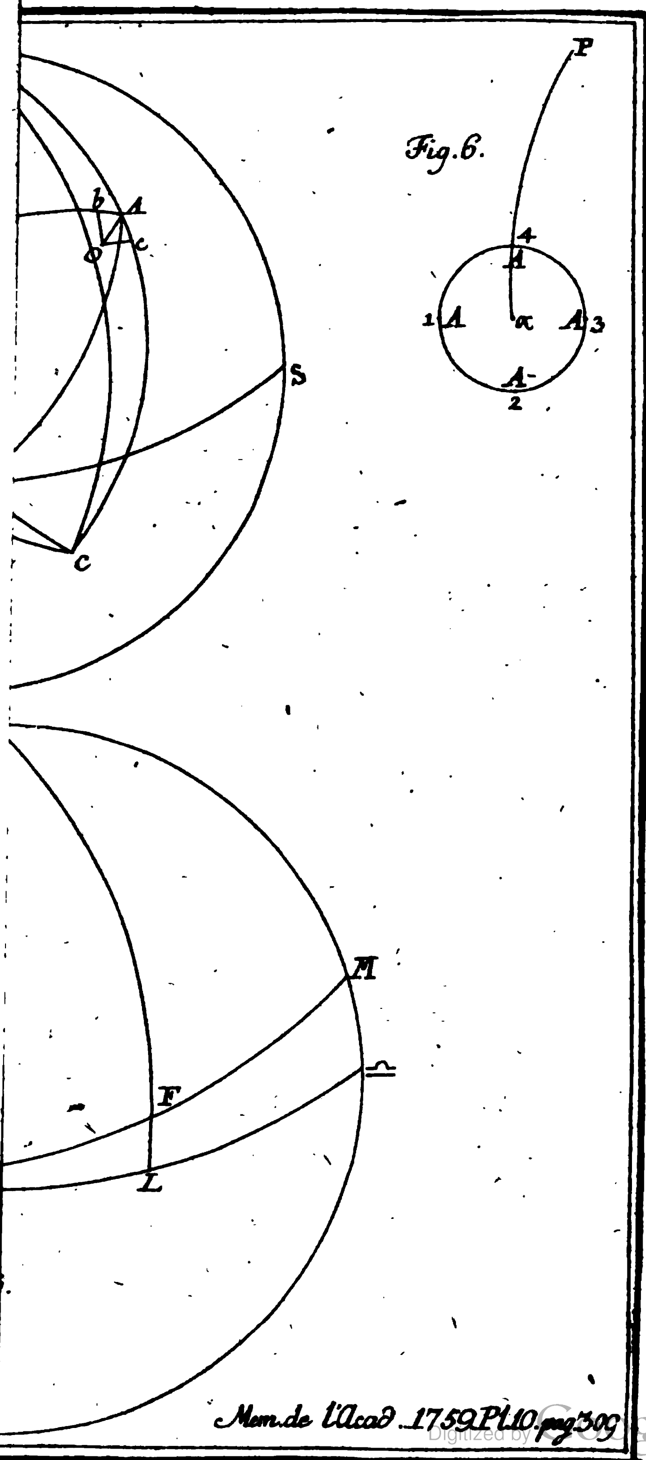


Fig. 3.



Mem. de l'Acad. 1759. Pl. 10. pag. 309.

68. Conſidérons maintenant trois hypotheſes $m = 2$, $m = 2\frac{1}{2}$, & $m = 3$, & les corrections pour l'obliquité de l'écliptique ſeront:

	ſi $m = 2$	ſi $m = 2\frac{1}{2}$	ſi $m = 3$
$+ A \cos 2\Psi$	$A = 0'',58$	$A = 0'',50$	$A = 0'',44$
$+ B \cos 2\psi$	$B = 0,\ 08$	$B = 0,\ 09$	$B = 0,\ 10$
$+ C \cos \theta$	$C = 8,\ 96$	$C = 9,\ 61$	$C = 10,\ 07$
$+ D \cos(2\psi - \theta)$	$D = 0,\ 02$	$D = 0,\ 02$	$D = 0,\ 02$

Or les corrections pour la longitude de $1 + \Upsilon$ ſeront

	ſi $m = 2$	ſi $m = 2$	ſi $m = 3$
$- \mathfrak{A} \sin 2\Psi$	$\mathfrak{A} = 1'',37$	$\mathfrak{A} = 1'',18$	$\mathfrak{A} = 1'',03$
$- \mathfrak{B} \sin 2\psi$	$\mathfrak{B} = 0,\ 20$	$\mathfrak{B} = 0,\ 21$	$\mathfrak{B} = 0,\ 22$
$- \mathfrak{C} \sin \theta$	$\mathfrak{C} = 16,\ 75$	$\mathfrak{C} = 17,\ 95$	$\mathfrak{C} = 18,\ 81$
$- \mathfrak{D} \sin(2\psi - \theta)$	$\mathfrak{D} = 0,\ 03$	$\mathfrak{D} = 0,\ 03$	$\mathfrak{D} = 0,\ 04$

69. Ces formules ſont parfaitement d'accord avec celles que j'avois trouvées dans le V Volume de nos Mémoires, & partant je ne m'arrêterai plus ici à leur application. Je remarquerai ſeulement, que la terre n'eſt pas une maſſe homogene, puiſqu'alors la valeur du nombre n devroit être $= \frac{201}{200}$, qui eſt pourtant ſelon toute apparence moindre que $\frac{301}{300}$. D'où il s'enſuit que l'inégalité entre ſes momens principaux d'inertie n'eſt pas auſſi grande que ſi elle étoit homogene, ou bien elle approche plus de la nature d'un globe par la diſtribution de ſa matiere, que par ſa figure. Il faut donc que la terre renferme au dedans une matiere plus peſante, & plus également diſtribuée autour du centre d'inertie. Or c'eſt auſſi tout ce qu'on en peut conclure. Au reſte, ſi la terre ne tournoit pas à peu près autour d'un axe principal, & que ſes momens d'inertie par rapport aux deux autres axes principaux ne fuſſent pas égaux entr'eux, il auroit été presqu'impoſſible de déterminer ſon mouvement de rotation.



SOLUTION

D'UNE

QUESTION CURIEUSE QUI NE PAROIT SOUMISE À AUCUNE ANALYSE,

PAR M. EULER.

1.

Je me trouvai un jour dans une compagnie, où, à l'occaſion du jeu d'echecs quelqu'un propoſa cette queſtion: *de parcourir avec un cavalier toutes les caſes d'un échiquier, ſans parvenir jamais deux fois à la même, & en commençant par une caſe donnée.* On mettoit pour cette fin des jettons ſur toutes les 64 caſes de l'échiquier, à l'exception de celle où le Cavalier devoit commencer ſa route; & de chaque caſe où le Cavalier paſſoit conformément à ſa marche, on ôtoit le jetton, de ſorte qu'il s'agiſſoit d'enlever de cette façon ſucceſſivement tous les jettons. Il faloit donc éviter d'un côté, que le cavalier ne revint jamais à une caſe vuide, & d'un autre côté il faloit diriger en ſorte ſa courſe, qu'il parcourut enfin toutes les caſes.

2. Ceux qui croyoient cette queſtion aſſez aiſée firent pluſieurs eſſais inutiles ſans pouvoir atteindre au but; après quoi celui qui avoit propoſé la queſtion, ayant commencé par une caſe donnée, a ſçu ſi bien diriger la route, qu'il a heureuſement enlevé tous les jettons. Cependant la multitude des caſes ne permettoit pas qu'on ait pû imprimer à la mémoire la route qu'il avoit ſuivie; & ce n'étoit qu'après pluſieurs eſſais, que j'ai enfin rencontré une telle route, qui ſatisfit à la queſtion; encore ne valoit-elle que pour une certaine caſe initiale. Je ne me ſouviens plus, ſi on lui a laiſſé la liberté de la choiſir lui-même; mais il a très poſitivement aſſuré qu'il étoit en état de l'éxécuter, quelle que ſoit la caſe où l'on voulut qu'il commençat.

3. Pour éclaircir mieux cette queſtion, j'ajouterai ici une route, où, en commençant par un coin de l'échiquier, on parcourt toutes les caſes;

42	59	44	9	40	21	46	7
61	10	41	58	45	8	39	20
12	45	60	55	22	57	6	47
53	62	11	30	25	28	19	38
32	13	54	27	56	23	48	5
63	52	31	24	29	26	37	18
14	33	2	51	16	35	4	49
1	64	15	34	3	50	17	36

J'ai marqué ici les caſes par l'ordre des nombres, ſuivant lequel elles ſont ſucceſſivement parcourues. Ainſi le cavalier ayant été poſé dans la caſe 1 ſaute en 2, de là en 3, & depuis en 4, 5, 6, &c. jusqu'à ce que venant enfin dans la caſe 64 il aura paſſé toutes les caſes. Il eſt évident, que cette route ſatisfait également, quand on veut commencer par quelqu'un des autres angles.

4. En retournant par la même route on pourra auſſi commencer par la caſe 64, & de là en paſſant ſucceſſivement par les caſes 63, 62, 61, &c. on parviendra enfin, après avoir parcouru toutes les caſes, à celle du coin 1. Mais cette route ne ſervira de rien, quand on doit commencer par quelque autre caſe: & alors on ſera obligé de chercher par des eſſais une nouvelle route, dont le commencement ſoit dans la caſe donnée. Or on reconnoitra aiſément, qu'une telle ſolution du probleme propoſé ſeroit trop pénible, & ne conviendroit pas au but en vue; ou il s'agit de trouver promtement la route, qu'il faut ſuivre. D'ailleurs une telle recherche ne merite aucune attention, à moins qu'elle ne ſoit fondée ſur quelques principes; ou qu'on ne la puiſſe ſoumettre à quelque eſpece d'Analyſe, qui en dirige les opérations

5. Ce n'eſt auſſi que dans cette vue que j'oſe propoſer mes recherches ſur cette queſtion: auxquelles j'ai été conduit par une idée

tou-

toute particuliere, que Mr. Bertrand de Geneve m'a fournie; car, quoiqu'elle soit legere en elle-même, & tout à fait étrangere à la Géométrie, elle doit être regardée comme très remarquable, dès qu'on aura trouvé moyen d'y appliquer l'Analyse. Or je ferai voir qu'elle-est susceptible d'une analyse tout particuliere, qui doit mériter d'autant plus d'attention, que cette analyse demande des raisonnemens peu usités ailleurs. On convient aisément de l'excellence de l'Analyse, mais on la croit communément bornée à de certaines recherches, qu'on rapporte aux Mathématiques; & partant il sera toujours fort important d'en faire usage dans des matieres qui lui semblent refuser tout accès: puisqu'il est certain qu'elle renferme l'art de raisonner dans le plus haut degré. On ne sauroit donc étendre les bornes de l'Analyse, sans qu'on ait raison de s'en promettre de très grands avantages.

6. Or d'abord je remarque, qu'on pourroit satisfaire à la question, si l'on trouvoit une telle route, où la derniere case marquée par 64 seroit éloignée de la premiere 1 d'un saut de cavalier, de sorte qu'il pourroit sauter de la derniere sur la premiere. Car, ayant trouvé une telle route rentrante en elle-même, on pourra commencer par quelque case que ce soit, & de là continuer la course suivant l'ordre des nombres jusqu'à la case marquée par 64, d'où, en sautant à celle qui est marquée par 1, il acheveroit la course jusqu'à retourner à celle d'où il étoit parti. Or voilà une telle route rentrante en elle-même,

42	57	44	9	40	21	46	7
55	10	41	58	45	8	39	20
12	43	56	61	22	59	6	47
63	54	11	30	25	28	19	38
32	13	62	27	60	23	48	5
53	64	31	24	29	26	37	18
14	33	2	51	16	35	4	49
1	52	15	34	3	50	17	36

7.

7. Ayant donc bien imprimé à la mémoire une telle route, on sera en état de satisfaire à la question en commençant par une case quelconque. Car, soit par exemple la case marquée par 25, d'où le cavalier doit partir, & on n'aura qu'à le faire marcher successivement par les cases 26, 27, 28 . . . . . jusqu'à 64, d'où passant à la case 1, il poursuivra sa route par les cases 2, 3, 4, jusqu'à ce qu'il soit parvenu à celle qui est marquée par 24: & ainsi il aura parcouru toutes les cases de l'échiquier. J'indiquerai cette route en représentant les nombres qui marquent les cases, en sorte

25 . . . . 64. 1 24,

& il est évident qu'on réussira également en commençant par toute autre case: ainsi cette disposition

46 . . . . 64. 1 45

servira, quand on doit commencer par la case 46.

8. Il est aussi évident que la même disposition fournit, pour chaque case où l'on doit commencer, une double route: puisqu'on peut également passer de la case marquée contre l'ordre des nombres jusqu'à celle qui contient 1, & de là sautant en 64 continuer la course par les cases 63, 62, 61, &c. jusqu'à ce qu'on parvienne à celle où l'on a commencé. Que le nombre 40 indique la case d'où il faut partir, & on aura ces deux routes à poursuivre:

40. 41 . . . . 64. 1. 2 39,

& 40. 39 . . . . 1. 64. 63 41,

où la premiere finit par la case 39, & l'autre par 41. Toute autre disposition rentrante en elle-même fournira les mêmes avantages, & il suffit d'en savoir une seule par coeur: mais on comprendra aisément, que ce seroit un ouvrage extrèmement embarrassant, que de trouver en tâtonnant par plusieurs essais une telle disposition, & qu'on risqueroit de n'y réussir peut-être jamais.

9. Je m'en vai donc expliquer une méthode certaine, qui nous conduira infailliblement au but proposé, & par le moyen de laquelle on sera en état de découvrir autant de routes satisfaisantes qu'on voudra: car, quoique le nombre de ces routes ne soit pas infini, il sera toujours si grand, qu'on ne le sauroit jamais épuiser. Mais il faut ici distinguer deux especes de routes, l'une qui parcourt simplement toutes les cases de l'échiquier sans que le cavalier puisse sauter de la derniere à la premiere; l'autre espece est celle des routes rentrantes en elles-mêmes, où le cavalier, après avoir parcouru toutes les cases, peut sauter de la derniere à la premiere. J'ai donné un exemple de la premiere espece dans le §. 3. & un de la seconde dans le §. 6. l'on peut regarder l'un & l'autre comme trouvé par hazard en tâtonnant; mais la méthode que j'expliquerai, servira à en trouver autant qu'on voudra, tant de l'une que de l'autre espece.

10. Comme il est beaucoup plus difficile de trouver par les seuls essais une route de la seconde espece, je commencerai par donner une méthode, par le moyen de laquelle on pourra, après avoir trouvé une route de la premiere espece, en découvrir non seulement une, mais plusieurs de la seconde espece. Pour cet effet, je remarque d'abord qu'on peut en plusieurs manieres changer la derniere case, celle du commencement demeurant la même. Considérons la route rapportée §. 3. & qu'on marque les cases auxquelles le cavalier pourroit passer de la derniere marquée par 64; or on verra que ces cases sont 63, 31, & 51; dont la premiere, qui renferme le saut dejà employé à 64, n'est d'aucun usage. Mais, puisqu'on peut passer de la case 31 à la case 64, qu'on fasse ce saut après être parvenu de la case 1 par les cases 2, 3, 4, &c. à celle de 31, & depuis qu'on poursuive la route par les cases 64, 63, 62, &c. jusqu'à ce qu'on parvienne à la case 32 qui sera à présent la derniere: cette nouvelle route, sera représentée en sorte

1. 2 . . . . 31. 64. 63. . . . . . . 32.

11. De

11. De même, le ſaut de 64 à 51 nous donne à connoitre, qu'on peut paſſer de la caſe 51 à 64: & de là en pourſuivant la route par les caſes 63, 62, &c. la derniere ſera celle qui eſt marquée par 52: cette route entiere ſera donc repréſentée en ſorte:

1. 2 . . . . 51. 64. 63 . . . . 52.

Maintenant, puisque cette derniere caſe 52 fournit un ſaut à la premiere, cette route ſe rapporte à la ſeconde eſpece, & eſt rentrante en elle-même: & c'eſt préciſément la route décrite au §. 6. Quand on ne ſeroit pas encore parvenu à une route rentrante, on pourroit de nouveau transformer celle que nous venons de trouver au §. précédent:

1 . . . . 31. 64 . . . . 32.

où la derniere étant 32, le cavalier en peut ſauter aux caſes 43, 11, 31, 33, ainſi on n'aura qu'à renverſer la partie de cette route compriſe entre l'un de ces nombres & le dernier 32.

12. Le nombre 43 fournira donc cette nouvelle route

1 . . . . . 31. 64 . . . . . 43. 32 42,

où la caſe angulaire 42 eſt la derniere. Le ſecond nombre 11 donnera cette route:

1 . . . . . . 11. 32 . . . . . . 64. 31 12,

où la caſe marquée de 12 eſt à préſent la derniere. Le troiſieme nombre 31 rend la route principale, d'où nous avons tiré ces nouvelles ſavoir

1 . . . . 31. 32 64,

& le quatrieme nombre 33 ne change rien dans la route que nous traitons. La route précédente, qui finiſſoit par 12, puisque le cavalier peut ſauter de 12 à ces caſes 59, 41, 11, & 13, fournira ces transformées.

1 . . . . 11. 32 . . . . 59. 12 . . . . 31. 64 61,
1 . . . . 11. 32 . . . . 41. 12 . . . . 31. 64 42,

& celle-là, puisque 60 conduit aux causes 61, 59, 9, 45, 25, 27, 13, & 53, nous ménera à plusieurs nouvelles routes, où les dernieres cases seront 10, 46, 26, 28, 14, & 54.

13. Voilà donc une source bien riche, d'où l'on peut puiser quantité de nouvelles routes, en ayant une fois trouvé une seule: & le nombre des transformations devient encore plus grand, quand on renverse l'ordre de la premiere route en sorte

64 1,

où la derniere case tenant à 52 fournit cette transformée

64 . . . . . . 52. 1 51

& puisque 51 donne un saut à 64, cette route est rentrante en elle-même, mais elle n'est que la renversée de celle de dessus. Or 51 étant lié avec 64, 52, 54, 56, 26, & 50, fournit ces transformées

64 . . . . 54. 51 . . . . 1. 52. 53
64 . . . . 56. 51 . . . . 1. 52 . . 55
64 . . . . 52. 1 . . . . 26. 51 . . . 27,

& de celles-ci, si l'on veut, on peut encore trouver quantité d'autres: parmi lesquelles on ne manquera pas d'en découvrir qui sont rentrantes en elles-mêmes.

14. Or, en ayant déjà trouvé une, qui est rentrante en elle-même, comme est celle du §. 6. il n'est pas difficile d'en tirer plusieurs autres de même nature: on n'a qu'à arranger les cases en sorte que, tant la premiere que la derniere, se trouve éloignée des bandes, puisqu'alors l'une & l'autre permet 8 sauts. Ainsi, si nous rangeons les nombres de la route §. 6. en sorte

31 . . . . 64. 1 30,

la

la derniere case 30 étant jointe à celles-ci: 45, 59, 23, 29, 31, 13, 43, 41, fournit ces transformées

I. 31 . . . . . 45. 30 . . . . 1. 64 46,
II. 31 . . . . . 59. 30 . . . . 1. 64 60,
III. 31 . . . . . 64. 1 . . . . 23. 30 24,
IV. 31 . . . . . 64. 1 . . . . 13. 30 14,
V. 31 . . . . . 43. 30 . . . . 1. 64 44,
VI. 31 . . . . . 41. 30 . . . . 1. 64 42,

où la II. & la IV. sont rentrantes en elles-mêmes: & tant de celles-ci que des autres on pourra trouver par des transformations ultérieures plusieurs autres, Comme la III donne

31 . . . . 64. 1 . . . . 13. 24 . . . . 30. 23 14
31 .. 33.24 . . . 30. 23 . . . . 1. 64 34
31 . . . . 64. 1 . . . . 15. 24 . . . . 30. 23 16

15. Mais, quand on n'a pas encore une route de la premiere espece, voyons comment il faut s'y prendre pour en trouver une sans se livrer au seul hazard. En commençant par une case quelconque, qu'on continue à volonté les sauts du cavalier aussi loin qu'on pourra, & qu'on mette dans les cases qui sont restées vuides, des lettres qui leur servent de signe, comme dans cette figure:

34	21	54	9	32	19	48	7
55	10	33	20	53	8	31	18
22	35	62	*a*	40	49	6	47
11	56	41	50	59	52	17	30
36	23	58	61	42	39	46	5
57	12	25	38	51	60	29	16
24	37	2	43	14	27	4	45
1	*b*	13	26	3	44	15	28

Ici j'ai pu continuer la route jusqu'à la case marquée par 62, & dans les lettres *a* & *b*.

16. Maintenant, ayant 62 cases parcourues par le cavalier, je les représente de cette maniere

1 62,

& regardant la case 62 comme la derniere, je cherche des transformées, qui finissent par d'autres cases, d'où il y ait un passage sur l'une des cases *a* ou *b*. Or la case 62 communique avec celles-ci 9, 53, 59, 61, 23, 11, 55, & 21, d'où nous tirons ces transformées:

I. 1 . . . . 9. 62 . . . . 10, d'où l'on passe en *a*

II. 1 . . . . 53. 62 . . . 54, d'où l'on passe en *a*

III. 1 . . . . 59. 62 . . 60

IV. 1 . . . . . . 23. 62 24

V. 1 . . . . 11. 62 12

VI. 1 . . . . . . 55. 62 . . . . 56, d'où l'on passe en *a*

VII. 1 . . . . . . 21. 62 . . . . . 22.

Donc les routes I, II, & VI, s'étendent déjà jusqu'à la case *a*, & il n'y reste plus vuide que la seule case *b*, & pour la lier avec les autres on n'a qu'à transformer une de ces trois routes par la même méthode. On opéreroit semblablement s'il étoit resté plusieurs cases vuides.

17. Prenons la premiere transformée

1 . . . . 9. 62 . . . . 10. *a*,

dont la derniere case *a* conduit à 32, 8, 52, 42, 58, 56, 10, & 54, parmi lesquelles 58 fournit cette transformée

1 . . . . . 9. 62 . . . . . 58. *a*. 10 . . . 57

dont la derniere 57 conduit à la case *b*, de sorte qu'à présent le cavalier aura parcouru toutes les cases, ayant commencé sa course en 1, & fini en *b*.

1 . . . . . 9. 62 . . . . 58. *a*. 10 . . . . . 57. *b*.

Mais

Mais cette route n'eſt pas rentrante en elle-même. Pour lui procurer cet avantage, cherchons de nouvelles transformées, la derniere *b* conduiſant à ces caſes: 57, 25, 43: dont 25 donne cette transformée

1 . . . . 9. 62 . . . . 58. *a.* 10 . . . . 25. *b.* 57 26,

où la derniere conduit à 37, 25, & 51, & 27. Or aucune ne fournit une route de la ſeconde eſpece. Prenons donc 43.

1 . . . . 9. 62 . . . 58. *a.* 10 . . . . 43. *b* 57 44,

dont la derniere 44 conduit à 43, 51, 29, & 45: dont aucune ne donne immédiatement une route rentrante en elle-même.

18. Il faudra donc paſſer à de nouvelles transformées, & pour que cela ſe puiſſe faire plus aiſément, il ſera bon de préſenter la route trouvée de la premiere eſpece par l'ordre naturel des nombres.

40	27	60	9	38	25	54	7
61	16	39	26	59	8	37	24
28	41	10	15	46	55	6	53
17	62	47	56	13	58	23	36
42	29	14	11	48	45	52	5
63	18	31	44	57	12	35	22
30	43	2	49	20	33	4	51
1	64	19	32	3	50	21	34

où la route étant repréſentée en ſorte

1 64,

& la derniere 64 conduiſant à 63, 31, 49, on aura deux transformées:

I. 1 . . . . 31. 64 32,

II. 1 . . . . 49. 64 50,

car la caſe 63 ne change rien dans la propoſée.

19.

19. Puisqu'il n'y a que deux cases qui aboutissent à la premiere 1, renversons ces deux transformées pour avoir:

I.	32 . . . . . 64. 31 1,
II.	50 . . . . . 64. 49 1,

& maintenant, la derniere 1 conduisant à 2 & 18, nous en tirons ces deux nouvelles:

A.	32 . . . . . . 64. 31 . . . . . . 18. 1 17,
B.	50 . . . . . . 64. 49 . . . . . . 18. 1 17,

où la derniere 17 conduisant à 16, 10, 14, 18, nous obtiendrons

C.	32 . . . . 64. 31 . . . . 18. 1 . . . . 10. 17 11,
D.	50 . . . . 64. 49 . . . . 18. 1 . . . . 10. 17 11,
E.	32 . . . . 64. 31 . . . . 18. 1 . . . . 14. 17 15,
F.	50 . . . . 64. 49 . . . . 18. 1 . . . . 14. 17 . . . . 15.

La derniere 11 conduit à 46, 58, 12, 20, 2, 18, 62, 10, & donne

G.	32 . . . 46.11 . . . 17.10 . . . 1.18 . . 31.64 . . . 47,
H.	50 . . . 64.49 . . . 46.11 . . . 17.10 . . . 1.18 . . . 45,
I.	32 . . . 58.11 . . . 17.10 . . . 1.18 . . 31.64 . . . 59,
K.	50 . . . 58.11 . . . 17.10 . . . 1.18 . . 49.64 . . . 59,
L.	32 . . . 64.31 . . . 20.11 . . 17.10 . . . 1.18.19,
M.	50 . . . 64.49 . . . 20.11 . . 17.10 . . . 1.18.19,
N.	32 . . . 64.31 . . . 18.1.2.11 . . . 17.10 . . 3,
O.	50 . . . 64.49 . . . 18.1.2.11 . . . 17.10 . . 3,
P.	32 . . . 62.11 . . . 17.10 . . . 1.18 . . 31.64.63,
Q.	50 . . . 62.11 . . . 17.10 . . . 1.18 . . 49.64.63.

20. Or

20. Or E & F dont la derniere 15 conduit à 33, 8, 58, 48, 14, 62, 16, 60, donneront ces transformées:

g. 32	. . 38.15	. . . 17.14	. . . 1.18	. . . 31.64	. . 39,	
h. 50	. . 64.49	. . . 38.15	. . 17.14	. . . 1.18	. . . 37,	
i. 32	. . 64.31	. . . 18.1	. . . 8.15	. . . 17.14	. . 9,	
k. 50	. . 64.49	. . . 18.1	. . . 8.15	. . . 17.14	. . 9,	
l. 32	. . 58.15	. . . 17.14	. . . 1.18	. . . 31.64	. . 59,	
m. 50	. . 58.15	. . . 17.14	. . . 1.18	. . . 49.64	. . 59,	
n. 32	. . 48.15	. . . 17.14	. . . 1.18	. . . 31.64	. . 49,	
o. 50	. . 64.49.48.15	. . 17.14	. . 1.18	 47,		
p. 32	. . 62.15	. . . 17.14	. . . 1.18	. . . 31.64.63,		
q. 50	. . 62.15	. . . 17.14	. . . 1.18	. . . 49.64.63,		
r. 32	. . 60.15	. . . 17.14	. . . 1.18	. . . 31.64	. . 61,	
s. 50	. . 60.15	. . . 17.14	. . . 1.18	. . . 49.64	. . 61,	

Mais, parmi toutes ces transformées, il ne s'en trouve pas encore une qui soit rentrante en elle-même, mais leurs transformées ultérieures en fourniront assez.

21. Prenons la route indiquée par la lettre G, où la derniere case 47 communiquant avec celles-ci: 26, 46, 48, 44, 18, 42, 28, 16, les dernieres cases qu'on aura par ces transformations, seront: 27, 11, 47, 45, 19, 43, 29, 17, dont 43 communique avec la premiere 32, & donne par conséquent cette route rentrante,

32 . . 42.47 . . 64.31 . . 18.1 . . 10.17 . . 11.46 . . 43,

laquelle pourra donc être représentée en sorte

1 . . 10.17 . . 11.46 . . 43.32 . . 42.47 . . 64.31 . . 18,

& marquant les cases par l'ordre naturel des nombres, on aura cette route rentrante.

30	55	46	9	28	57	40	7
47	12	29	56	45	8	27	58
54	31	10	13	18	41	6	39
11	48	33	42	15	44	59	26
32	53	14	17	34	19	38	5
49	64	51	20	43	16	25	60
52	21	2	35	62	23	4	37
1	50	63	22	3	36	61	24

22. La route indiquée par la lettre H ayant 45 pour sa derniere case, les cases

communiquantes sont: 6, 36, 22, 4, 20, 44, 56, 46,

& les dernieres seront: 5, 37, 23, 3, 21, 45, 57, 11,

où 57 communique avec la premiere 50, d'où résulte cette route rentrante:

50 . . 56.45 . . 18.1 . . 10.17 . . 11.46 . . 49.64 . . 57,

qui pourra aussi être représentée en sorte

1 . . 10.17 . . 11.46 . . 49.64 . . 57.50 . . 56.45 . . 18,

42	55	26	9	44	57	34	7
25	12	43	56	27	8	45	58
54	41	10	13	18	35	6	33
11	24	19	36	15	28	59	46
40	53	14	17	20	37	32	5
23	64	51	38	29	16	47	60
52	39	2	21	62	49	4	31
1	22	63	50	3	30	61	48

qui ne differe pas beaucoup de la précédente.

23.

23. Les routes indiquées par I & K ayant la derniere case 59, on aura

les cases communiquantes: 54, 6, 58, 56, 10, 60,

les dernieres pour I seront: 55, 5, 11, 57, 9, 59,

or les dernieres pour K: 55, 5, 11, 57, 9, 59,

d'où nous tirons encore deux rentrantes, puisque 57 communique tant avec 32 que 50: savoir

32 . . 56.59 . . 64.31 . . 18.1 . . 10.17 . . 11.58.57,

50 . . 56.59 . . 64.49 . . 18.1 . . 10.17 . . 11.58.57,

qui pourront être représentées en sorte:

1 . . 10.17 . . 11.58.57.32 . . 56.59 . . 64.31 . . 18,

1 . . 10.17 . . 11.58.57.50 . . 56.59 . . 64.49 . . 18,

De même, les routes L & M finissant par 19, on aura

les cases communiquantes avec 19 - - 30. 18. 44. 20,

de là les dernieres pour L - - - - 29. 19. 45. 11,

- - - - - - - pour M - - - - 29. 19. 43. 11,

où il n'y a aucune rentrante. Les routes N & O finissant par 3, on aura par rapport à cette derniere:

les cases communiquantes - - - - 2, 44, 12, 4,

alors la derniere devient pour N - - 11, 45, 13, 3,

- - - - - - - - pour O - - 11, 43, 13, 3,

où il n'y en a point non plus.

24. S'il valoit la peine, on pourroit, en poursuivant ces transformations, trouver plusieurs autres routes rentrantes en elles-mêmes, & on ne manqueroit pas de découvrir des moyens pour abréger les opérations, en achevant deux ou plusieurs à la fois, afin qu'on arrive plutôt au but proposé. Aussi n'est-ce pas mon dessein d'assigner tou-

tes les routes possibles, qui soient rentrantes en elles-mêmes; ce qui seroit un ouvrage aussi pénible qu'inutile; & je me contente d'avoir donné une méthode sure pour trouver autant de routes qu'on voudra; méthode dont l'application n'est pas difficile en chaque cas. Mais on peut ajouter à la question principale encore des conditions, qui la rendent plus curieuse, comme si l'on exigeoit, que les nombres qui se trouvent dans des cases opposées ayent la même différence, qui doit être 32 comme la moitié du nombre de toutes les cases. Or chaque case en a une, qui lui est opposée, de sorte que la ligne droite tirée par les centres de ces deux cases divise le quarré en deux parties égales. On demande donc que les nombres 33, 34, 35, 36 . . . . . 64, se trouvent à l'opposite des nombres 1, 2, 3, 4 . . . . . . 32.

25. Pour trouver de telles routes diagonales, on n'a qu'à commencer par écrire les nombres 1, 2, 3, 4, &c. conformément à la marche du cavalier, & à mesure qu'on écrit ces nombres, mettre les nombres 33, 34, 35, 36, &c. dans les cases opposées, & pour suivre cet arrangement, tant qu'on pourra: comme on peut le voir par la figure ci-jointe

10	29	48	35	8	31	46	33
49	36	9	30	47	34	7	58
28	11	A	C	*f*	45	32	19
37	50	B	D	*e*	6	59	44
12	27	38	E	*d*	*b*	18	5
51	64	13	F	*c*	*a*	43	60
26	39	2	15	62	41	4	17
1	14	63	40	3	16	61	42

Ici j'ai pu continuer la suite des nombres 1, 2, 3, jusqu'à 19, & celle des nombres 33, 34, 35, jusqu'à 51. Mais en rétrogradant je suis passé de 1 par 64, 63 jusqu'à 58, & de 33 j'ai pu reculer jusqu'à 26. Douze cases sont restées vuides que j'ai remplies des lettres A, *a*, B, *b*, C, *c*, D, *d*, E, *e*, F, *f*, disposées par des cases opposées.

26. Nous avons donc deux séries séparées de cases, qui se suivent selon la marche du cavalier:

58 . . . . . 64. 1 19,

29 . . . . 51.

La case 19 aboutissant à 6, nous aurons ces transformées, qui pourront être continuées plus loin:

58 . . . 64. 1 . . . . 6. 19 . . . . 7, *f*, B, *d*, C,

26 . . . . 38. 51 . . . . . 39, F, *b*, D, *c*,

Maintenant, la case C communiquant aux cases de la premiere suite, 8, 6, *d*, ne fournit pas de nouvelles transformations. Mais retranchons les deux dernieres, & puisqu'il suffit de transformer une seule suite, parce que l'autre en est déterminée, prenons la premiere

58 . . . 64. 1 . . . . 6. 19 . . . 7, *f*, B,

où B aboutissant à 12 donne cette transformée à continuer

58 . . . . 64. 1 . . . 6. 19 . . . 12. B. *f*. 7 . . . 11. D. *c*.

Or *c* étant communicable à 16, on aura

58 . . 64. 1 . . 6. 19 . . 16. *c*. D. 11 . . 7. *f*. B. 12 . . 15. *a*. E,

& l'autre suite sera

26 . . . . 38. 51 . . 48. C. *d*. 43 . . 39. F. *b*. 44 . . 47. A, *e*,

où toutes les cases sont comprises.

37. Maintenant il faut lier ces deux suites ensemble, en sorte que la fin de l'une aboutisse au commencement de l'autre. Pour cet effet transformons la premiere dont la fin E communique avec la case 62, & la fin devenant alors 63 sera cohérente avec le commencement de l'autre 26. Cette transformation donne donc:

58 . . 62. E. *a*. 15 . . 12. B. *f*. 7 . . 11. D. *c*. 16 . . 19. 6 . . 1. 64 . . 63

26 . . 30. *e*. A. 47 . . 44. *b*. F. 39 . . 43. *d*. C. 48 . . 51. 38 31

& on a en même tems une route rentrante en elle-même, & douée de la condition prescrite :

14	59	42	35	16	31	54	33
41	36	15	58	55	34	17	30
60	13	56	43	18	53	32	7
37	40	19	12	57	6	29	52
20	61	38	25	44	51	8	5
39	64	21	50	11	24	45	28
62	49	2	23	26	47	4	9
1	22	63	48	3	10	27	46

28. Ayant trouvé une seule route de cette nature, il est aisé de la transformer en plusieurs manieres différentes en lui conservant la même propriété. Car, de quelque maniere qu'on partage la suite rentrante des nombres 1 . . . . . . 64 en deux moitiés, l'une contient toujours les cases opposites de l'autre ; comme on peut voir par ces bisections :

1 32	2 33	3 34	4 35
33 . . . 64	34 . . . 64. 1	35 . . . 64. 1. 2	36 . . . 64. 1 . . 3

où les deux moitiés sont toujours cohérentes. Maintenant, on n'a qu'à prendre une telle bisection à volonté, & transformer les deux moitiés semblablement, jusqu'à ce qu'elles redeviennent cohérentes. Ainsi, prenons la moitié 3 . . . . . 34 dont le bout 34 communiquant à 7 donne la transformée 3 . . . 7. 34 . . . 8, & par renversement 8 . . . 34. 7 . . . 3, dont le bout 3 communiquant à 24 donne

8 . . . . 24. 3 . . . . . 7. 34 25,

& l'autre moitié sera

40 . . . . 56. 35 . . . . 39. 2. 1. 64. 1 . . 57,

qui

qui sont cohérentes par leurs bouts 25, 40, & 8, 57. Nous pourrons donc représenter en sorte cette nouvelle route:

1. 2. 39 . . . . 35.56 . . . . 40.25 32,
33.34.7 . . . . 3.24 . . . . 8.57 . . . . 64.

29. La même moitié 3 . . . . . 34, puisque le premier bout 3 communique à 24, donne par la transformation:

23 . . . . . 3.24 34,

& 34 communiquant à 7 donne

23 . . . . . 7.34 . . . . . 24.3 6,

& l'autre moitié sera

55 . . . . . 39.2.1.64 . . 56.35 38,

qui est cohérente. Par conséquent nous aurons une route représentée par ces deux moitiés:

1. 2. 39 . . . . 55.6 . . . . 3.24 32,
33.34.7 . . . . 23.38 . . . . 35.56 . . . . 64.

La moitié 4 . . . . . . 35, à cause de la communication du bout 35 avec 18, donne

4 . . . . . . 18.35 19,

qui est déjà cohérente avec

36 . . . . . 50.3 . . . 1.64 . . . 51,

d'où nous tirons cette route:

1 . . . 3.50 . . . . . 36.19 32
33 . . . 35.18 . . . . . 4.51 64,

& d'autres transformations de la même moitié donnent

1 . . . 3.50 . . . 43.36. 19 . . . 23.10 . . . 5.24 . . . 32
33 . . . 35.18 . . . 11. 4.51 . . . 55.42 . . . 47.56 . . . 64.

30.

30. Voilà donc 4 autres routes, qui ont la même propriété que celle du §. 27.

50	59	22	7	48	31	10	33
23	6	49	58	9	34	47	30
60	51	8	21	46	11	32	35
5	24	45	52	57	36	29	12
44	61	4	25	20	13	56	37
3	64	43	14	53	40	19	28
62	15	2	41	26	17	38	55
1	42	63	16	39	54	27	18

42	59	6	55	44	31	18	33
5	54	43	58	19	34	45	30
60	41	56	7	46	17	32	35
53	4	47	40	57	20	29	16
48	61	52	25	8	15	36	21
3	64	49	14	39	24	9	28
62	13	2	51	26	11	22	37
1	50	63	12	23	38	27	10

40	59	12	35	38	31	54	33
13	18	39	58	55	34	37	30
60	41	56	11	36	53	32	47
17	14	19	42	57	48	29	52
20	61	16	25	10	51	46	49
15	64	21	4	43	24	9	28
62	5	2	23	26	7	50	45
1	22	63	6	3	44	27	8

40	59	50	35	38	31	48	33
51	12	39	58	49	34	37	30
60	41	56	11	36	47	32	21
55	52	13	42	57	22	29	46
14	61	54	25	10	45	20	23
53	64	15	4	43	24	9	28
62	5	2	17	26	7	44	19
1	16	63	6	3	18	27	8

31. A cette condition des cases opposées on peut encore ajouter celle-ci, que la premiere moitié des nombres 1 . . . . . 32 rem-

rempliſſe ſeule la moitié du quarré, en partageant le quarré par un ligne parallele à un côté

								33	
α	1	*a*	*b*	28	7	14	19	16	ϐ
	24	27	8	*c*	20	17	6	13	
	9	2	25	22	11	4	15	18	
	26	23	10	3	*d*	21	12	5	

en ſorte que les nombres 1 . . . . 32 ſe trouvent tous au deſſous de la ligne αϐ, & les autres 33 . . . . . 64 au deſſus. Il faut donc que l'unité ſe trouve près de la ligne αϐ, afin qu'elle puiſſe communiquer avec le nombre 64 qui ſe trouve au deſſus.

32. Commençons donc par mettre l'unité à une telle caſe quelconque, & en vertu de l'oppoſition la caſe du nombre 33 ſera auſſi déterminée: & il faudra faire en ſorte qu'elle communique avec celle qui contiendra le nombre 32 au deſſous de la ligne αϐ. En eſſayant une telle diſpoſition je ſuis parvenu jusqu'au nombre 28, & j'ai écrit dans les caſes vuides les lettres *a*, *b*, *c*, *d*, pour l'arrangement desquelles je fais les transformations ſuivantes. La ſuite 1 . . . . . . 28, puisque 28 aboutit à 27, 25, 11, 17, donne ces transformées:

I. 1 . . . . . 25. 28 . . . . . 26;
II. 1 . . . . . . 11. 28 . . . . . 12;
& III. 1 . . . . . 17. 28 . . . . . 18;

dont aucune ne s'étend à une des caſes vuides. Mais après pluſieurs transformations on parvient à celle-ci, qui comprend toutes les caſes,

1 . . . 8. 23 . . 21. 18 . . 20. *b*. 24 . . 28. 17 . . 9. *a*. *c*. *d*.

qui

qui ſe transforme enfin en celle-ci:

1 . . . . 8.23 . . 21.18 . . 20.*b*.24 . . 28.17 . . 15.*d.c.a*.9 . . . 14,

dont la fin 14 communique avec le commencement 33 de l'autre moitié au deſſus de la ligne *αϐ*: & la fin de celle-ci 64 communiquera d'elle-même avec la caſe 1.

33. Voici donc cette route repréſentée en ſon entier

37	62	43	56	35	60	41	50
44	55	36	61	42	49	34	59
63	38	53	46	57	40	51	48
54	45	64	39	52	47	58	33
1	26	15	20	7	32	13	22
16	19	8	25	14	21	6	31
27	2	17	10	29	4	23	12
18	9	28	3	24	11	30	5

(ligne *α* — *ϐ* entre la 4e et la 5e rangée)

& il eſt non ſeulement aiſé d'en trouver par la même méthode pluſieurs autres, mais on peut auſſi tranſformer celle-ci en pluſieurs manieres: dont voici quelques unes:

7 . . . . 1.8 32

7 . . . . 1.8 . . . . 25.32 26

15 . . . 10.7 . . . 1.8.9.16 . . . 21.24 . . . . 32.23.22,

qu'on peut encore renverſer, de même que la primitive, en la repréſentant en ſorte

32 1

34. Voilà

34. Voilà donc encore quelques routes de cette espece:

	35	62	43	56	37	60	41	50	
	44	55	36	61	42	49	38	59	
	63	34	53	46	57	40	51	48	
	54	45	64	33	52	47	58	39	
a	7	26	15	20	1	32	13	22	ϐ
	16	19	8	25	14	21	2	31	
	27	6	17	10	29	4	23	12	
	18	9	28	5	24	11	30	3	

	35	60	43	56	37	62	41	50	
	44	55	36	61	42	49	38	63	
	59	34	53	46	57	40	51	48	
	54	45	58	33	52	47	64	39	
a	7	32	15	20	1	26	13	22	ϐ
	16	19	8	25	14	21	2	27	
	31	6	17	10	29	4	23	12	
	18	9	30	5	24	11	28	3	

	41	60	37	54	43	58	47	50	
	36	63	42	59	38	49	44	57	
	61	40	53	34	55	46	51	48	
	64	35	62	39	52	33	56	45	
a	13	24	1	20	7	30	3	32	ϐ
	16	19	14	23	2	21	8	29	
	25	12	17	6	27	10	31	4	
	18	15	26	11	22	5	28	9	

	62	37	56	41	60	35	54	47	
	57	42	61	36	55	48	51	34	
	38	63	44	59	40	53	46	49	
	43	58	39	64	45	50	33	52	
a	20	1	18	13	32	7	26	11	ϐ
	17	14	21	8	27	12	31	6	
	2	19	16	23	4	29	10	25	
	15	22	3	28	9	24	5	30	

35. Jusqu'ici j'ai consideré la question telle qu'elle avoit été proposée pour l'échiquier ordinaire divisé en 64 cases. Or comme ce nombre est trop grand, pour qu'on puisse concevoir toutes les variétés qui y peuvent avoir lieu, il sera bon de considérer aussi quelques figures plus simples, qui contiennent un moindre nombre de cases que le cavalier d'echec doive parcourir. Or d'abord il est évident, que, ni un quarré de 4, ni un de 9 cases n'y est propre: mais on verra qu'on

qu'on ne ſauroit réuſſir non plus dans un quarré de 16 caſes. Car, de quelque maniere qu'on s'y prenne, il reſtera toujours une caſe angulaire vuide; & on s'appercevra bientôt, que toutes les transformations qu'on puiſſe faire, ne ſont pas capables de la remplir. Il eſt clair qu'on devroit commencer, & finir par un coin: & partant deux des quatre caſes du milieu ſeront d'abord remplies, & les deux autres devroient être gardées jusqu'à la fin, ce qui ne ſe peut pas.

1	8	13	10
14	11	4	7
5	2	9	12
	15	6	3

36. Le premier quarré donc que le cavalier puiſſe parcourir eſt celui de 25 caſes, qu'on pourra remplir moyennant les mêmes regles, en cas qu'on ne réuſſiſſe point au premier eſſai. Or la marche du cavalier produit toujours cette propriété, que les nombres pairs & impairs ſe ſuivent alternativement, comme on peut voir par toutes les figures rapportées jusqu'ici. D'où il eſt évident, que la derniere caſe contenant 25 ne ſauroit jamais communiquer avec la premiere 1: & partant il eſt impoſſible de trouver une route rentrante en elle-même dans le quarré de 25, ni dans aucune autre figure, qui contient un nombre impair de caſes. On comprend de là auſſi, qu'on ne ſauroit jamais commencer par une caſe qui contient un nombre pair; car, de quelque maniere qu'on transforme cette route, les nombres pairs tomberont toujours dans les mêmes caſes, & les caſes angulaires contiendront des nombres impairs. Dans ce quarré de 25 il eſt auſſi clair, qu'il faut abſolument ou commencer ou finir par une caſe angulaire.

7	12	17	22	5
18	23	6	11	16
13	8	25	4	21
24	19	2	15	10
1	14	9	20	3

37. Mais voyons auſſi les transformations, qu'on peut tirer de cette route 1 . . . . . 25 trouvée du quarré de 25 caſes. Or

Or la derniere communiquant aux cases 20, 10, 16, 22, 12, 18, 24, 14, fournit ces transformées:

I.	1 . . . 20.25 . . . 21;	II.	1 . . . 10.25 . . . 11;
III.	1 . . . 16.25 . . . 17;	IV.	1 . . . 22.25 . . . 23;
V.	1 . . . 12.25 . . . 13;	VI.	1 . . . 18.25 . . . 19;
VII.	1 . . . . 25;	VIII.	1 . . . 14.25 . . . 15.

Donc, commençant par la case angulaire, on peut finir par quelcune de ces cases 21, 11, 17, 23, 13, 19, 25, 15. Mais la premiere donne encore ces transformées,

a. 1 . . 6.21 . . 25.20 . . 7; *b*. 1.2.21 . . . 25.20 . . . 3,

& les autres celle-ci:

c. 1.2.11 . . 25.10 . . 3;	*d*. 1 . . 8.11 . . 25.10.9,
e. 1 . . 4.17 . . 25.16 . . 5;	*f*. 1 . . 8.17 . . 25.16 . . 9,
g. 1 . . 4.23 . . 25.22 . . 4;	*h*. 1.2.23 . . 25.22 3,
i. 1 . . 6.13 . . 25.12 . . 7;	*k*. 1.2.13 . . 25.12 3,
l. 1 . . 6.19 . . 25.18 . . 7;	*m*. 1 . . 4.19 . . 25.18 . . 5,
n. 1 . . 6.15 . . 25.14 . . 7;	*o*. 1 . . 8.15 . . 25.14 . . 9,

où les dernieres cases sont 3, 5, 7, 9.

38. Puisque les cases angulaires 3, 5, 7, ne communiquent qu'à deux autres, elles ne fournissent point par notre méthode de nouvelles transformées. Considérons donc celles qui finissent par 9, & nous tirerons ces transformées,

p. 1 . . 4.9.10.25 . . 11.8 . . 5;	*q*. 1 . . 8.11 . . 24.9.10.25,
r. 1 . . 4.9 . . 16.25 . . 17.8 . . 5;	*s*. 1 . . 8.17 . . 24.9 . . 16.25,
t. 1 . . 4.9 . . 14.25 . . 15.8 . . 5;	*u*. 1 . . 8.15 . . 24.9 . . 14.25.

Maintenant ces nouvelles routes qui finissent par 25, nous conduisent à d'autres transformées: & nous parviendrons à plusieurs autres

routes qui finiſſent par quelqu'une des caſes qui ſont marquées des nombres impairs: d'où l'on voit qu'en commençant par la caſe angulaire 1, on peut finir par quelque caſe marquée d'un nombre impair qu'on voudra, & cela en pluſieurs manieres différentes. Enſuite, chaque route pouvant être renverſée, le nombre de toutes les routes poſſibles deviendra extrèmement grand.

39. Ici on peut encore ajouter cette condition, que les nombres qui ſe trouvent en deux caſes oppoſées, faſſent partout la même ſomme, ſavoir 26. Il faut donc que la premiere & derniere caſes ſe trouvent en des angles oppoſés; & pour trouver une telle route, on n'à qu'à commencer à remplir le quarré, & mettre à l'oppoſite de chaque nombre ſon complément à 26; & continuer auſſi loin qu'on pourra. Mais, puiſqu'on ſait que la caſe du milieu doit contenir 13, on ne ſauroit presque manquer: & alors, en conſervant la même propriété, on en peut tirer pluſieurs formes différentes: dont voici quelques unes.

23	18	5	10	25
6	11	24	19	14
17	22	13	4	9
12	7	2	15	20
1	16	21	8	3

I. 1 . . . . 4.11 . . . 5.14.13.12.21 . . . 15.22 . . . 25,
II. 1 . . . . 4.7 . . 5.14 . . 18.13.8 . . 12.21 . . 19.22 . . . 25,
III. 1 . . . . 4.21 . . . . 14.13.12 . . . . 5.22 . . . 25,
IV. 1 . . . . 5.14 . . . . 20.13.6 . . . . 12.21 . . . 25,
V. 1 . . 4.11.12.21 . . 16.13.10 . . . . 5.14.22 . . . 25,
VI. 1 . . 4.7 . . . 12.21.20.13 6.5.14 . . . 19.22 . . . 25,
VII. 1 . . 4.21.12 . . . . . 6.13.20 . . . . 14.5.22 . . . 25.

40. Dans toutes ces variations, tant les quatre premiers nombres 1 . . . 4, que les quatre derniers 22 . . . 25, avec celui du milieu 13, demeurent invariables, de ſorte que les variations ne s'étendent que ſur les autres. D'où il ſemble auſſi, que la route trouvée avec

avec les 7 variations épuisent entierement cette espece: voici donc toutes ces 8 routes représentées à la fois.

23	18	5	10	25
6	11	24	19	14
17	22	13	4	9
12	7	2	15	20
1	16	21	8	3

23	18	11	6	25
10	5	24	17	12
19	22	13	4	7
14	9	2	21	16
1	20	15	8	3

23	12	7	16	25
6	17	24	21	8
11	22	13	4	15
18	5	2	9	20
1	10	19	14	3

23	8	21	16	25
20	15	24	7	12
9	22	13	4	17
14	19	2	11	6
1	10	5	18	3

23	10	19	14	25
18	5	24	9	20
11	22	13	4	15
6	17	2	21	8
1	12	7	16	3

23	20	15	8	25
14	9	24	21	16
19	22	13	4	7
10	5	2	17	12
1	18	11	6	3

23	16	21	8	25
12	7	24	15	20
17	22	13	4	9
6	11	2	19	14
1	18	5	10	3

23	10	5	18	25
14	19	24	11	6
9	22	13	4	17
20	15	2	7	12
1	8	21	16	3

41. Les routes trouvées ci-dessus pour un quarré de 25 cases se peuvent ainsi disposer qu'elles remplissent un quarré de 100 cases, en sorte que la route devienne rentrante en elle-même. Voici un tel quarré de 100 cases.

30	41	46	37	32	53	60	67	72	55
47	36	31	40	45	68	73	54	61	66
42	29	38	33	50	59	52	63	56	71
35	48	27	44	39	74	69	58	65	62
28	43	34	49	26	51	64	75	70	57
7	20	25	14	1	76	99	84	93	78
12	15	8	19	24	89	94	77	98	85
21	6	13	2	9	100	83	88	79	92
16	11	4	23	18	95	90	81	86	97
5	22	17	10	3	82	87	96	91	80

où les nombres sont disposés en quatre quartiers, dont chacun contient la même route.

42. Avant que de finir, j'ajouterai encore quelques autres figures, & parmi les rectangulaires, la plus simple que le cavalier puisse parcourir, est de 12 cases, la largeur contenant 3, & la longeur 4, dont voici quelques routes:

10	7	2	5
1	4	9	12
8	11	6	3

3	6	11	8
12	9	2	5
1	4	7	10

3	6	9	12
8	11	2	5
1	4	7	10

12	9	6	3
1	4	11	8
10	7	2	5

Mais on voit aisément, que des routes rentrantes ne sauroient ici avoir lieu. Si la largeur contient trois cases, & la longueur 5 ou 6, il est impossible de les parcourir: mais, donnant à la longueur 7 ou plusieurs cases, on pourra réussir, pourtant sans rentrer:

3	8	5	18	15	10	13
6	19	2	9	12	21	16
1	4	7	20	17	14	11

15	18	21	2	5	8	11
20	1	16	13	10	3	6
17	14	19	4	7	12	9

Or, si nous donnons 4 cases à la largeur, & 5 ou plusieurs à la longueur, on aura ces routes:

14	7	20	3	16
19	2	15	8	11
6	13	10	17	4
1	18	5	12	9

16	7	22	3	18	11
23	2	17	12	21	4
8	15	6	19	10	13
1	24	9	14	5	20

20	7	26	13	18	5	24
27	14	19	6	25	12	17
8	21	2	15	10	23	4
1	28	9	22	3	16	11

43. Jusqu'ici les routes rentrantes en elles-mêmes ne peuvent pas avoir lieu; mais, donnant 5 cases à la largeur, & 6 à la longueur, on pourra aussi remplir cette condition, de même que dans tous les autres rectangles, dont le nombre des cases est pair, pourvu qu'il n'y ait pas moins de 5 cases dans un côté. En voici des exemples:

3	20	13	24	5	18
12	29	4	19	14	25
21	2	23	8	17	6
28	11	30	15	26	9
1	22	27	10	7	16

30	21	6	15	28	19
7	16	29	20	5	14
22	31	8	35	18	27
9	36	17	26	13	4
32	23	2	11	34	25
1	10	33	24	3	12

où cette autre figure est un quarré de 36 cases, & la route est non seulement rentrante en elle-même, mais les nombres dans les cases opposées ont partout la même différence de 18.

44. Mais, sans se borner aux figures rectangulaires, on peut former à volonté quantité d'autres figures, où le cavalier peut passer par toutes les cases; dont j'ajouterai quelques unes, qui sont plus simples, & qui admettent même des routes rentrantes en elles-mêmes.

	10	7	
12	5	2	9
3	8	11	6
	1	4	

		14	19		
		7	12		
6	13	20	15	18	11
1	8	5	10	3	16
		2	17		
		9	4		

	1	14	7	22	
15	8	21	32	13	24
2	31	26	23	6	19
9	16	29	20	25	12
30	3	10	27	18	5
	28	17	4	11	

	1	20	7	26	
21	8	27	32	19	14
2	29	12	15	6	25
9	22	31	10	13	18
30	3	16	17	24	5
	10	23	4	7	





RECHERCHES

SUR

LE DÉRANGEMENT DU MOUVEMENT D'UNE PLANETE PAR L'ACTION D'UNE AUTRE PLANETE, OU D'UNE COMETE.

PAR M. J. A. EULER.

En considérant une planete, qui n'étant attirée que par le Soleil décriroit une ellipse selon les loix connues, il est clair que ce mouvement sera dérangé par l'action d'une autre planete, ou d'une comete.

C'est une suite nécessaire du principe général de l'Astronomie, en vertu duquel les corps célestes sont sollicités par les mêmes forces que s'ils s'attiroient mutuellement en raison réciproque du quarré de leurs distances, en y joignant celle de leurs masses.

Or les masses des planetes & des cometes étant très petites par rapport à celle du soleil, l'effet qui résulte de leur action mutuelle doit être très petit à moins que leurs distances ne deviennent assez petites.

C'est cette action mutuelle des planetes, qui est la cause du mouvement de leurs aphélies, & des autres dérangemens dans l'axe & dans l'excentricité de leurs orbites, qu'on observe surtout dans Saturne & Jupiter. De là on ne sauroit douter qu'à l'approche d'une comete le mouvement des planetes ne souffre quelque altération.

Voilà donc un probleme bien important dans l'Astronomie, où l'on demande les dérangemens dans le mouvement d'une planete, qui sont causés par l'action, ou d'une autre planete, ou d'une comete.

Mais

Mais ce probleme est assujetti à des difficultés si insurmontables, qu'on est obligé de se contenter des approximations, qui nous découvrent à peu près les dérangemens que nous cherchons.

Il dépend de l'adresse de l'Analyste de rendre ces approximations aussi simples qu'il est possible, & de les représenter d'une maniere propre à en faire usage dans la pratique. C'est là le but que je me propose dans les recherches présentes.

I. Je regarde le centre du Soleil comme en repos en A, pour y rapporter les lieux des planetes & des cometes; je considére encore deux corps dont chacun décrive autour du Soleil son orbite, qui soit troublée par l'action de l'autre; de sorte que ni l'un ni l'autre ne suive exactement les loix Képleriennes. Je suppose de plus que ces dérangemens sont fort petits; & partant il me sera permis, en cherchant les dérangemens de l'un, de regarder le mouvement de l'autre comme connu & d'accord avec les loix de Képler. Il est indifférent, si ces deux corps marquent l'un & l'autre des planetes ou des cometes, ou bien l'un une planete & l'autre une comete; & partant la même solution servira à déterminer les dérangemens tant d'une planete que d'une comete, entant qu'ils sont produits par l'action d'une autre planete ou comete. Fig. 1.

II. Que le mouvement du corps, dont le mouvement est supposé connu, se fasse dans le plan que la table représente, & que ce corps s'y trouve à présent en P; or l'autre corps, dont le mouvemens est troublé par l'attraction de celui-là, soit présentement en Z hors du plan de la table, où il aura une certaine vitesse selon une certaine direction Zz, par laquelle il décrira dans un instant l'élément Zz. En faisant abstraction du corps P, ce mouvement élémentaire appartiendra à une certaine section conique, ayant l'un de ses foyers en A, dans laquelle le corps continueroit à se mouvoir conformément aux regles de Képler, s'il n'étoit pas assujetti à l'action de l'autre corps P. Or, à cause de cette action, le mouvement du corps Z appartiendra à une nouvelle section conique & pour connoitre ce mouvement, on

n'aura qu'à déterminer pour chaque inſtant cette ſection conique, à laquelle il appartient.

III. Soit donc ☊ΠZ l'orbite à laquelle le mouvement du corps Z appartient à préſent, laquelle coupe le plan de l'orbite de l'autre corps P par la droite A☊, qu'on nomme la ligne des noeuds. Dans cette orbite il faut remarquer la poſition de l'axe, ou le lieu de ſon périhélie, qui ſoit en Π, avec le parametre & l'exentricité. Alors l'angle ΠAZ repréſente l'anomalie vraye, qu'on prend communément depuis l'aphélie pour les planetes; mais, afin qu'on puiſſe appliquer ces recherches au mouvement des cometes, il vaudra mieux de compter l'anomalie vraye depuis le périhélie, ce qui revient au même.

IV. Soit AB une ligne fixe dans le plan du mouvement du corps P, depuis laquelle on compte les élongations ou longitudes, & faiſons les dénominations ſuivantes:

1°. La longitude du corps P, ou l'angle BAP $= \theta$.

2°. Sa diſtance au ſoleil, ou la ligne AP $= u$.

3°. La longitude de la ligne des noeuds, ou l'angle BA☊ $= \psi$.

4°. L'inclinaiſon de l'orbite ☊ΠZ au plan BAP $= \omega$.

5°. Pour la poſition du périhélie Π, l'angle ☊AΠ $= \xi$.

6°. Le demi-parametre de l'orbite ☊ΠZ $= p$.

7°. L'excentricité de l'orbite $= q$.

8°. L'anomalie vraye préſente du corps Z, ou l'angle ΠAZ $= s$.

9°. L'argument de latitude, ou l'angle ☊AZ $= \xi + s = \sigma$.

10°. La diſtance du corps Z au ſoleil, ou la ligne AZ $= v$.

Cela poſé, on aura $v = \frac{p}{1 + q \cos s}$; & le demi-axe de l'orbite ſera

ſera $= \frac{p}{1 - qq}$, que je poſerai dans la ſuite $= r$, de ſorte que p ſoit $= r(1 - qq)$, & $q = \sqrt{\left(1 - \frac{p}{r}\right)}$.

V. Si le mouvement du corps Z n'étoit pas aſſujetti à l'action du corps P, les quantités ψ, ω, ξ, p, q, r, demeureroient les mêmes ſans ſouffrir la moindre altération; mais l'action du corps P cauſera dans ces quantités des changemens continuels, de ſorte qu'elles doivent être cenſées croitre de leurs différentiels $d\psi$, $d\omega$, $d\xi$, dp, dq, & dr, pendant l'élément du tems dt. Pour introduire plus commodément cet élément du tems dt dans le calcul, ſuppoſons que le corps Z acheve dans ce tems l'angle infiniment petit $d\Phi$, & en poſant la maſſe du ſoleil $=$ A, celle du corps P $=$ B, on ſait par les principes de Mécanique, qu'il y aura $d\Phi = \frac{dt\sqrt{2gp(A+B)}}{vv}$. Donc ſi ce corps décrivoit uniformément autour du ſoleil un cercle dont le rayon $= c$, & qu'il parcourût dans le tems dt l'angle élémentaire $d\zeta$, on auroit $d\zeta = \frac{dt\sqrt{2g(A+B)}}{c\sqrt{c}}$, & partant $dt\sqrt{2g(A+B)} = cd\zeta\sqrt{c}$, ou $dt = \frac{cd\zeta\sqrt{c}}{\sqrt{2g(A+B)}}$, d'où, au lieu du tems dt, on pourra introduire l'angle élémentaire $d\zeta$, qui eſt connu par le mouvement moyen. De là on aura donc d'abord $d\Phi = \frac{cd\zeta\sqrt{cp}}{vv}$.

VI. Tout revient donc à déterminer les changemens élémentaires $d\psi$, $d\omega$, $d\xi$, dp, dq, dr, cauſés par l'action du corps P dans l'élément du tems dt, auquel répond le mouvement moyen par l'angle élémentaire $d\zeta$, de ſorte que $dt = \frac{cd\zeta\sqrt{c}}{\sqrt{2g(A+B)}}$, où g eſt une certaine conſtante, qui évanouira du calcul par cette ſubſtitution. Pour cet effet, il faut conſidérer les forces dont les trois corps

 pro-

proposés se sollicitent mutuellement. Posant donc la masse du soleil $= A$, celle du corps $Z = B$, & du corps $P = C$, & les distances $AZ = v$, $AP = u$, & $PZ = w$, le corps Z est attiré immédiatement vers le soleil par la force $ZA = \frac{A}{vv}$, & vers le corps P par la force $ZP = \frac{C}{ww}$. Ensuite, puisque le soleil est attiré vers Z par la force $AZ = \frac{B}{vv}$, & vers P par la force $AP = \frac{C}{uu}$, ces forces doivent être appliquées en sens contraire au corps Z, d'où ce corps sera sollicité, outre les forces précédentes, par une force suivant $ZA = \frac{B}{vv}$, & par une suivant la direction $PA = \frac{C}{uu}$, de sorte qu'en tout le corps Z sera sollicité par ces trois forces,

$$1^\circ.\ \text{selon}\ ZA = \frac{A+B}{vv};\quad 2^\circ.\ \text{selon}\ ZP = \frac{C}{ww};\quad 3^\circ.\ \text{selon}\ PA = \frac{C}{uu}.$$

VII. Maintenant il faut réduire ces forces à des directions fixes. Pour cet effet, baissons de Z sur le plan BAP la perpendiculaire ZY, & de Y tirons à la droite fixe AB la perpendiculaire XY, pour avoir les trois coordonnées $AX = x$; $XY = y$, & $YZ = z$, selon les directions desquelles il faut décomposer les forces trouvées. De là la force $ZA = \frac{A+B}{vv}$, donnera les forces

$$\text{selon}\ XA = \frac{(A+B)x}{v^3};\quad \text{selon}\ YX = \frac{(A+B)y}{v^3};$$

$$\text{selon}\ ZY = \frac{(A+B)z}{v^3}.$$

La

La force $ZP = \frac{C}{ww}$ donnera ces forces

$$\text{ſelon } AX = \frac{C.XQ}{w^3};\quad \text{ſelon } XY = \frac{C.PS}{w^3};\quad \text{ſelon } ZY = \frac{C.ZY}{w^3},$$

ayant tiré perpendiculairement PQ ſur AB, & YS ſur PQ. Donc, puisque $AQ = u \operatorname{cof} \theta$, & $PQ = u \sin \theta$, ces forces seront:

$$\text{ſelon } AX = \frac{C(u \operatorname{cof} \theta - x)}{w^3};\quad \text{ſelon } XY = \frac{C(u \sin \theta - y)}{w^3};$$

$$\text{ſelon } ZY = \frac{Cz}{w^3}.$$

Enfin la force $PA = \frac{C}{uu}$ donne celles-ci

$$\text{ſelon } XA = \frac{C \operatorname{cof} \theta}{uu},\quad \& \text{ ſelon } YX = \frac{C \sin \theta}{uu}.$$

VIII. Donc, pour les directions de nos trois coordonnées, nous aurons les forces ſuivantes:

1°. La force ſelon $AX = -\frac{(A+B)x}{v^3} + \frac{C(u \operatorname{cof} \theta - x)}{w^3} - \frac{C \operatorname{cof} \theta}{uu}$.

2°. La force ſelon $XY = -\frac{(A+B)y}{v^3} + \frac{C(u \sin \theta - y)}{w^3} - \frac{C \sin \theta}{uu}$.

3°. La force ſelon $YZ = -\frac{(A+B)z}{v^3} - \frac{Cz}{w^3}$.

Prenant donc l'élément du tems dt conſtant, & pour g la même conſtante que j'ai employée ci-deſſus, les principes de Mécanique fourniſſent les trois équations différentio-différentielles ſuivantes:

1°.

$$1^\circ.\ ddx = -2g\,dt^2\left(\frac{(A+B)x}{v^3} + \frac{C(x-u\cos\theta}{w^3} + \frac{C\cos\theta}{uu}\right).$$

$$2^\circ.\ ddy = -2g\,dt^2\left(\frac{(A+B)y}{v^3} + \frac{C(y-u\sin\theta)}{w^3} + \frac{C\sin\theta}{uu}\right).$$

$$3^\circ.\ ddz = -2g\,dt^2\left(\frac{(A+B)z}{v^3} + \frac{Cz}{w^3}\right).$$

IX. Introduiſons, au lieu du tems infiniment petit dt, l'angle élémentaire $d\zeta$, qui lui eſt proportionnel, & connu par le mouvement moyen qui répond à la diſtance $= c$ au ſoleil. Ayant donc $2g(A+B)dt^2 = c^3 d\zeta^3$, ſi nous poſons pour abréger $\frac{C}{A+B} = n$, de ſorte que $n:1$ marque le rapport de la maſſe du corps P à la ſomme des maſſes du ſoleil & du corps Z, que je regarde comme connu; nos équations ſe réduiront aux formes ſuivantes;

$$1^\circ.\ ddx = -c^3 d\zeta^2\left(\frac{x}{v^3} + \frac{n(x-u\cos\theta)}{w^3} + \frac{n\cos\theta}{uu}\right).$$

$$2^\circ.\ ddy = -c^3 d\zeta^2\left(\frac{x}{v^3} + \frac{n(y-u\sin\theta)}{w^3} + \frac{n\sin\theta}{uu}\right).$$

$$3^\circ.\ ddz = -c^3 d\zeta^2\left(\frac{z}{v^3} + \frac{nz}{w^3}\right).$$

où l'angle élémentaire $d\zeta$ eſt conſtant. Or les diſtances $AZ = v$, & $PZ = w$ ſont déterminées en ſorte par nos trois coordonnées x, y, z.

$v = \sqrt{(xx+yy+zz}$, donc $vdv = xdx + ydy + zdz$, &

$w = \sqrt{((u\cos\theta - x)^2 + (u\sin\theta - y)^2 + zz)}$, ou bien

$w = (vv + uu - 2u(x\cos\theta + y\sin\theta))$.

X. Tout revient donc à la réſolution de ces trois équations, qui ne ſeroit pas difficile ſi le nombre n étoit $= 0$, ou ſi la maſſe du

du corps P évanouiſſoit. Or faiſons les mêmes opérations, & multiplions d'abord la 1e. par $2dx$, la 2e. par $2dy$, & la 3e. par $2dz$ pour avoir cette ſomme, à cauſe de $xdx + ydy + zdz = vdv$

$$2dxddx + 2dyddy + 2dzddz = -2c^3 d\zeta^2 \left(\frac{dv}{vv} + \frac{nvdv}{w^3} - nu(dx\cos\theta + dy\sin\theta)\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)\right),$$

qui étant intégrée, autant qu'il ſe peut, donne:

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = 2c^3 d\zeta^2 \left(E + \frac{1}{v} - n\int\frac{vdv}{w^3} + n\int u(dx\cos\theta + dy\sin\theta)\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)\right),$$

ayant introduit une conſtante arbitraire E. Ici il faut remarquer que $dx^2 + dy^2 + dz^2$ exprime le quarré de l'élément Zz, lequel, poſant l'angle élémentaire ZAz $= d\phi$, étant auſſi $= dv^2 + vvd\phi^2$, nous aurons cette équation:

$$dv^2 + vvd\phi^2 = 2c^3 d\zeta^2 \left(E + \frac{1}{v} - n\int\frac{vdv}{w^3} + n\int u(dx\cos\theta + dy\sin\theta)\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)\right),$$

où les termes affectés par n n'ont pas admis l'intégration.

XI. Enſuite la premiere par y, moins la ſeconde par x, donnera

$$yddx - xddy = -c^3 d\zeta^2 \left(-nu(y\cos\theta - x\sin\theta)\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)\right), \text{ ou}$$

$$yddx - xddy = d.(ydx - xdy) = nc^3 ud\zeta^2 (y\cos\theta - x\sin\theta)\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right).$$

De même la premiere par z moins la troiſieme par x donne

$$zddx - xddz = -c^3 d\zeta^2 (-nuz\cos\theta)\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right), \text{ ou}$$

$$zddx - xddz = d.(zdx - xdz) = nc^3 uzd\zeta^2 \cos\theta\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right).$$

Enfin

Enfin la seconde par z, moins la troisieme par y, fournit:

$$zddy - yddz = -c^3 d\zeta^2 (-nuz \sin\theta)\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right), \text{ ou}$$

$$zddy - yddz = d.(zdy - ydz) = nc^3 uzd\zeta^2 \sin\theta\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right).$$

Voilà donc encore trois équations qui seroient intégrables, si le nombre $n = \frac{C}{A + B}$ ou la masse du corps P, évanouissoit.

XII. Maintenant il faut chasser les coordonnées x, y, z, & introduire à leur place les élémens de mouvement exposés ci-dessus. Dans cette vue tirons de Y sur la ligne des noeuds A☊ la perpendiculaire YN, & la droite ZN y étant aussi perpendiculaire, l'angle ZNY sera égal à l'inclinaison de l'orbite ☊AZ sur l'orbite BAP, & partant $ZNY = \omega$. Donc, puisque que l'angle $☊AZ = \xi + s = \sigma$, le triangle rectangle ZAN donne

$$AN = v \cos\sigma, \quad \& \quad ZN = v \sin\sigma.$$

D'où le triangle rectangle ZNY fournit

$$YN = v \sin\sigma \cos\omega, \quad \& \quad YZ = v \sin\sigma \sin\omega.$$

De là, ayant posé l'angle $BA☊ = \psi$, on aura

$$AX = v\cos\sigma\cos\psi - v\sin\sigma\cos\omega\sin\psi, \ \& \ XY = v\cos\sigma\sin\psi + v\sin\sigma\cos\omega\cos\psi,$$

& partant nos trois coordonnées x, y, z, seront

$$x = v(\cos\sigma\cos\psi - \sin\sigma\sin\psi\cos\omega); \ y = v(\cos\sigma\sin\psi + \sin\sigma\cos\psi\cos\omega);$$
$$z = v\sin\sigma\sin\omega.$$

XIII. Substituons successivement ces valeurs dans nos formules; & d'abord pour la distance $PZ = w$, nous aurons:

$$x\cos\theta + y\sin\theta = v(\cos\sigma\cos(\theta - \psi) + \sin\sigma \sin(\theta - \psi)\cos\omega).$$

Où il est bon de remarquer que, menant YM perpendiculaire à AP, on aura $AM = x\cos\theta + y\sin\theta$, à cause de l'angle $BAP = \theta$.

Donc

Donc, puisque ZM eſt perpendiculaire à AP, la fraction $\frac{AM}{AZ} = \frac{x \cos\theta + y \sin\theta}{v}$ exprime le coſinus de l'angle PAZ, ou de la diſtance de deux corps P & Z vue du ſoleil. Donc ſi nous poſons cet angle $PAZ = \lambda$, à cauſe de $x \cos\theta + y \sin\theta = v \cos\lambda$, nous aurons la diſtance

$$PZ = w = \sqrt{(vv + uu - 2vu \cos\lambda)},$$

& l'angle λ ſera déterminé par les autres élémens en ſorte

$$\cos\lambda = \cos\sigma \cos(\theta - \psi) + \sin\sigma \sin(\theta - \psi) \cos\omega,$$

Or, pour trouver de là plus commodément la diſtance w, on n'a qu'à chercher un angle ν, de ſorte que $\tan\nu = \frac{v \sin\lambda}{u - v \cos\lambda}$, & alors on aura $w = \frac{v \sin\lambda}{\sin\nu}$.

XIV. Enſuite, pour la formule $y \cos\theta - x \sin\theta$, qui entre dans la valeur de $d.(ydx - xdy)$, nous aurons en ſubſtituant les valeurs de x & y:

$$y\cos\theta - x\sin\theta = v(-\cos\sigma \sin(\theta - \psi) + \sin\sigma \cos(\theta - \psi)\cos\omega).$$

Or $y \cos\theta - x \sin\theta$ exprime la ligne YM, & celle-ci diviſée par AM donne la tangente de l'angle PAY ou de la différence en longitude entre les corps P & M. Donc, ſi nous poſons cet angle $PAY = \mu$, nous aurons:

$$\tan\mu = \frac{-\cos\sigma \sin(\theta - \psi) + \sin\sigma \cos(\theta - \psi) \cos\omega}{\cos\lambda}.$$

d'où l'on trouve l'angle μ, & de là on aura

$$y \cos\theta - x \sin\theta = v \cos\lambda \tan\mu; \quad \text{\& partant}$$

$$d.(ydx - xdy) = nc^3 uvd\zeta^2 \cos\lambda \tan\mu \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right).$$

 XV.

XV. Avant que de passer aux différentiels dx, dy, dz, il faut remarquer un certain rapport entre les différentiels $d\psi$, $d\omega$, & l'angle élémentaire $ZAz = d\phi$; qu'on découvrira le plus aisément par la trigonométrie sphérique, supposant le soleil au centre de la sphére. Soit l'arc de cercle $B\Omega P$ le plan de l'orbite du corps P, que nous regardons comme fixe, & que l'arc ΩZ représente le plan de l'orbite du corps Z à présent. Nous aurons donc $B\Omega = \psi$, $BP = \theta$, l'angle $P\Omega Z = \omega$, & l'arc $\Omega Z = \sigma$. Maintenant à l'instant suivant soit ωZz l'orbite du corps Z qui se trouve alors en z, & nous aurons:

Fig. 2.

$$\Omega\omega = d\psi; \quad P\omega z = \omega + d\omega; \quad \omega z = \sigma + d\sigma; \quad \& \ Zz = d\phi.$$

Donc, tirant l'arc élémentaire ωo perpendiculaire aux arcs $Z\Omega$ & $z\omega$, à cause de $\Omega o = d\psi \cos\omega$, & $\omega o = d\psi \sin\omega$, on aura $\omega z = \sigma + d\sigma = \sigma + d\phi - d\psi \cos\omega$, & partant $d\phi = d\sigma + d\psi \cos\omega$. De plus le triangle $\Omega Z\omega$ donne cette analogie $\sin \Omega Z : \sin \omega Z = \sin(\omega + d\omega) : \sin\omega$, ou

$$\sin\sigma : \sin(\sigma - d\psi \cos\omega) = \sin(\omega + d\omega) : \sin\omega,$$

donc $(\sin\sigma - d\psi \cos\omega \cos\sigma)(\sin\omega + d\omega \cos\omega) = \sin\sigma \sin\omega$, & partant $d\omega \sin\sigma = d\psi \cos\sigma \sin\omega$, ou $d\omega = \dfrac{d\psi \cos\sigma \sin\omega}{\sin\sigma}$, ou bien $d\omega = d\psi \cot\sigma \sin\omega$.

XVI. Observons donc que $d\omega = \dfrac{d\psi \cos\sigma \sin\omega}{\sin\sigma}$, & $d\sigma + d\psi \cos\omega = d\phi$, & nous trouverons en différentiant

$$d.\frac{x}{v} = -d\sigma(\sin\sigma\cos\psi + \cos\sigma\sin\psi\cos\omega) - d\psi(\cos\sigma\sin\psi + \sin\sigma\cos\psi\cos\omega)$$
$$+ \frac{d\psi \cos\sigma \sin\omega}{\sin\sigma} \sin\sigma \sin\psi \sin\omega,$$

& partant $d.\dfrac{x}{v} = -d\phi(\sin\sigma \cos\psi + \cos\sigma \sin\psi \cos\omega)$,

donc

donc $= \frac{x\,dv}{v} - v\,d\Phi\,(\sin\sigma\,\cos\psi + \cos\sigma\,\sin\psi\,\cos\omega)$.

De là même maniere on aura

$$d.\frac{y}{v} = -d\sigma(\sin\sigma\sin\psi - \cos\sigma\cos\psi\cos\omega) + d\psi(\cos\sigma\cos\psi - \sin\sigma\sin\psi\cos\omega)$$
$$- \frac{d\psi\cos\sigma\sin\omega}{\sin\sigma}\sin\sigma\cos\psi\sin\omega,$$

& partant $d.\frac{y}{v} = - d\Phi\sin\sigma\sin\psi - \cos\sigma\cos\psi\cos\omega)$, donc

$$dy = \frac{y\,dv}{v} - v\,d\Phi\,(\sin\sigma\sin\psi - \cos\sigma\cos\psi\cos\omega).$$

Enfin on obtiendra:

$$d.\frac{z}{v} = d\sigma\cos\sigma\sin\omega + \frac{d\psi\cos\sigma\sin\omega}{\sin\sigma}\sin\sigma\cos\omega = d\Phi\cos\sigma\sin\omega,$$

donc $dz = \frac{z\,dv}{v} + v\,d\Phi\,\cos\sigma\,\sin\omega$.

XVII. De ces formules on conclut premierement:

$$dx\cos\theta + dy\sin\theta = \frac{dv}{v}(x\cos\theta + y\sin\theta)$$
$$- v\,d\Phi\,(\sin\sigma\cos(\theta - \psi) - \cos\sigma\sin(\theta - \psi)\cos\omega.$$

Or, ayant trouvé $x\cos\theta + y\sin\theta = v\cos\lambda$, nous aurons:

$$dx\cos\theta + dy\sin\theta = dv\cos\lambda - v\,d\Phi(\sin\sigma\cos(\theta-\psi) - \cos\sigma\sin(\theta-\psi)\cos\omega),$$

d'où notre premiere équation intégrale du §. X. prendra cette forme

$$dv^2 + vv\,d\Phi^2 = 2c^3 d\zeta^2\left(\mathrm{E} + \frac{1}{v}\right) - 2nc^3 d\zeta^2\int\frac{v\,dv}{w^3} + 2nc^3 d\zeta^2\int u\,dv\cos\lambda\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)$$
$$- 2nc^3\zeta^2\int uv\,d\Phi(\sin\sigma\cos(\theta-\psi) - \cos\sigma\sin(\theta-\psi)\cos\omega)\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)$$

que nous tâcherons de rendre plus simple dans la suite.

 XVIII.

XVIII. Pour les autres formules différentielles, qui renferment dx, dy, & dz, nous aurons d'abord:

$$ydx - xdy = vd\phi((x\sin\psi - y\cos\psi)\sin\sigma - (x\cos\psi + y\sin\psi)\cos\sigma\cos\omega).$$

Or $x\sin\psi + y\cos\psi$ étant $= -v\sin\sigma\cos\omega$, & $x\cos\psi + y\sin\psi = v\cos\sigma$

$$ydx - xdy \text{ fera } = - vvd\phi \cos\omega.$$

Ensuite nous trouverons

$$zdx - xdz = -vd\phi(z\sin\sigma\cos\psi + z\cos\sigma\sin\psi\cos\omega + \cos\sigma\sin\omega),$$

ou en substituant

$$zdx - xdz = -vvd\phi\begin{Bmatrix} +\sin\sigma^2\cos\psi\sin\omega + \sin\sigma\cos\sigma\sin\psi\sin\omega\cos\omega \\ +\cos\sigma^2\cos\psi\sin\omega + \sin\sigma\cos\sigma\sin\psi\sin\omega\cos\omega \end{Bmatrix}$$

& partant $zdx - xdz = - vvd\phi\cos\psi\sin\omega.$

De la même maniere il sera

$$zdy - ydz = -vd\phi(z\sin\sigma\sin\psi - z\cos\sigma\cos\psi\cos\omega + y\cos\sigma\sin\omega),$$

& en substituant:

$$zdy - ydz = -vvd\phi\begin{Bmatrix} +\sin\sigma^2\sin\psi\sin\omega - \sin\sigma\cos\sigma\cos\psi\sin\omega\cos\omega \\ +\cos\sigma^2\sin\psi\sin\omega - \sin\sigma\cos\sigma\cos\psi\sin\omega\cos\omega \end{Bmatrix}$$

par conséquent $zdy - ydz = - vvd\phi\sin\psi\sin\omega.$

XIX. Ayant trouvé ci-dessus l'équation

$$d.(ydx - xdy) = nc^3uvd\zeta^2\cos\lambda\operatorname{tang}\mu\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right),$$

multiplions la par celle-ci $2(ydx - xdy) = - 2vvd\phi\cos\omega$ & l'intégration donnera:

$$(ydx - xdy)^2 = -2nc^3d\zeta^2\int uv^3d\phi\cos\lambda\operatorname{tang}\mu\cos\omega\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right),$$

d'où l'on tire:

$$v^4d\phi^2\cos\omega^2 = -2nc^3d\zeta^2\int uv^3d\phi\cos\lambda\operatorname{tang}\mu\cos\omega\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right),$$

équation à comparer avec les suivantes.

XX.

XX. Traitons les autres équations trouvées dans le §. XI. de la même maniere; & la premiere

$$d.\,(zdx - xdz) = nc^3\, uv\, d\zeta^2 \cos\theta \sin\omega \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right),$$

étant multipliée par $2(zdx - xdz) = -2vvd\Phi \cos\psi \sin\omega$, & intégrée donnera

$$(zdx - xdz)^2 = -2nc^3 d\zeta^2 \int uv^3 d\Phi \cos\theta \cos\psi \sin\sigma \sin\omega^2 \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right),$$

& delà

$$v^4 d\Phi^2 \cos\psi^2 \sin\omega^2 = -2nc^3 d\zeta^2 \int uv^3 d\Phi \cos\theta \cos\psi \sin\sigma \sin\omega^2 \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right).$$

Ensuite l'autre équation

$$d.\,(zdy - ydz) = nc^3\, uv\, d\zeta^2 \sin\theta \sin\sigma \sin\omega \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right),$$

étant multipliée par $2(zdy - ydz) = -2vvd\Phi \sin\psi \sin\omega$, donne par intégration

$$(zdy - ydz)^2 = -2nc^3 d\zeta^2 \int uv^3 d\Phi \sin\theta \sin\psi \sin\sigma \sin\omega^2 \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right),$$

& partant

$$v^4 d\Phi^2 \sin\psi^2 \sin\omega^2 = -2nc^3 d\zeta^2 \int uv^3 d\Phi \sin\theta \sin\psi \sin\sigma \sin\omega^2 \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right).$$

XXI. Ces deux dernieres équations étant ajoutées ensemble, fournissent celle-ci:

$$v^4 d\Phi^2 \sin\omega^2 = -2nc^3 d\zeta^2 \int uv^3 d\Phi \cos(\theta - \psi) \sin\sigma \sin\omega^2 \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right),$$

à laquelle si l'on ajoute encore la premiere du §. XIX. on aura:

$$v^4 d\Phi^2 = -2nc^3 d\zeta^2 \int uv^3 d\Phi (\cos\lambda \operatorname{tang}\mu \cos\omega + \cos(\theta - \psi) \sin\sigma \sin\omega^2) \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right).$$

Or

Or remettant pour $\cos\lambda$ tang μ sa valeur du §. XIV. on aura

$$v^4 d\Phi^2 = -2nc^3 d\zeta^2 \int uv^3 d\Phi(\cos(\theta-\psi)\sin\sigma - \sin(\theta-\psi)\cos\sigma\cos\omega)\left(\frac{1}{w^3}-\frac{1}{u^3}\right).$$

XXII. Les deux équations différentio-différentielles du §. XX. en substituant pour $z\,dx - x\,dz$, & $z\,dy - y\,dz$ leurs valeurs se changeront dans les formes suivantes

$$-\cos\psi\, d.vvd\Phi\sin\omega + vvd\Phi d\psi\sin\psi\sin\omega = nc^3 uvd\zeta^2\cos\theta\sin\sigma\sin\omega\left(\frac{1}{w^3}-\frac{1}{u^3}\right)$$

$$-\sin\psi\, d.vvd\Phi\sin\omega - vvd\Phi d\psi\cos\psi\sin\omega = nc^3 uvd\zeta^2\sin\theta\sin\sigma\sin\omega\left(\frac{1}{w^3}-\frac{1}{u^3}\right)$$

dont celle-là étant multipliée par $\sin\psi$, & celle-ci par $-\cos\psi$, leur assemblage donnera

$$vvd\Phi\, d\psi\sin\omega = -nc^3 uvd\zeta^2\sin(\theta-\psi)\sin\sigma\sin\omega\left(\frac{1}{w^3}-\frac{1}{u^3}\right),$$

d'où l'on tire

$$d\psi = \frac{-nc^3 u d\zeta^2\sin(\theta-\psi)\sin\sigma}{v\,d\Phi}\left(\frac{1}{w^3}-\frac{1}{u^3}\right),$$

& ayant trouvé $d\psi$, on aura $d\omega = \frac{d\psi\cos\sigma\sin\omega}{\sin\sigma}$, & $d\sigma = d\Phi - d\psi\cos\omega$, ou bien

$$d\omega = \frac{-nc^3 u d\zeta^2\sin(\theta-\psi)\cos\sigma\sin\omega}{v\,d\Phi}\left(\frac{1}{w^3}-\frac{1}{u^3}\right), \text{ \&}$$

$$d\sigma = d\Phi + \frac{nc^3 u d\zeta^2\sin(\theta-\psi)\sin\sigma\cos\omega}{v\,d\Phi}\left(\frac{1}{w^3}-\frac{1}{u^3}\right).$$

XXIII. Reprenons maintenant notre première équation, & posons pour abréger

$$\int uv^3 d\Phi(\cos\theta-\psi)\sin\sigma - \sin(\theta-\psi)\cos\sigma\cos\omega)\left(\frac{1}{w^3}-\frac{1}{u^3}\right) = \mathrm{P},$$

&

& nous aurons $v^4 d\Phi^2 = -2nc^3 P d\zeta^2$. Ensuite, soit

$$\int \frac{v\,dv}{w^3} = \text{M}; \quad \int u\,dv \cos\lambda \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right) = \text{N}, \quad \&$$

$$\int uv\,d\Phi(\cos(\theta-\psi)\sin\sigma - \sin(\theta-\psi)\cos\sigma\cos\omega)\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right) = \text{Q},$$

pour reduire l'équation du §. XVII. à cette forme plus simple

$$dv^2 + vv\,d\Phi^2 = 2c^3 d\zeta^2 (\text{E} + \frac{1}{v} - n\text{M} + n\text{N} - n\text{Q}),$$

ou, puisque $vv\,d\Phi^2 = \frac{-2nc^3 P d\zeta^2}{vv}$, à celle-ci:

$$dv^2 = 2c^3 d\zeta^2 \left(\text{E} + \frac{1}{v} - n(\text{M} - \text{N} + \text{Q}) + \frac{n\text{P}}{vv}\right)$$

qu'il s'agit encore de résoudre.

XXIV. Pour cet effet introduisons la valeur $v = \frac{p}{1 + q\cos s}$, où, au lieu d'une variable v ayant maintenant trois p, q, & s, les deux premieres p & q sont déterminées par ces conditions que, prenant ou $s = 0$, ou $s = 180°$, le différentiel dv évanouisse, le premier cas appartenant au périhélie & l'autre à l'aphélie. Ayant donc

$$dv^2 = 2c^3 d\zeta^2 \left(\text{E} + \frac{1 + q\cos s}{p} - n(\text{M} - \text{N} + \text{Q}) + \frac{n\text{P}(1 + 2q\cos s + qq\cos s^2)}{pp}\right)$$

soit $s = 0$, & la premiere condition donne

$$\text{E} + \frac{1+q}{p} - n(\text{M} - \text{N} + \text{Q}) + \frac{n\text{P}(1 + 2q + qq)}{pp} = 0.$$

Soit $s = 180°$, & la condition de l'aphélie donne

$$\text{E} + \frac{1-q}{p} - n(\text{M} - \text{N} + \text{Q}) + \frac{n\text{P}(1 - 2q + qq)}{pp} = 0.$$

De là, prenant tant la somme que la différence, nous aurons

$$E + \frac{1}{p} - n(M - N + Q) + \frac{nP(1 + qq)}{pp} = 0,$$

& $\frac{q}{p} - \frac{2nPq}{pp} = 0$, & $p = -2nP$. Donc puisque $nP = -\frac{p}{2}$, la premiere sera

$$E + \frac{1 - qq}{2p} - n(M - N + Q) = 0,$$

ou $\frac{1 - qq}{p} = -2E + 2n(M - N + Q)$; où posant le demi-axe $= r$, on a $\frac{1 - qq}{p} = \frac{1}{r}$.

XXV. Puisque $E - n(M - N + Q) = -\frac{1 + qq}{2p}$, & $nP = -\frac{p}{2}$, notre équation prendra cette forme:

$$dv^2 = c^3 d\zeta^2 \left(\frac{-1+qq}{p} + \frac{2+2q\cos s}{p} - \frac{1-2q\cos s - qq\cos s^2}{p}\right) = \frac{c^3 qq d\zeta^2 \sin s^2}{p}$$

d'où l'on tire $dv = cq\,d\zeta \sin s \sqrt{\frac{c}{p}}$, où je donne à la racine quarrée la valeur positive, puisqu'en partant du perihélie la distance v est augmentée. Maintenant, puisque $2nP = -p$, notre premiere équation donne $v^4 d\phi^2 = c^3 p d\zeta^2$, ou bien $d\phi = \frac{c\,d\zeta \sqrt{cp}}{vv}$, qui exprime, comme j'ai supposé ci-dessus §. V. le raport entre l'angle élémentaire vrai $d\phi$ & le moyen $d\zeta$ décrit en même tems par le mouvement moyen. Donc, connoissant ce rapport, si nous introdui-

sons

ſons l'angle réel $d\Phi$ au lieu de $d\zeta$, nous aurons $dv = \frac{qvvd\Phi \sin s}{p}$, ou bien $\frac{dv}{vv} = \frac{qd\Phi \sin s}{p}$.

XXVI. Mais, puisque $\frac{1}{v} = \frac{1 + q \cos s}{p}$, nous aurons:

$$\frac{dv}{vv} = + \frac{dp(1 + q\cos s)}{pp} - \frac{dq \cos s}{p} + \frac{qds \sin s}{p} = \frac{qd\Phi \sin s}{p}, \text{ \& de là}$$

$$ds = d\Phi + \frac{dq \cos s}{q \sin s} - \frac{dp(1 + q\cos s)}{pq \sin s}; \quad \text{ou bien}$$

$$ds = d\Phi + \frac{dq \cos s}{q \sin s} - \frac{dp}{qv \sin s} = d\Phi + \frac{vdq \cos s - dp}{qv \sin s}.$$

Ici il faut remarquer que $d\Phi - ds$ exprime l'angle élémentaire, dont le perihélie Π avance dans l'orbite, en regardant le plan de l'orbite comme invariable. Poſant donc la longitude du perihélie dans le plan de l'orbite $= \alpha$, nous aurons

$$d\alpha = d\Phi - ds = \frac{dp - vdq \cos s}{qv \sin s}.$$

XXVII. Pour trouver les changemens élémentaires dp & dq, ayant trouvé $p = -2n\text{P}$, nous aurons:

$$dp = -2nuv^3 d\Phi\, (\cos(\theta-\psi) \sin\sigma - \sin(\theta-\psi) \cos\sigma \cos\omega\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right).$$

Enſuite l'égalité trouvée $\frac{1-qq}{p} = \frac{1}{r} = -2\text{E} + 2n(\text{M}-\text{N}+\text{Q})$

étant différentiée donne $\frac{dr}{rr} = -2n\,(d\text{M} - d\text{N} + d\text{Q})$,

où il faut remarquer que $d\text{Q} = \frac{d\text{P}}{vv} = \frac{-dp}{2nvv}$, de ſorte

que

que $\frac{dr}{rr} = \frac{dp}{vv} - 2n(dM - dN)$. Or, puisque $dv = \frac{qvv\,d\Phi \sin s}{p}$, nous aurons $dM = \frac{qv^3}{pw^3} . d\Phi \sin s$, &

$$dN = \frac{quvv\,d\Phi \cos\lambda \sin s}{p} \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right), \text{ \& partant}$$

$$\frac{dr}{rr} = \frac{dp}{vv} - \frac{2nqvv\,d\Phi \sin s}{p} \left(\frac{v}{w^3} - u\cos\lambda\left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right)\right).$$

XXVIII. Dès qu'on aura trouvé les changemens élémentaires dp & dr, à cause de $\frac{p}{r} = 1 - qq$, on aura $\frac{p\,dr - r\,dp}{rr} = 2q\,dq$, & partant $dq = \frac{p\,dr - r\,dp}{2qrr}$; & de là

$$d\alpha = d\Phi - ds = \frac{dp - v\,dq \cos s}{qv \sin s};$$

d'où l'on connoîtra aussi le véritable accoissement de l'anomalie vraye $ds = d\Phi - d\alpha$. Ensuite, puisque $c^3 d\zeta^2 = \frac{v^4 d\Phi^2}{p}$, nous aurons pour le changement dans la ligne des noeuds:

$$d\psi = - \frac{nuv^3\,d\Phi}{p} \sin(\theta - \psi) \sin\sigma \left(\frac{1}{w^3} - \frac{1}{u^3}\right),$$

& de là $d\omega = d\psi \cot\sigma \sin\omega$, & $d\sigma = d\Phi - d\psi \cos\omega$. Ce sont tous les changemens élémentaires causés par l'action du corps P dans l'orbite du corps Z & son mouvement.

XXIX. Après cette Analyse fort embarrassée, mais qu'il ne sera pas difficile de rendre un peu plus aisée, on est en état d'assigner tous les changemens, qui sont produits dans le mouvement du corps Z & son orbite par l'action du corps P pendant le tems infiniment petit dt, auquel répond l'angle élémentaire $d\zeta$, selon le mouvement moyen. Or, à moins que ces chan-

changemens ne varient très rapidement, on pourra prendre pour dt le tems d'un jour, & ainsi calculer successivement les changemens pour tous les jours de suite. Après chaque jour on pourroit bien corriger les élémens du mouvement du corps Z & de son orbite par les changemens trouvés pour les jours précédens; mais, à moins qu'ils ne soient assés considérables, on pourra se servir toujours des premiers élémens, puisque les changemens suivans n'en souffrent point d'altération sensible. Alors on n'aura qu'à rassembler à la fin tous les changemens trouvés pour chaque élément dans une somme, pour avoir le changement entier, que chaque élément aura souffert pendant le tems proposé.

XXX. Cette méthode semble la plus seure, & en même tems la plus facile pour déterminer, tant les changemens que l'action d'une comete cause dans le mouvement d'une planete, que réciproquement ceux que l'action d'une planete doit causer dans le cours d'une comete. On voit bien que ces dérangemens doivent toujours être réciproques, à moins que l'un des deux corps ne soit extrèmement petit à l'égard de l'autre; & partant il sera bon, en se servant de la même méthode, après avoir calculé les dérangemens de l'un des deux corps proposés, de les calculer aussi pour l'autre; & cela, ou pour chaque jour, ou pour le tems entier pendant lequel ces deux corps agissent sensiblement l'un sur l'autre; & par ce moyen on connoitra les dérangemens que l'un & l'autre de ces deux corps aura souffert pendant leur action mutuelle.

XXXI. Pour comprendre plus clairement, comment cette méthode doit être appliquée à la pratique, je m'en vais mettre devant les yeux toutes les regles qu'il faut suivre dans le calcul, conformément aux formules analytiques que je viens de trouver; & je les rangerai en sorte, comme le but proposé l'exige. D'abord donc, je suppose qu'on sache pour un tems donné les lieux des deux corps Z & P au ciel, avec leurs distances du soleil; ensuite, je suppose qu'on connoisse l'orbite du corps Z pour ce tems, c'est à dire son parametre,

ſon axe & l'excentricité, avec la poſition de ſon perihélie & l'anomalie vraye, & enfin encore la poſition de ſon orbite à l'égard de celui du corps P. De là on connoitra toutes les quantités dont nos formules ſont compoſées. Toutes ces déterminations pouvant être tirées des Tables Aſtronomiques & l'on calculera de jour en jour les changemens cherchés, qu'elles ſubiſſent. Voici donc la route qu'il faut prendre pour faire ce calcul.

Regles pour calculer les dérangemens journaliers.

Fig. 1. XXXII. Connoiſſant pour le tems propoſé les élémens du mouvement de l'un & l'autre corps, qu'on marque ſur l'une & l'autre orbite la ligne des noeuds A☊, avec l'inclinaiſon, & ayant pris ſur l'orbite du corps P, dont le mouvement eſt ſuppoſé régulier, une direction fixe AB, comme celle de ſon perihélie, ſoit:

1°. La longitude du noeud depuis la ligne AB, ou l'angle B A ☊ $= \psi$.

2°. L'inclinaiſon mutuelle des deux orbites $= \omega$.

Enſuite, pour l'orbite du corps Z, ſoit

3°. Le demi-axe $= r$, lequel ſe trouve des tables en prenant la moitié de la ſomme des diſtances du perihélie au ſoleil $= f$, & de l'aphélie $= h$, de ſorte que $r = \frac{1}{2}(f + h)$.

4°. L'excentricité $= q$, laquelle ſe trouve des mêmes diſtances f & h, en ſorte que q ſoit $= \frac{h - f}{h + f}$.

5°. Le demi-parametre $= p$, qui eſt $= r(1 - qq)$, ou bien $p = \frac{2fh}{f + h}$.

6°. La longitude du perihélie Π comptée depuis la ligne des noeuds A☊, ou bien l'angle ☊ A Π $= \xi$.

Enfin

Enfin, pour le tems proposé, soit

7°. L'angle BAP $= \theta$, qui est l'anomalie vraie du corps P, la droite AB étant tirée au perihélie de son orbite.

8°. L'élongation du point P depuis la ligne des noeuds A☊, ou l'angle ☊AP $= \eta$, de sorte que soit $\eta = \theta - \psi$.

9°. La distance du corps P au soleil AP $= u$.

10°. L'anomalie vraie du corps Z ou l'angle ΠAZ $= s$, qui étant comptée depuis le perihélie se trouve, quand on ajoute 180° à l'anomalie vraie tabulaire, qui est prise de l'aphélie.

11°. L'élongation du lieu Z depuis la ligne des noeuds A☊, ou l'angle ☊AZ $= \sigma$, de sorte que soit $\sigma = \xi + s$.

12°. La distance du corps Z au soleil, ou la ligne AZ $= v$, & l'on fait que v est $= \frac{p}{1 + q \cos s}$.

XXXIII. Ayant déterminé tous ces élémens pour le tems proposé, qu'on en calcule les valeurs suivantes:

$$\cos\eta \cos\sigma + \sin\eta \sin\sigma \cos\omega = \cos\lambda, \quad \&$$
$$\cos\eta \sin\sigma - \sin\eta \cos\sigma \cos\omega = \Pi,$$

où λ exprime l'angle PAZ, sous lequel les corps P & Z paroissent éloignés, étant vûs du soleil. Pour l'autre quantité Π dont je me sers seulement pour abréger, il n'importe de savoir ce qu'elle exprime. Or, ayant trouvé l'angle λ, qu'on cherche un autre angle μ que soit

$$\tang \mu = \frac{u \sin\lambda}{u \cos\lambda - v}.$$

qui

qui indique l'élongation du corps P de l'opposition du soleil vue du corps Z. Et de là on trouvera la distance PZ $= w$ par cette formule:

$$w = \frac{u \sin \lambda}{\sin \mu},$$

d'où, prenant c pour la distance moyenne de la terre au soleil, qu'on cherche pour la commodité du calcul les valeurs de ces nombres

$$\frac{c^3}{w^3} = G, \quad \&$$

$$\frac{c^3}{w^3} - \frac{c^3}{u^3} = H.$$

XXXIV. Ensuite, ayant fixé le tems dt d'un jour, ou d'un autre intervalle de tems qu'on jugera convenable, qu'on cherche pour ce tems le mouvement moyen du soleil, qui soit $= d\zeta$, la distance moyenne de la terre au soleil étant posée $= c$, qu'on suppose communement dans les tables $= 100000$, & de là on trouvera l'angle ZAz $= d\phi$, par cette formule:

$$d\phi = \frac{c\, d\zeta \sqrt{cp}}{vv},$$

qui est l'angle que le corps Z parcourt réellement autour du soleil, dans l'intervalle de tems proposé. Cet angle sera exprimé en secondes, dont on se servira pour déterminer les changemens des angles; mais, quand il s'agit des changemens des lignes p & r, il le faut exprimer en parties du rayon supposé $= 1$, en se servant de cette analogie

comme 648000 secondes à 3, 14159265 ainsi l'angle $d\phi$ exprimé en secondes à la quantité cherchée.

Ou

ou bien on ajoutera au logarithme du nombre des fecondes de l'angle $d\phi$, le logarithme 4,6855749, & en retranchant 10 de la fomme, le logarithme reftant donnera la quantité cherchée.

XXXV. Après ces préparations, foit $n:1$ le rapport de la maffe du corps P à la fomme des maffes du foleil & du corps Z, ou feulement à la maffe du foleil, puifque celle du corps Z eft extrèmement petite à l'égard du foleil. Et n fera auffi une très petite fraction, qui feroit $\frac{1}{125000}$ fi la maffe du corps P étoit égale à celle de la terre.

Or alors les changemens caufés dans les élémens de mouvement du corps Z pendant l'intervalle de tems établi feront ainfi que fuit

1°. Pour l'accroiffement du demi-parametre p

$$dp = -\frac{2nuv^3 \Pi H d\phi}{c^3}.$$

2°. Pour l'accroiffement du demi-axe r.

$$dr = \frac{rrdp}{vv} - \frac{2nqrrvvd\phi \sin s}{c^3 p}(Gv - Hu \cos\lambda).$$

3°. Pour l'accroiffement de l'excentricité q

$$dq = \frac{pdr + rdp}{2qrr}.$$

4°. Pofant la longitude du perihélie Π depuis une direction fixe dans l'orbite $= \alpha$, on aura

$$d\alpha = d\phi - ds = \frac{dp - vdq \cos s}{qv \sin s}.$$

& l'anomalie vraye s croitra de

$$ds = d\Phi - d\alpha.$$

5°. La diſtance $AZ = v$ croitra de la particule

$$dv = \frac{qvv\,d\Phi \sin s}{p}.$$

6°. Pour le changement de la ligne des noeuds $A\Omega$, ou de l'angle $BA\Omega = \psi$, on aura

$$d\psi = -\frac{nuv^3\,H\,d\Phi \sin\eta \sin\sigma}{c^3 p} = \frac{dp \sin\eta \sin\sigma}{2p\Pi}.$$

7°. Pour le changement cauſé dans l'inclinaiſon ω

$$d\omega = d\psi \cot\sigma \sin\omega.$$

8°. Pour l'accroiſſement de l'angle $\Omega AZ = \sigma$

$$d\sigma = d\Phi - d\psi \cos\omega$$

9°. Pour le changement de l'angle $\Omega A\Pi = \xi$, on aura

$$d\xi = d\sigma - ds = d\alpha - d\psi \cos\omega.$$

XXXVI. Par ce calcul on trouve non ſeulement les changemens cauſés dans l'orbite du corps Z pendant l'intervalle du tems propoſé dt, mais auſſi le vrai lieu de ce corps pour la fin de ce tems, dont on pourra ſe ſervir dans le calcul de l'intervalle de tems ſuivant. Cependant, ſi ces changemens ſont fort petits, on pourra bien déterminer ce lieu par les premiers élémens, vu que le changement qu'ils auront ſouffert, n'influera pas ſenſiblement ſur les changemens ſuivans. Surtout on y ſera obligé, quand

quand on ne connoit pas la maſſe du corps P, ou le nombre n; & puisque alors les changemens ſeront encore inconnus, il faut après un tems conſidérable faire des obſervations ſur le lieu du corps Z, & en les comparant avec les formules calculées, il ſera aiſé d'en conclure la valeur du nombre n. C'eſt par ce moyen qu'on pourra enſuite repaſſer & rectifier tous les calculs ſuivans.

XXXVII. En repréſentant ces dérangemens, j'ai eu en vue la commodité du calcul, & j'y ai introduit les changemens déjà trouvés pour en déduire plus aiſément les autres. Mais il y a des cas où cette détermination renferme des inconveniens, comme, ſi l'excentricité q étoit très petite ou même évanouiſſante, la formule donnée pour dq ne détermineroit rien, de même que celle pour $d\alpha$; laquelle ne ſauroit abſolument avoir lieu au cas $q = 0$, puisqu'alors tant l'anomalie vraye que le lieu du périhélie perdroient leur ſignification. Mais, quoiqu'il y eût quelque excentricité, le cas $s = 0$ rendroit la formule $d\alpha$ inutile. Pour prévénir cette difficulté, il vaudra mieux de développer ces formules en les réduiſant toutes à l'angle $d\Phi$, ce qui ſervira auſſi à connoitre plus clairement la dépendance de chaque changement des élémens.

XXXVIII. Ayant donc trouvé premierement le changement du demi-parametre p, ſavoir

$$dp = -\frac{2nuv^3 \Pi H d\Phi}{c^3}.$$

on en tirera celui du demi-axe r en ſorte

$$dr = -\frac{2nrrvd\Phi}{c^3}\left(\frac{qGvv\sin s}{p} + Hu\left(\Pi - \frac{qv\cos\lambda}{p}\right)\right),$$

& ſubſtituant ces valeurs, on trouvera pour le changement de l'excentricité

$$dq = \frac{-nvvd\Phi}{c^3}\left(\left(Gv - Hu\,\mathrm{cof}\,\lambda\right)\mathrm{fin}\,s + \frac{\Pi H uv}{p}\left(q + 2\,\mathrm{cof}\,s + q\,\mathrm{cof}\,s^2\right)\right),$$

& enſuite la progreſſion du perihélie dans ſon orbite ſe trouve exprimée en ſorte

$$d\Phi - ds = d\alpha = \frac{nvvd\Phi}{c^3 q}\left(Gv\,\mathrm{cof}\,s - Hu\left(\mathrm{cof}\,\lambda\,\mathrm{cof}\,s + \frac{\Pi\,\mathrm{fin}\,s\,(2 + q\,\mathrm{cof}\,s)}{1 + q\,\mathrm{cof}\,s}\right)\right),$$

laquelle formule n'eſt plus aſſujettie à aucun inconvénient au cas où $s = v$. Mais, hors de ce cas, les formules précédentes ſont plus commodes pour l'uſage du calcul.



MÉMOIRES

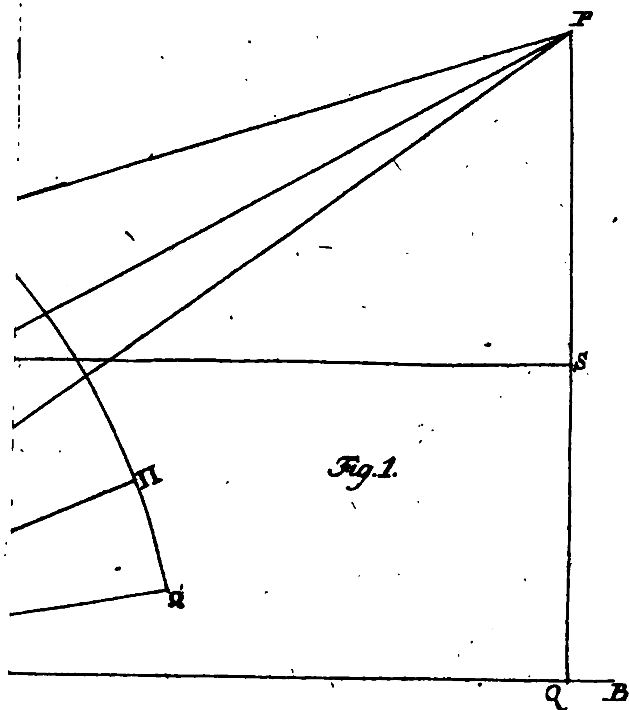


Fig. 1.

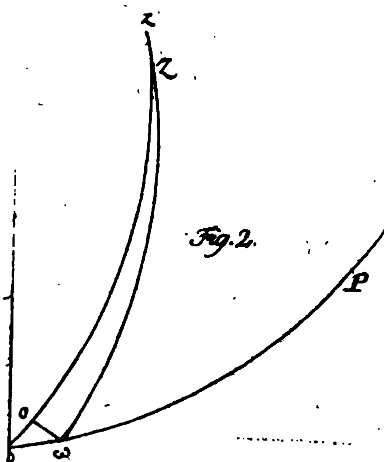


Fig. 2.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

* * *



RÉUNION

DES

PRINCIPAUX MOYENS EMPLOYÉS POUR DÉCOUVRIR L'ORIGINE DU LANGAGE, DES IDÉES ET DES CONNOISSANCES DES HOMMES,

PAR M. FORMEY.

Il n'eſt pas ſurprenant que l'homme ſoit un objet de curioſité pour l'homme; il l'eſt beaucoup plus que cette curioſité ne ſoit pas plus générale, plus vive, plus ingénieuſe & induſtrieuſe à ſe ſatisfaire, plus attentive & appliquée à ſuivre toutes les voyes qui peuvent conduire à ce but. A proprement parler, il n'y a qu'une choſe qui nous intéreſſe, c'eſt de bien ſavoir ce que nous ſommes. Naitre, vivre & mourir au ſein des Sociétés, ſur le pied où elles ſont à préſent, eſt un état peu propre à favoriſer nos recherches & nos découvertes à cet égard. Nous prenons continuellement pour naturel ce qui n'eſt que factice; & quoique la nature fourniſſe inconteſtablement un fonds, une aptitude, une capacité, nous ne ſaurions déterminer avec préciſion en quoi cela conſiſte.

Ici comme partout ailleurs on conſulte la raiſon & l'expérience. Le Philoſophe bâtit des Syſtèmes; il les fonde ſur des Obſervations; il s'efforce de multiplier le nombre de ces Obſervations, afin qu'elles lui fourniſſent de nouveaux principes, propres à étendre & à affermir ſa théorie. L'Eſſai de Locke ſur l'Entendement, & la Pſychologie de Mr. Wolff, contiennent inconteſtablement des détails, des déve-

développemens, qui répandent un grand jour sur les opérations de l'ame, sur la subordination de ses facultés, leur liaison, & la maniere dont elles concourent à se perfectionner réciproquement. Mais tout cela ne nous mene pas bien loin dans la connoissance de l'état originaire, primitif, & purement naturel de l'ame. Que nous recevions toutes nos idées par les sens, ou que l'ame les produise par une force qui lui est propre, à l'occasion des impressions qu'éprouvent nos organes, tout cela est assez indifférent à ceux qui voudroient savoir ce que seroit & ce que feroit une ame qui ne recevroit absolument aucun secours pour l'acquisition des idées, & pour la formation du langage.

Deux Métaphysiciens modernes ont fait de plus grands efforts, & ont tenté une analyse qui leur a paru propre à montrer l'ame dans tous les états dont elle est susceptible, à commencer par les plus simples qu'on puisse concevoir. La supposition d'une Statue qui n'obtient que successivement l'exercice des cinq sens, leur a paru une clé suffisante pour la solution de toutes les questions qu'on peut former sur l'ame. Mr. l'Abbé de Condillac a devancé M. Bonnet, au moins par rapport à la publication de son Ouvrage; mais M. Bonnet a été beaucoup plus loin que Mr. l'Abbé de Condillac; sa marche est tout autrement analytique; ses définitions sont plus exactes; & surtout la maniere dont un état de l'ame conduit à l'autre, une faculté réduite en acte sert à exciter l'exercice d'une autre, est déterminée avec une précision dont on n'avoit point encore d'exemple. Cependant je suis dans l'idée que tout cela ne nous apprend rien, premierement par rapport à la nature même de l'ame, à sa distinction réelle d'avec le corps, à sa spiritualité, si tant est que, contre l'intention manifeste de ces Philosophes, & surtout de M Bonnet, cela ne favorise pas des conséquences tout opposées, cela n'applanisse pas les voyes du matérialisme & du simple méchanisme; en second lieu, & c'est l'objet actuel de mes réflexions, cela n'apprend rien non plus quant à l'état primitif de l'ame, à la maniere dont elle acquiert ses premieres idées, & à l'usage qu'elle en feroit, si elle étoit entierement destituée de tout secours. L'homme n'est point une Statue, & ne se trouve jamais dans le cas de

la

la Statue représentée dans ces Ouvrages. Il ouvre, tout à la fois, les yeux, les oreilles, les narines; il goûte, il touche en même tems; ces impressions se mêlent & se croisent dès leur origine; elles donnent des résultats tout différens de ceux qu'on tire de l'état d'un être organisé qui commenceroit par flairer, & n'acquerroit l'exercice des sens que l'un après l'autre. Après cela, en laissant passer la supposition, je crois que c'est très gratuitement qu'on fait naître dans l'ame, immédiatement après la premiere sorte de sensation, après quelques actes réitérés de l'odorat, le plaisir, le desir, l'attention, la mémoire. Une ame logée dans un corps tel que le nôtre, tant qu'elle ne feroit que sentir une rose, un oeillet, & passer par les alternives de ces odeurs substituées les unes aux autres, seroit, à ce que je crois, fort éloignée de l'exercice des facultés proprement dites; elle ne sortiroit jamais de l'état de simple perception; ses représentations seroient fort inférieures à celles du limaçon, ou de l'huître à l'écaille; je les comparerois tout au plus à la fin d'un songe qui est sur le point de s'effacer, & de s'absorber dans l'état d'un profond sommeil. Je ne blâme point toutes ces spéculations; quand elles ne serviroient qu'à exercer l'esprit, c'est une utilité réelle, & que par malheur trop peu de Livres sont propres à procurer. Mais il faut bien se garder d'un enthousiasme, qui feroit croire que ce sont des découvertes réelles, ou du moins des découvertes qui nous mettent au fait de ce que nous desirons principalement de savoir sur l'état naturel & primitif de l'ame.

Les Observations ne promettent guères plus de succès. Ces Observations peuvent être physiques ou historiques Les premieres puiseroient dans une connoissance plus exacte de la structure intérieure de l'homme, dans l'anatomie du cerveau de sujets de toutes sortes, Patagons & Lapons, Négres & Blancs, jeunes & vieux, sains ou malades, insensés ou raisonnables, affectés par la boisson, l'opium &c. ou dans l'état ordinaire. Je crois que c'est peine perdue que de s'enfoncer dans cette route: les caractères tracés dans le cerveau sont indéchiffrables; la maniere dont l'ame les lit, inexpliquable. On rencontreroit plutôt un surcroit d'embarras dans certains faits extraordinaires

où les plus étranges léſions du cerveau n'ont pas préjudicié à l'exercice des facultés de l'ame. Ce ſont là des myſtères, des profondeurs, dont l'eſprit humain ne viendra jamais à bout.

Les Obſervations hiſtoriques ne peuvent avoir pour objet que les enfans & les Sauvages. Il eſt ſans doute très-curieux de voir dans les premiers les progrès de la connoiſſance & du langage, & dans les autres les divers degrés auxquels s'arrêtent les hommes lorſque des ſecours ultérieurs leur manquent. Mais, quand on aura formé des volumes entiers de faits bien avérés, de remarques les plus judicieuſes du monde ſur ces faits, qu'eſt-ce que tout cela nous apprendra, ſinon ce que nous ſavions déjà, que nous ſommes ce que la ſituation où nous naiſſons, & où nous vivons, nous fait? Les enfans trouvés dans les forêts, le ſourd & muet de Chartres, & d'autres cas de cette nature, ne nous en diſent pas davantage.

Je voudrois ſavoir ce que feroit l'homme, & ſurtout ce que feroit un nombre, une troupe d'hommes, & même une ſuite de générations, ſi ces individus étoient entierement abandonnés à eux-mêmes, au moins autant que la choſe feroit poſſible, ſans les laiſſer périr. Il y auroit, ce me ſemble, une Expérience à faire, dont je vais donner le projet, ou plutôt l'ébaucher, laiſſant à ceux qui le jugeront digne de quelque attention le ſoin d'y apporter toutes les amplifications, reſtrictions, ou autres modifications qu'ils jugeront convenables. Il ne réſultera pas de l'exécution de ce projet un plus grand degré d'évidence ſur la nature de l'ame, & ſur le comment de ſon commerce avec le corps. Mais je ſuis bien trompé, ou l'on approcheroit par la voye que je vais indiquer de la ſolution de queſtions, qui me paroiſſent encore plus intéreſſantes; ce ſont celles de l'origine de l'homme, du langage, & des ſociétés. Sans parler des Athées qui rapportent tout au hazard, & veulent le faire paſſer pour un principe qui ſuffit à rendre raiſon de tout ce que nous voyons, de l'ordre & de la régularité que nous admirons dans les ouvrages de la Nature, & dans les productions dues à l'induſtrie des hommes; il y a des Philoſophes religieux qui adoptent la ſuppoſition d'un prétendu état de nature

qui

qui n'a jamais existé, & qui ne pourroit exister. Des hommes jettés sur la face de la terre sans langage, sans connoissances, demeureroient les plus imparfaits des animaux, ou plutôt n'y subsisteroient pas jusqu'à la seconde génération. C'est là dessus que doit rouler toute l'Expérience à laquelle j'invite; & je me persuade que son issue confirmeroit merveilleusement les vérités historiques que l'Ecriture sainte nous enseigne; elle ne nous permettroit pas de douter qu'il faut non seulement que le genre humain ait commencé, mais encore que les premiers hommes, ou le premier homme & la premiere femme, qui ont été la tige de tous les autres, ayent été créés avec l'usage de la parole, aussi bien qu'avec un certain fond de connoissances, dont la raison les a mis en état de tirer tout ce qui étoit nécessaire à leur conservation; après quoi cette même raison a bâti dans la suite le vaste & brillant édifice de toutes les Sciences, portées au point où nous les voyons aujourd'hui. Si l'on peut constater que l'homme demeure brute sans ces secours primitifs, je ne vois pas comment on pourroit refuser sa créance à la Révélation qui nous montre seule d'où l'homme plus qu'animal vient.

J'ai dit que des Philosophes religieux admettent des suppositions qui sont contraires à la these que j'ai dessein d'établir; cela m'engage à faire connoitre l'occasion purement fortuite qui m'a engagé à méditer sur ce sujet, & à vous en entretenir. M. Michaelis, célébre Professeur de Goettingue, qui a remporté le Prix de l'Académie en 1759. vient de publier une traduction françoise de sa Dissertation, qu'il a enrichie de divers supplémens. Le plus considérable est celui qui concerne la possibilité d'une Langue savante, ou universelle. Sans toucher à cette question sur laquelle ce Savant dit d'excellentes choses, je ne m'attache qu'à ces paroles incidentes. „Le penchant à „associer les idées aux sons est naturel à l'homme; & si en naissant „nous n'avions pas trouvé une langue toute préparée, nous n'eussions „pas tardé à en inventer une." De cette these énoncée purement & simplement, comme si elle ne pouvoit souffrir aucune contradiction, résulte un problème dont M. Michaelis voudroit que l'Académie fit

une nouvelle Queſtion pour un de ſes Prix, ſavoir: *Comment le langage peut-il prendre naiſſance chez des hommes qui en ſont dépourvus, & par quels degrés y peut-il parvenir à la perfection où nous le voyons?* Je nie également le principe & la conſéquence: je crois que ſi des hommes naiſſoient ſans langage, & avec cela dans les autres circonſtances où je vais les repréſenter, & où il faut néceſſairement les placer pour déterminer l'état de la queſtion, ils n'inventeroient jamais, ni une langue, ni même les choſes les plus ſimples & les plus indiſpenſablement néceſſaires à leurs beſoins; d'où s'enſuit que la Queſtion ſur la maniere dont le langage naîtroit & ſe perfectionneroit n'eſt ſuſceptible d'aucune diſcuſſion. M. Michaelis, ni moi, ne pouvons faire que raiſonner ſans nous arroger le droit de décider: & quelque déférence que j'aye pour ſes lumieres, je conſerve le droit d'oppoſer mes raiſonnemens aux ſiens, en ſuivant les régles de cette décence ſans laquelle l'étude des lettres deviendroit indigne de l'application des honnêtes gens. Mais je voudrois qu'une Expérience bien faite, bien ſuivie, pouſſée juſqu'à la conviction, trenchât le noeud que nous ne ſaurions dénouer; & c'eſt à quoi tend mon Projet. Je ne ſache pas qu'il ait encore été tenté; car je compte pour rien ce qu'on rapporte d'un Roi d'Egypte, qui fit nourrir quelques enfans ſans leur apprendre à parler juſqu'à ce qu'ils pouſſaſſent un premier ſon articulé, & conclut de ce ſon, qu'il s'imagina bonnement appartenir à la Langue naturelle, à laquelle des Langues connues, on pouvoit adjuger la prérogative d'être la Langue primitive. Je crois qu'il n'y a d'autre Langue primitive que celle que le premier homme a parlée parce que Dieu la lui avoit appriſe. Je le crois, dis-je, fondé ſur la réflexion; mais je ſerois ravi de le croire d'après des faits, qui produiſiſſent une conviction univerſelle.

Je voudrois qu'un Prince, (car il n'y a que des Princes, ou Magiſtrats ſouverains, qui puiſſent former l'entrepriſe, & la ſoutenir dans toute ſa durée,) je voudrois dis-je, qu'un Prince fit prendre un certain nombre d'enfans qui naîtroient à peu près dans le même tems, dans la même ſemaine, dans le même mois, dix par exemple de chaque

que sexe, & qu'on les confiât à des nourrices qui en eussent tout le soin requis, sous la condition expresse de ne jamais prononcer un seul mot en leur présence. On laisseroit pousser à ces enfans leurs cris naturels de joye ou de douleur, sans y intervenir en aucune maniere, qu'en leur donnant ce dont ils auroient besoin. Les nourrices, après les avoir allaités pendant un an, continueroient à leur donner des alimens, à leur apprendre à marcher, à les tenir dans un état de propreté, & les mettre même en état de manger, de s'habiller, & de se suffire à eux-mêmes pour tous les besoins naturels. Il ne s'agiroit pendant tout ce tems là que d'observer rigoureusement la loi du silence. Je pense qu'on ne me contestera pas qu'à trois ans ces enfans ne parleroient point, & n'auroient aucune idée de la parole.

Alors je rassemblerois ces enfans, & je commencerois à les faire vivre ensemble. Ils feroient absolument tout ce qu'ils voudroient, sans aucune gêne, hormis les cas où ils pourroient se blesser imprudemment, ou se maltraiter les uns les autres. Leurs surveillans ne les perdroient point de vue, mais ne leur donneroient aucune instruction ni direction sur quoi que ce soit. Le lieu où ils seroient renfermés seroit assez spacieux pour qu'ils y pussent courir en liberté, & voir les principaux objets de la Nature. Des prairies, un bois, une riviere, ou du moins un étang, des animaux, ils verroient tout, mais on ne leur diroit rien. On ne sauroit disconvenir que ce ne fut un amusement très réjouissant, & en même tems très philosophique, que de considérer toutes leurs allures, toutes les démonstrations par lesquelles ils témoigneroient leurs desirs, & en général la maniere dont ils exprimeroient les idées sans doute très confuses qui occuperoient leurs esprits. Il faudroit leur cacher toutes les manoeuvres des Arts, & leur laisser ignorer la préparation des alimens qu'on leur fourniroit. Des observateurs intelligens les suivroient de maniere à dresser un journal exact de tout ce qu'on remarqueroit dans chaque individu. Le tempérament, le naturel, fourniront des diversités, mais qui ne s'étendroient pas loin en comparaison des effets de l'éducation entée sur ces tempéramens & sur ces naturels.

Après l'enfance viendroient l'adolescence & la jeunesse. On suivroit toujours la même méthode, & l'on verroit alors à quoi les conduiroit le seule passion qu'on puisse supposer en eux; car d'où y viendroient l'ambition, l'avarice, & tout ce qui a pour objet des biens qui leur seroient inconnus? Ils se livreroient sans doute à l'instinct qui sert de principe à la propagation du genre humain. Mais comment le manifesteroient-ils, & par quelles avenues parviendroient-ils à l'accomplissement de leurs desirs? Je crois que tout cela offriroit d'étonnantes singularités, & qu'en général de tels hommes seroient beaucoup plus bêtes que les bêtes. Quoiqu'il en soit, s'il n'y avoit pas de grandes facilités à l'accroissement de cette République, je ne crois pas qu'il y eût des obstacles insurmontables. Qu'il naisse donc des enfans dans le sein de cet état naturel; & qu'on voye ce que les Meres en feront. Elles ignoreront ce qui leur arrive lorsqu'elles mettront leur semblable au monde: il faudra, cela va sans dire, les servir & les soigner. Mais elles ignoreront aussi ce qu'il faut faire de l'enfant nouveau-né; & comme celui-ci n'ira pas chercher de lui-même la mammelle, la mère ne s'avisera probablement pas de la lui donner. Cette observation particuliere seroit presque décisive pour juger si de pareilles sociétés pourroient subsister par elles-mêmes. Et si elles ne pourroient pas subsister, il seroit inutile d'examiner comment le langage y naîtroit & s'y perfectionneroit?

Que ces enfans reçoivent aucune teinture d'éducation, c'est ce qu'on ne sauroit supposer.. Peut-être que tout au plus les peres & meres répéteroient à leur égard ce qu'on a fait pour eux en leur apprennant à marcher, à manger, à se nettoyer; mais ce seroit bien le tout, & le *non plus ultra*. Les années s'écouleroient ensuite, l'âge viril se passeroit dans la même animalité; la vieillesse la termineroit, sans aucun progrès d'idées & de connoissances, & surtout sans aucun dévelopement de la parole. L'usage le plus borné de la parole suppose une convention dont de tels individus me paroissent incapables. Pour parler, il faut vouloir parler; & comment le vouloir, si l'on n'a au-

aucune idée de la parole? Encore une fois l'expérience en décideroit; mais je ne saurois comprendre qu'elle décidât contre mon sentiment.

Les Etats dans lesquels se feroit cette expérience, pourroient multiplier le nombre des individus, & prolonger celui des générations autant qu'ils le jugeront à propos; & plus ils le feroient, plus ils procureroient une approximation voisine de la démonstration. Dans le cas de l'exécution du projet, on pourroit imaginer à tout moment de nouveaux moyens de sonder la capacité de ces enfans de la Nature. On pourroit en transporter des Colonies dans quelque Isle comme celle de Robinson, & se tenir à portée de voir ce que le besoin, la nécessité d'y subsister, leur suggéreroit. On pourroit, après leur avoir caché d'abord les outils & les manoeuvres des Arts, leur en laisser entrevoir quelque chose, pour démêler les idées qu'ils s'en formeroient, le penchant qu'ils auroient à l'imitation, les germes de leur industrie. On pourroit aussi, & l'on ne devroit surtout pas y manquer, prendre de ces individus à tout âge, à dix, à vint, à quarante, à soixante ans, pour les élever, leur apprendre à parler, & les interroger sur ce qui se seroit passé au dedans d'eux avant cette éducation. On sauroit par ce moyen s'ils ont eu des tentations de parler, s'ils ont fait des essais, & à quoi se sont passées les années de leur vie jusqu'alors écoulées quant au dévelopement des facultés de leur ame. Tout cela se réduiroit presque à des privations & à des négations; mais on apprendroit, chemin faisant, bien des choses sur un semblable état, qu'on ignore, ou qu'on ne connoit que très imparfaitement. Si au bout d'un tems quelconque, ou parmi un nombre quelconque, on voyoit les vestiges d'une Langue, l'expérience me condamneroit; encore il y auroit un moyen d'en appeller, sans qu'on puisse m'accuser d'opiniatreté. Le voici.

On a pu & du remarquer dans toute l'exposition de mon projet, que j'accorde aux enfans une suite de secours dont ils sont privés dans l'état purement naturel. On les allaite, on les habille, on les soigne, on pourvoit à leurs besoins; on ne leur refuse que de parler en leur présence, & de leur laisser voir les manoeuvres des Arts &

des

des métiers. Quand dans cette situation leur esprit acquerroit quelque dévelopement auquel on ne se seroit pas attendu, on ne sauroit me nier que je ne les aye considérablement mis sur la voye. Des enfans exposés en naissant sont aussitôt la proye de la mort: des enfans de 3 ou 4 ans, de 6 ou 7 même, à qui on ne fourniroit plus aucun secours, ne pourvoiroient pas à leur propre subsistance. Ce sont pourtant ces créatures ainsi abandonnées, au milieu desquelles il faudroit que le langage s'introduisit & se perfectionnât, pour que la these que je combats acquît quelque probabilité. Plus j'y pense donc, plus je crois l'état de pure nature, une vraye chimère, une grossiere absurdité, une contradiction manifeste; plus je m'affermis dans l'idée que l'Etre suprème, Auteur de notre existence, l'est aussi de nos premieres idées, & même du pouvoir habituel que nous avons de les exprimer.

Il seroit donc prouvé par la voye que je viens d'exposer, qu'on examineroit à pure perte le Problème de M. Michaelis; mais en revanche on auroit à peu près résolu celui que le Citoyen de Geneve à énoncé dans l'endroit de la Préface de son Discours sur l'origine & les fondemens de l'inégalité parmi les hommes, où il s'exprime en ces termes. „Ce n'est pas une legere entreprise de démêler ce qu'il y a „d'originaire & d'artificiel dans la nature actuelle de l'homme, & de „bien connoitre un état qui n'existe plus, qui n'a peut-être jamais „existé, qui probablement n'existera jamais, & dont il est pourtant né„cessaire d'avoir des notions justes pour bien juger de notre état pré„sent. Il faudroit même plus de Philosophie qu'on ne pense à celui „qui entreprendroit de déterminer exactement les précautions à pren„dre pour faire à ce sujet de solides Observations: & une bonne solu„tion du problême suivant ne me paroîtroit pas indigne des Aristotes „& des Plines de notre siecle: *Quelles expériences seroient nécessaires „pour parvenir à connoître l'homme naturel? Et quels sont les moyens „de faire ces Expériences au sein de la Société?*"

Je ne sais si la Morale, ou la Religion, s'opposeroient à l'exécution du projet que je viens de proposer. Je le soumets de bon coeur

à

à ceux qui ſont pleinement en droit de décider ſur ces matieres, ou même, ſi l'on veut, aux rigueurs de l'Inquiſition. Qu'on faſſe la choſe, ſi elle eſt faiſable; qu'on ne la faſſe pas, ſi on la trouve ſujette à des inconvéniens: cela m'eſt égal. Ce ſeroit, dira-t-on peut-être, diſpoſer du ſort de Créatures ſur leſquelles nous ne pouvons exercer ce droit: ce ſeroit ſurtout les priver des connoiſſances ſalutaires qui intéreſſent le bonheur éternel de leur ame. Je voudrois qu'on ne fît pas de plus grands abus du droit qu'on a de régler la deſtination des hommes. La plûpart de ceux que l'on employe dans le monde, ſont bien plus à plaindre, plus en danger pour le corps & pour l'ame, que ne le ſeroient ces Citoyens de la République naturelle, qui mourroient à peu près dans le cas des Enfans en bas âge. S'il y a des Sauvages qui trafiquent leurs enfans, ou qu'on pût porter à les trafiquer, (car les leur enlever, ce ſeroit encore une violation du Droit naturel, moindre cependant que bien d'autres qui ſont autoriſées,) on ne feroit preſque aucun tort à ces enfans, en les employant à l'uſage en queſtion. En attendant, je demeure dans l'idée que le réſultat en ſeroit ce qu'il y a jamais eu de plus inſtructif, qu'il mettroit fin à bien des controverſes ſtériles, & des vaines déclamations. La Médecine ne perdroit pas non plus ſon tems à conſidérer l'état de ſanté & les maladies de ces hommes, exempts de la plus dangereuſe de toutes les contagions, celle des paſſions & des vices.





EBAUCHE
DU SYSTEME DE LA COMPENSATION.
PAR M. FORMEY.

Quelque idée qu'on ſe faſſe de la doctrine de l'Optimiſme, il y a néceſſairement un ſens dans lequel tout eſt bien. Quand le Monde ſeroit l'effet de cauſes aveugles & fortuites, ce qui réſulte de ces cauſes ſeroit ce qu'elles peuvent arranger & produire de meilleur, ſoit que des combinaiſons néceſſaires euſſent réglé de toute éternité les choſes comme nous les voyons, ſoit qu'une ſuite d'eſſais, de tâtonnemens, de jets ſucceſſifs, eût enfin amené la décoration préſente de l'Univers. Que pourroit-on prétendre de plus de cauſes ſemblables? Elles auroient fait, elles continueroient à faire, tout ce qu'elles peuvent, & pour ainſi dire, doivent faire. La critique ſeroit déplacée, & la plainte inutile.

Mais l'eſprit humain, ou du moins la raiſon dévelopée juſqu'à un certain point, ne ſauroient acquieſcer à de pareilles notions, admettre des cauſes auſſi diſproportionnées à leurs effets. L'Univers annonce ſon Auteur; il l'annonce encore plus au vrai Philoſophe qu'au vulgaire. Le langage des Cieux eſt plus intelligible à celui qui a voyagé, pour ainſi dire, dans ces immenſes régions qu'au ſpectateur pour qui le Firmament n'eſt qu'une voûte brillante. Plus on étudie la Nature, plus on parvient à ſe convaincre qu'elle eſt ſubordonnée à une Cauſe dont l'intelligence & le pouvoir ſont ſans bornes. Alors il eſt bien naturel de ſe perſuader qu'elle n'a pu vouloir & exécuter le grand ouvrage de la Création que pour y mettre l'empreinte la plus lumineuſe de ſes perfections, qu'étant indépendante rien ne l'a gênée à cet égard, & qu'elle n'a pu en particulier ſe propoſer d'autre but en

don-

donnant l'être à des Créatures douées de connoiſſance & de ſentiment, ſuſceptibles de bonheur & de malheur, que de les mettre ſur la voye des lumieres les plus pures & des biens les plus ſolides. L'argument *a priori* m'a toujours paru déciſif à cet égard. S'il y a un Dieu, c'eſt à dire, non un Jupiter, ou telle autre Divinité factice, mais un Etre ſouverainement parfait; tout eſt dans l'état le plus accompli dont il ſoit ſuſceptible, au plus haut point de perfection qui lui convient. Les objections les plus ſpécieuſes vont ſe briſer contre ce Rocher; l'homme n'a qu'une choſe à faire, c'eſt de s'appuyer ſur lui, & il deviendra inébranlable comme lui. Oſeroit-on appeller aveugle la confiance qu'un Etre auſſi borné que l'eſt l'homme, met dans l'Etre infini?

Cette confiance n'empêche pourtant pas qu'on n'ait recours à la voye du raiſonnement pour chercher les ſolutions les plus convenables aux difficultés particulieres qui naiſſent de divers objets qui frappent plus vivement nos regards, ou qui intéreſſent plus fortement notre ſenſibilité que les autres. C'eſt du deſſein & du deſir de trouver ces ſolutions que ſont nées pluſieurs recherches judicieuſes & utiles; c'eſt ce qui a produit divers Ouvrages auxquels le titre de Théodicée convient plus ou moins, c'eſt à dire, où les déſordres apparens & les maux à certains égards réels qui exiſtent dans l'Univers ſont expliqués & conciliés avec les perfections divines. Les principes qui ont été employés dans ces Ouvrages ſont trop connus pour que je m'arrête à les retracer ici. Je ne veux inſiſter que ſur une idée qui m'a toujours paru ſuſceptible d'un dévelopement ultérieur à celui qu'elle a reçu juſqu'à préſent. Pour pouſſer ce dévelopement juſqu'où il pourroit aller, il faudroit un Traité dans les formes; je n'annonce & ne promets qu'une ébauche; le peu de tems que j'ai eu pour travailler à ce Mémoire, au milieu d'autres occupations indiſpenſables, ne m'a pas permis d'aller au delà; & ces bornes accidentelles ne différent peut-être pas au fond des bornes réelles de ma capacité.

La compenſation en général eſt ce qui arrive toutes les fois qu'en perdant d'un côté, on gagne de l'autre, & réciproquement, de

façon que la plus longue ſuite de ſemblables alternatives n'apporte aucun changement réel à l'état, à la force, aux propriétés des choſes qui y ſont aſſujetties. Le coup d'oeil de l'Univers eſt bien propre à donner l'idée d'une compenſation phyſique, ſur laquelle je ne m'étendrai pas, parce qu'elle ne fait pas l'objet direct & principal de mes réflexions. Tout ſe ſoutient au milieu de variations perpétuelles, de façon que notre Terre & les Corps celeſtes, depuis le tems des Obſervations connues, ne paroiſſent avoir ſubi aucun changement eſſentiel, & qui en menace la conſtitution. Je laiſſe aux Géometres à déterminer quelle eſt l'efficace des loix de l'équilibre, du principe de la moindre action, ou de telle autre théorie qui ſert de baſe à la connoiſſance de l'Univers. Je laiſſe aux Aſtronomes, à l'immortel Newton, le ſoin de meſurer les diſtances, de peſer les maſſes, & de régler le cours des Aſtres. Je m'en fie à la ſagacité de ces grands Génies; mais, ſans pouvoir prendre un vol auſſi élevé que le leur, je ſuis auſſi aſſuré qu'eux que le lien & le ciment, pour ainſi dire, de cet immenſe aſſemblage de parties, n'eſt autre choſe qu'un commerce, un échange perpétuel, où des forces oppoſées à d'autres forces, des actions combattues par les réactions, ſe tiennent en échec, & ſe balancent de telle ſorte que tout demeure à ſa place, ſuit ſon cours, & qu'il ne ſe fait pas la moindre fente, la moindre crévaſſe, au ſuperbe édifice du Créateur. Ainſi, quand je vois les Cometes partir d'un terme inconnu, je ne ſuis point inquiet de celui auquel elles parviendront, je ne crains point leurs attentats. Puiſque ces Aſtres appartiennent au Syſtème, je ne doute point qu'ils ne ſoyent aſſujettis aux mêmes loix, enchaînés par les mêmes forces, qui ont fondé le Syſtème & le ſoutiennent. Je ne ſuis pas plus en peine des menaces d'un Telliamed, qui nous préſage une aridité totale, une ſoif mortelle: fort bien funeſte aſſurément pour des animaux tels que nous, qui avons été originairement hôtes des eaux, vrais poiſſons dont les écailles ne ſont pas encore imperceptibles. Auſſi loin que ma vue peut porter dans le tems & dans l'étendue, je n'apperçois rien de plus conſtant que le Monde; & je trouve le principe, le gage, ſi j'oſe m'exprimer ainſi, de cette conſtance

dans

dans ſon inconſtance, qui employe les débris, les fragmens des choſes détruites, à en produire de nouvelles, & à leur donner tout l'éclat & toute la vigueur des précédentes. C'eſt là ce qui préſerve non ſeulement l'Univers de ſa ruïne, ce qui empêchera que jamais aucun Sage puiſſe faire parade de ſa conſtance, de maniere à lui mériter cet éloge :

Si fractus illabatur orbis
Impavidum ferient ruinae.

Mais c'eſt ce qui diſpenſe la Divinité de toute réparation, de toute nouvelle création de forces; c'eſt ce qui devoit empêcher Newton d'appeller au ſecours une main celeſte qui corrige & ſupplée.

La ſolution des Queſtions les plus intéreſſantes tient à ce principe. La fameuſe querelle des Anciens & des Modernes eſt un procès qui ne peut être décidé que par voye d'acommodement. Les Anciens ont eu des prérogatives ſur les Modernes; les Modernes en ont ſur les Anciens. Il ne s'agit pas de les mettre aux priſes: il faut les placer ſur la même ligne. Virgile & Voltaire, Horace & Boileau, Pindare & Rouſſeau, Euripide, Sophocle, Menandre, Ariſtophane, Plaute, Terence, Corneille, Racine, Moliere, ont tous été de grands hommes, & d'auſſi grands hommes les uns que les autres, pour leur tems, & calcul fait de toutes leurs beautés & de tous leurs défauts.

Il en eſt de même en général des ſiecles groſſiers par rapport aux ſiecles éclairés, des contrées ſauvages par rapport aux païs policés. La liqueur des deux tonneaux de Jupiter y coule également; & le mêlange des deux liqueurs y revient finalement à la même choſe. L'ignorance, la ſtupidité, privent les hommes de divers avantages & les exemptent de certains vices: les lumieres, les ſciences, les arts, brillent, échauffent, mais excitent, comme le Soleil dans les beaux jours d'Eté, des vapeurs groſſieres qui forment des orages & des tempêtes. Les hommes ne gagnent jamais ſans perdre, & ne perdent jamais ſans gagner. Les fléaux mêmes qui les déſolent, les cataſtrophes qui les font gémir ou les écraſent, ne ſervent qu'à décharger un des baſſins de la balance qui penchoit trop, & à le remettre en égalité

avec l'autre. Il en eſt comme des évacutions les plus violentes qui débarraſſent le corps, des fievres ardentes qui conſument les humeurs peccantes. Compenſation partout. Le champ qui repoſe cette année, produira au double l'année prochaine.

Cependant la voix du murmure n'eſt pas étouffée. L'amour propre & l'intéret ne ſe payent pas de ſpéculations. Que m'importe que l'Univers gagne ou perde, ſubſiſte ou périſſe, ſi je ſouffre, ſi je m'enfonce dans un limon d'où je ne puis me tirer? Que gagné-je aux victoires qui délivrent ma Patrie, ſi je vois conſumer mon toit & ma maiſon? Ce ſont des compenſations individuelles qu'il faut pour appaiſer tous les plaignans: ſans quoi ils ne ceſſeront d'aſſiéger le Thrône de la Divinité: voyons, ſi nous pourrions leur en fournir: & c'eſt, comme je l'ai dit, ce qui m'occupe principalement dans ce diſcours.

Mais, avant que de m'engager dans l'exécution de ce deſſein, je déclare que je ne prétens point répondre aux plaintes injuſtes que l'amour propre ſuggere perpétuellement aux hommes. Ce n'eſt point la faute de la Providence, ſi perſonne n'eſt content de ſa ſituation: il faut uniquement imputer tout ce que les hommes diſent & font à cet égard, à leur caractere inquiet & remuant, encore plus aux paſſions rongeantes dont ils ſont preſque toujours dévorés. La toute-puiſſance divine ſuffiroit à peine pour exaucer les requêtes importunes des mécontens de cet ordre: mais elles ſont indignes d'être l'objet, ſoit de la ſageſſe, ſoit de la bonté de l'Etre ſupreme.

A plus forte raiſon les maux qu'on s'attire volontairement, & dont le nombre s'étend ſi loin, ne ſauroient-ils être imputés à l'Arbitre des évenemens. Quel dédommagement pourroit exiger celui qui diſſipe follement un bien qui ſuffiſoit à ſa ſubſiſtance, qui travaille opiniâtrément à la ruine d'une ſanté de laquelle il pouvoit ſe promettre une vie longue & exempte d'infirmités, qui prend en un mot le contrepied de tout ce qui pouvoit contribuer à ſa tranquillité & à ſon bonheur? Si le méchant fait une oeuvre qui le trompe, s'il n'y a point de paix pour lui, c'eſt uniquement parce qu'il eſt auſſi méchant, ou même plus, que Dieu n'eſt bon.

Après

Après avoir ainsi écarté toutes les prétentions injustes, je n'admets point non plus une supposition qui joint à un fond de vérité des exceptions trop fortes & trop nombreuses pour devenir un principe, & acquérir force de loi. C'est-celle de l'égalité des conditions, que des Poëtes célébres ont chantée en fort beaux vers, mais n'ont pas prouvée par des argumens fort solides. Ce fond de vérité dont je ne disconviens pas, c'est que les conditions les plus brillantes, & vulgairement réputées les plus heureuses, ont leurs désagrémens, leurs épines, qu'il se mêle des jours nubileux aux jours les plus sereins: & après tout cela revient à dire qu'il n'y a point de bonheur parfait ici bas; notion fondée sur l'expérience la plus invariable. D'un autre côté, les revers, les disgraces, les calamités les plus accablantes, ont certains adoucissemens, certaines ressources, qui en diminuent l'amertume & en allégent le poids. Je reconnois que les choses se passent assez généralement ainsi; mais je me garde bien d'étendre cette supposition & son efficace aussi loin qu'on voudroit le faire. Il y a des vies agréables & douces où l'on jouït d'un bien honnête, d'une santé ferme, de la considération publique, & de plusieurs autres avantages qui font un sort vrayement digne d'envie; tandis qu'il y a d'autres vies où les humiliations, l'indigence, les douleurs, l'opprobre, font un vrai tissu de souffrances. Certains états ont des prérogatives réelles; & d'autres détrimens qui ne sont pas moins réels. C'est une pure déclamation de dire qu'un Roi est aussi à plaindre qu'un forçat, un Crésus qu'un Irus; ce seroit une folie de le soutenir sérieusement. Je renonce donc à la défense de ce genre de compensation; & si j'étois appellé à opter entre des états aussi dissembables, je ne donnerois pas dans la chimere de croire cette option indifférente, & de la remettre au hazard.

Enfin, pour n'omettre aucune des déterminations requises dans tous les cas où l'on veut énoncer une these avec netteté, je ne regarde pas la compensation morale que j'ai en vue, comme se faisant au jour la journée, & d'un instant à l'autre: il suffit qu'elle soit totale & finale, pour justifier les voyes de Dieu, & bannir de nos coeurs toute défiance.

ce. Les hommes ressemblent assez à un jeune garçon dont je ne puis m'empêcher de rapporter ce trait dont j'ai été témoin. On lui avoit dit de mettre de l'argent à la boëte des pauvres en sortant de l'Eglise; & on l'assura que, suivant la formule prononcée par l'Ancien qui le reçoit, Dieu le lui rendroit. Il le fit; mais, avant la fin du jour, il se plaignoit que Dieu ne lui avoit encore rien rendu. Voilà, sinon comme parlent, au moins comme pensent souvent tous ceux qui se croyent lésés par la Providence: ils voudroient que la perte fut aussitôt réparée que soufferte; les délais les impatientent, & les jettent dans toutes sortes de faux raisonnemens. De cette maniere, & s'ils n'étendent pas leurs vues plus loin, ils ne trouveront point d'issue. Les plus saints hommes ont été quelquefois dans cette perplexité; & il suffit de renvoyer là dessus au Pseaume LXXIII. Où est donc l'accord, le contract fait avec la Divinité, par lequel elle s'est engagée à nous accorder une suite non interrompue de biens, sans aucun mélange de maux, ou bien, à faire succéder immédiatement à chaque mal un bien qui ait, dans la plus exacte proportion, la valeur requise pour tenir lieu de dédommagement? La Raison & la Religion n'ont rien qui favorise ces idées; tout ce qu'elles déclarent de concert, ou du moins tout ce qu'on peut déduire par des conséquences légitimes des principes qu'elles nous fournissent, c'est qu'il n'y a rien à risquer, si j'ose ainsi m'exprimer, & à perdre avec Dieu; que, pourvu que l'homme ne se manque pas volontairement à lui-même, son Créateur ne lui manquera pas, & que par un dernier arrêté de compte toutes les justes prétentions seront liquidées de la maniere la plus satisfaisante pour les intéressés.

Si je voulois m'en tenir à la Religion seule, tout seroit décidé, & je finirois ce Discours, comme on finit les Sermons, par la vie éternelle, qui, telle que la Révélation nous la dépeint, & la promet à ceux qui rempliront les conditions nécessaires pour l'obtenir, est non seulement un dédommagement, mais une grace, un don, une effusion de toutes sortes de biens, dont le nombre, le prix, la durée, l'emporteront infiniment sur tous les sacrifices auxquels nous pouvons être ap-

pellés

pellés ici bas. Quiconque admet la certitude de cette compensation, & n'en est pas content, en est assurément indigne.

Mais, indépendamment de la Révélation, & philosophiquement parlant, il y a une Religion naturelle dont les dogmes ont une évidence propre à convaincre & à déterminer ceux qui ne se livrent pas volontairement aux sophismes de l'impiété. Ces dogmes se réduisent à quatre principaux, l'existence de Dieu, la Providence, l'immortalité de l'ame, & la vie à venir. Ces principes suffisent pour mettre au moins sur la voye de la compensation ceux qui seroient tentés de se plaindre des arrangemens actuels, & de croire qu'il leur est échu une dose de malheur qu'ils n'ont pas méritée. Il ne s'agit plus que de les aider dans la recherche de cette compensation, dont je détermine & restrains la nature en ces termes, qui font l'énoncé que j'avois promis, l'objet de ce Mémoire, & la base du système que j'y établis, ou que j'établirois dans un Traité complet sur cette matiere, si j'en composois un. *Tout homme éclairé & vertueux, qui se fera de justes idées de la compensation à laquelle il peut aspirer, & qui employera les moyens convenables pour y parvenir, peut se promettre une réussite infaillible & complette.* Il ne s'agit plus que de décomposer cette assertion, & d'en justifier chaque membre.

Je n'accorde d'abord le privilege de la compensation qu'à un homme éclairé & vertueux; &, comme je ne fais pas intervenir la force prépondérante de la Réligion, je n'entens par là que les lumieres & les vertus dont le bon usage de nos facultés peut nous procurer l'acquisition. Un Socrate, un Aristide, ont pu & du être à portée de se dédommager de tous les maux, de toutes les injustices, auxquelles ils ont été exposés; & il paroit qu'en effet ils ont été beaucoup plus heureux que leurs accusateurs & leurs oppresseurs, ou plutôt qu'ils étoient seuls véritablement heureux; tandis que leurs lâches & vils Ennemis étoient tourmentés par les Furies, & se rendoient les objets de l'exécration publique. La réunion des lumieres & des vertus est indispensablement nécessaire ici: il faut les premieres pour se faire de justes idées des choses, apprécier les vrais biens & les vrais maux; il

faut les secondes pour se rendre témoignage à soi-même qu'on n'est pas l'artisan de sa propre misere, qu'on ne porte pas la peine due à ses crimes. Celui qui n'a point de lumieres ressembleroit à un homme qui, ayant perdu un joyau, ne verroit pas où il est tombé, & ne pourroit le retrouver: celui qui manque de vertus peut être comparé à un homme qui verroit que ce joyau est tombé dans un endroit profond & de difficile accès, mais n'auroit pas l'agilité ou la force nécessaire pour aller le reprendre. Or voilà malheureusement le double cas où se trouvent presque tous les hommes; d'où s'ensuit que, dès les premieres avenues de la compensation, l'accès s'en trouve bouché, non par la volonté, & si j'ose ainsi dire, par la faute de Dieu, qui se tient au contraire toujours prêt à fournir ce qu'on a droit d'exiger, mais parce que les hommes négligent de se mettre dans les dispositions & de faire les démarches essentiellement nécessaires à ce but. Donc, & par une conséquence immédiate, point de compensation pour l'ignorance, c'est à dire, l'ignorance volontaire, & bien moins encore pour le vice: tout est à pure perte dans cet état; un abyme ne manque jamais d'y appeller un autre abyme. Donc encore, & par une conséquence non moins évidente, toutes les compensations sont proportionnelles, & en vertu du principe des indiscernables, varient individuellement & à l'infini. Suivant l'étendue des lumieres & le degré des vertus, on découvre & l'on obtient les avantages qui compensent plus ou moins les dommages endurés. Il en est ici comme dans les effets du mouvement; si l'élasticité étoit parfaite, il n'y auroit aucun effet nuisible, l'angle de réflexion seroit parfaitement égal à celui d'incidence, aucun mobile ne s'amortiroit, & ne perdroit même de sa force motrice. Mais c'est ce qui n'a jamais lieu dans cette précision, les corps élastiques ayant toujours un degré de dureté ou de mollesse. L'homme de même ne rétablit jamais l'équilibre parfait entre les biens & les maux, parce qu'il y a toujours quelque chose de défectueux en lui, tant du côté des lumieres que de celui des vertus. Les Socrates & les Aristides eux-mêmes sont bien éloignés d'être infaillibles & impeccables; qu'on juge après cela des autres.

Cela

Cela posé, l'homme dont nous parlons met la main à l'oeuvre; il n'a garde d'attendre que les compensations se présentent d'elles-mêmes, de demeurer les bras croisés, & de confier son bien-être & son mal-être à des causes purement fortuites. Employons ici l'exemple de l'Agriculture. Le champ du paresseux ne produit rien; il n'y croit que des ronces & des épines. Mais le Laboureur qui cultive son champ, espere en semant de moissonner; & cette moisson est la compensation, & du prix de la semence, & de celui de ses travaux. Mais voici ce qui acheve de rendre cet exemple parfaitement applicable à notre sujet. L'année est stérile, la récolte manque, l'attente du Laboureur est trompée. S'exhalera-t-il en plaintes; jettera-t-il les hauts cris, prendra-t-il la résolution d'égorger ses boeufs, & de briser sa charrue? Ce seroit l'action d'un insensé, d'un furieux. Point du tout: il dira sagement; l'année suivante, au pis aller, la troisieme, la quatrieme, sera meilleure: & si je fais tout ce qui dépend de moi, pendant dix ans, vint ans, il se trouvera au bout de ce terme qu'en multipliant le produit de ces années, & le divisant en égales portions, les années moyennes me payeront de mes peines, & compenseront suffisamment les pertes des mauvaises. Ainsi pense & agit le Sage. Il s'attend à une compensation finale, & il sait que pour y arriver il y a certaines choses à faire, dont l'omission est incompatible avec le but desiré.

Les compensations ne sont donc pas fortuites; c'est une premiere observation destinée à expliquer & à confirmer mon système: en voici une seconde, c'est qu'elles ne sont pas homogenes, qu'on ne doit pas s'attendre à cette homogénéïté, & qu'une erreur aussi mal fondée rendroit inutiles tous les efforts qu'on feroit pour obtenir une semblable compensation. Il suffit qu'en perdant une chose l'homme éclairé & vertueux puisse compter d'en obtenir, s'il fait ce qu'il peut & doit pour cela, une autre qui vaut pour le moins autant, & presque toujours mieux. On perd, pour ainsi dire, successivement tous les âges de la vie en passant de l'un à l'autre; mais n'y a-t-il pas toujours à gagner pour ceux qui ont fait un bon usage des âges précédens, sans que la vieillesse même soit exempte de ce gain, malgré tant

de pertes apparentes qu'elle fait? On perd la ſanté, & quelquefois on ne la recouvre jamais; mais ſi cela conduit à la réflexion, à la maturité de l'eſprit, au bon uſage de ſes talens, quel gain n'a-t-on pas fait? Chacun comprend ce qu'il me ſeroit aiſé de dire de la perte des grandeurs, des richeſſes, de la beauté; ce ne ſont là des disgraces proprement ainſi dites que pour ceux qui n'y veulent voir que le côté disgracieux; pour le Sage, ce ſont de ſimples changemens de ſituation, & même des trocs avantageux. Pelliſſon, dans les cachots de la Baſtille, ne pouvoit pas prévoir la compenſation homogene qui l'attendoit. Mais il en trouvoit une ſuffiſante dans l'attachement généreux qu'il avoit voué à Fouquet, dans le plaiſir d'employer pour ſa défenſe tous les moyens que ſes lumieres & ſon bon coeur lui ſuggéroient. Cette ſituation d'eſprit lui permettoit de s'amuſer avec ſon flageolet & ſon araignée, d'écrire avec des morceaux de plomb ſon Poeme d'Eurydamas; il couloit des jours bien plus fortunés que ceux de la plûpart des perſécuteurs du Surintendant.

Cette ſeconde conſidération me conduit à une troiſieme, à laquelle je me bornerai, pour ne pas abuſer de votre attention; c'eſt que les grandes compenſations, les compenſations réelles & décidées, ſont presque toutes internes; mais que, par là même, dès que nous en ſommes ſuſceptibles, elles ne manquent jamais de nous dédommager & de nous ſatisfaire pleinement. Le Sage impaſſible eſt une chimere; le Sage heureux & content dans l'infortune eſt une réalité, ou bien il n'y a point de Sage. C'eſt une belle idée que celle qui a fourni le titre d'un Ouvrage aſſez récent; *la jouiſſance de ſoi-même*. Quand le domicile intérieur eſt nettoyé, embelli, pourvu de tout ce qui peut en rendre le ſéjour commode & agréable, il n'y a, j'oſe le dire, presque point d'effort & de mérite à parer les coups de la Fortune, à réſiſter aux plus violens aſſauts du dehors. Les hommes ne ſauroient conſtruire de Citadelle imprenable; mais ils peuvent en porter une au dedans d'eux. Alors, à meſure qu'on paroit s'affoiblir, s'appauvrir, décheoir, quant à l'extérieur, on ſe fortifie, on s'enrichit, on proſpère intérieurement; des débris même de tous les biens temporels

on

on construit un édifice moins brillant, mais tout autrement solide. Cela est à la vérité incompréhensible pour l'homme charnel, pour le mondain aveuglé; aussi n'est-ce pas aux personnes de ce caractère que nous promettons des compensations.

Je m'arrête, mais ce n'est pas faute de matiere. Je pourrois vous faire voir diverses branches de compensation très fécondes pour qui sait en recueillir les fruits. Combien n'y a-t-il pas à gagner, par exemple, à se défaire de toutes ces opinions qui sont comme autant de verres trompeurs, au travers desquels nous ne voyons jamais les choses comme elles sont? Mais ce n'est guères que par l'expérience & à ses dépens qu'on se défait de ces opinions, qui, dans un âge bouillant, & pendant le régne des passions, influent sur toutes nos démarches? Qu'il est utile d'avoir de la fermeté d'esprit, de savoir se posséder, de ne jamais perdre la tramontane, à quelque extrémité qu'on soit réduit, à quelque danger qu'on se trouve exposé! Mais, pour être dans ces dispositions, ou du moins pour s'assurer qu'on y est, ne faut-il pas avoir éprouvé ces extrèmités, & ces dangers? Séneque passe pour un déclamateur parce qu'il philosophoit au sein des grandeurs & de l'opulence. Epictete est un martyr: il brille de la gloire des martyrs; il partage leur bonheur. Quels ne sont pas les effets admirables de la patience! Peu s'en faut qu'elle ne dénature les maux, & les change en biens. Cette énumération ne feroit pas prête à finir si je voulois la rendre complette. Toutes les Vertus y entreroient; car il n'y en a aucune qui ne porte avec elle sa récompense.

Virtus praemium est optimum, virtus omnibus
Rebus anteit profecto, libertas, salus, vita,
Res, parentes, patria & prognati, tutantur, servantur.
Virtus omnia in se habet, omnia adsunt bona quem penes est virtus.



REFLEXIONS

SUR

LA NATURE ET LES CAUSES DE LA FOLIE,

PAR M. DE BEAUSOBRE.

PREMIER MÉMOIRE.

On oppoſe la folie à ce qu'on appelle Raiſon: la raiſon ſous ce point de vue eſt la faculté de voir diſtinctement la liaiſon d'une idée avec une autre. Ces definitions admiſes il faudroit entendre par fou, un homme qui ne pourroit voir diſtinctement la liaiſon de ſes idées. Mais, pour ne point mettre en principe ce qu'il s'agit de prouver, & ce qui peut-être eſt tout autrement qu'on ne ſe l'imagine, il eſt à propos de commencer par voir quels ſont les hommes, qu'on a coutume d'appeller fous.

Lorſqu'un homme paroit avoir des ſenſations que n'ont aucun de ceux qui ſe trouvent placés dans les mêmes circonſtances; lorſqu'un homme raiſonne ou agit d'une maniere oppoſée à celle que demanderoient les ſenſations, que nous avons droit de lui ſuppoſer; lorſqu'un homme ſe perſuade une erreur qu'il eſt aiſé de reconnoitre, qui ſauteroit aux yeux de tout autre & qui ne l'auroit pas trompé lui-même, avant que d'être dans l'état où il ſe trouve: dans tous ces cas, on dit qu'il eſt fou, ſoit que ſon dérangement ſoit accompagné d'actes de fureur, de mouvemens convulſifs, de pleurs, de cris, ſoit qu'il ſoit dans un état calme. Ces différentes modifications peuvent être eſſentielles pour le Médecin: elles ne le ſont guères pour le Métaphyſicien.

Par rapport au premier cas, c'eſt à dire, à celui où l'on entend par fou, un homme qui croit, ou qui paroit avoir des ſenſations que n'a

n'a aucun autre homme placé dans les mêmes circonſtances, tandis qu'il ne croit pas ou ne paroit pas avoir celles qu'il eſt naturel de lui ſuppoſer dans les circonſtances où il ſe trouve; je remarque que, les ſenſations n'étant autre choſe que les repréſentations de notre état préſent, un fou ſera pour lors un homme qui ne ſe repréſentera pas ſon état préſent tel qu'il eſt, ou tel que tout autre homme à ſa place ſe le ſeroit repréſenté, ou bien ce ſera un homme dont l'état eſt effectivement différent, de ce qu'il devroit être ſelon le cours ordinaire de la Nature. Il faudra donc ſuppoſer, ou des repréſentations fauſſes, ou des repréſentations très analogues à l'état préſent, mais à un état dérangé, ou enfin une abſence de repréſentations, ſoit qu'elles ne ſe trouvent pas effectivement dans l'ame de celui qui eſt en délire, ſoit qu'elles ne s'y trouvent que fort obſcurément. Si l'on veut que ce ſoient des repréſentations fauſſes, qui expliquent le premier cas dont nous parlons, il ſera néceſſaire de convenir auparavant de ce qu'on entend par repréſentations vraies; mais il eſt peut-être impoſſible de déterminer ce qui eſt vrai dans nos perceptions, & ce qui ne l'eſt pas: c'eſt à dire, de ſavoir, ſi les repréſentations de notre ame ſont conformes aux objets dont elles ſont les images, ou ſi elles n'ont avec ces mêmes objets qu'un rapport quelconque. Sans parler ici du peu de fond qu'on a raiſon de faire, ſur tout ce qu'on ne connoit que par les ſens, on ne ſauroit nier que non ſeulement des organes autrement diſpoſés que les nôtres, mais encore des organes dont la ſtructure ne différeroit que très peu de la ſtructure ordinaire, ne produiſiſſent des repréſentations bien différentes de celles que nous avons, puisque les organes changeroient alors conſidérablement l'action des objets extérieurs, & par conſéquent les ſenſations, qui ſont les effets de cette action. Serions-nous en droit d'appeller fauſſes des repréſentations très analogues à des organes un peu autrement diſpoſés que les nôtres? Pas plus ſans doute, qu'il ne feroit permis à des hommes autrement organiſés que nous, d'appeller fauſſes les repréſentations que nous avons en vertu de notre organiſation. Les objets ſont autres qu'ils ne nous le paroiſſent, il y a une aberration entre l'image entierement

ment

ment ſemblable à l'objet, & l'image que nous nous en faiſons: Quel eſt le terme de cette aberration? Quelle eſt l'aberration qui pourroit nous engager à appeller fauſſes certaines repréſentations? Cependant il y en peut avoir qui le ſoient: ce ſeroient celles qui pourroient être démenties par le temoignage de pluſieurs ſens, & qui renfermeroient quelque contradiction ſenſible. Cela poſé, on appelleroit fou un homme qui, étant éveillé & jouiſſant de l'uſage de ſes ſens, auroit des repréſentations qui pourroient être démenties par le témoignage de pluſieurs ſens, ou qui impliqueroient contradiction, & qu'il croiroit pourtant analogues à des objets extérieurs; c'eſt à dire, un homme qui prendroit pour des ſenſations les images que ſon imagination lui préſenteroit, ſans que les raiſons qu'on lui allégueroit, & le concours de tous ſes ſens pûſſent le détromper.

Si l'on vouloit entendre par repréſentations fauſſes, des repréſentations différentes de celles qu'ont les autres hommes placés dans les mêmes circonſtances, ou différentes de celles que le même homme a eues jusqu'ici; je demanderois ſi, le plus ſouvent, on eſt bien aſſuré de l'uniformité des repréſentations, lorsqu'on l'eſt de l'uniformité du langage: ſi l'on eſt aſſuré, que dans le courant de la vie, il n'y a point pour le même homme de variation à cet égard? Je demanderois encore, dans la ſuppoſition, que l'uniformité de langage ſuppoſât l'uniformité de ſenſation, jusqu'à quel point il faut que cette différence ſoit pouſſée, pour qu'on ſoit fou? Comme il n'y a ſans doute perſonne, qui ne convienne que les effets phyſiques, produits par un même objet dans différens ſujets, ne ſoient différents: on ne ſauroit auſſi nier que les repréſentations de ces effets ne différent. Mais ce que nous avons dit des repréſentations fauſſes en elles-mêmes, peut ſe dire de celles qui différent des repréſentations des autres hommes: lorsque la différence eſt trop conſidérable & qu'elle devient ſenſible par les actions & par les paroles; les repréſentations de celui qui ſe ſépare ainſi de tous les autres hommes, ſuppoſent aſſurément un dérangement porté à un certain degré: & nous verrons plus bas quel peut être ce degré.

Pour

Pour expliquer le premier cas dont il eſt ici queſtion, on peut auſſi ſuppoſer les repréſentations d'un fou toutes auſſi vraies que celles des autres hommes, mais variées par de certaines circonſtances: & cela n'eſt pas difficile à comprendre. Qui ne ſait que, par le grand principe de l'aſſociation des idées, le même objet, produiſant à peu près les mêmes effets phyſiques ſur les organes de différentes perſonnes, en eſt enviſagé bien différemment? Ce n'eſt ni l'image autrement peinte ſur la rétine de l'oeil, ni le cours dérangé du fluide ſubtil porté au cerveau, ni la repréſentation de cet objet qui cauſe ici des différences ſouvent ſi marquées; ce ſont des idées que cet objet rappelle, & ces idées plus ou moins vives, triſtes ou gaies, ordinaires ou extraordinaires, donnent la clef de ce myſtère. Deux hommes apperçoivent une belle femme: l'un ayant eu le malheur d'être attaqué par une femme furieuſe, & n'ayant échappé qu'avec peine au danger, eſt devenu craintif: il eſt bouleverſé à la vue inopinée de cette femme, il croit voir le poignard qui l'a menacé, il crie, il ſe ſauve, on ne peut le faire revenir de ſon erreur: l'autre avec beaucoup de foible pour le ſexe eſt tout épris de cette femme, il entre dans des tranſports qu'il ne ſauroit modérer, il croit déjà jouir de cette beauté, il lui ſemble revoir des inſtans ſemblables à ceux qu'il a déjà connus, rien ne peut l'arrêter; Quel eſt le fou? Ou le ſeroient ils tous les deux? Le monde a décidé contre le premier, peut-être parce que le monde eſt vicieux. Cet exemple n'eſt que pour éclaircir mon idée: ici la repréſentation eſt analogue à l'objet, mais l'aſſociation des idées produit des images étrangeres à l'objet, ou ſi l'on veut, altere l'image principale, en la colorant. Lorsque par le moyen de l'aſſociation des idées, il entre dans l'ame des repréſentations, qui ſuppoſent dans les objets apperçus, ce qui ne ſauroit s'y trouver, & qu'on prend pour ſenſation le total, ſans pouvoir être détrompé par la voye des ſens & du raiſonnement, on eſt fou.

J'ai dit en ſecond lieu, qu'on pouvoit ſuppoſer des repréſentations très analogues à l'état préſent, mais à un état dérangé. Nos ſenſations dépendent de la ſtructure de nos organes: or il eſt aiſé d'y ſuppo-

ſuppoſer un changement aſſés conſidérable, pour que les ſenſations ſoient telles, que la conduite de celui qui les éprouve ne ſoit pas celle des autres hommes dans l'état ordinaire. Qu'un pareil dérangement ait jamais eu lieu, c'eſt ce que j'ai de la peine à croire; quoiqu'il en ſoit, ſi l'on eut moins négligé les monſtres, & s'il ſe fut trouvé des perſonnes aſſés intéreſſées à la perfection des connoiſſances humaines, pour veiller à leur conſervation, peut être que nous aurions ſur cette matiere des lumieres bien propres à faire ſentir que tous ces Syſtêmes ſur l'ame humaine dont ſe bercent les Philoſophes, ne ſont au fond que quelques vérités mêlées à beaucoup d'erreurs. Mais, pour ne point m'écarter de mon ſujet, je remarque qu'il ſeroit néceſſaire pour qu'un homme fût fou par le dérangement des organes, qu'il ignorât que ſes organes fûſſent dérangés; ſans cela ce ne ſeroit qu'un malade. Il eſt inutile, je penſe, d'obſerver, que le dérangement des organes change l'état préſent d'un homme, puisque cet état ne dépend pas ſeulement de la poſition des choſes qui l'environnent, & de l'action des objets extérieurs, mais encore de l'action des organes agités par ces objets.

Enfin, j'ai dit qu'il étoit auſſi poſſible de ſuppoſer, que les repréſentations vinſſent à manquer, ſoit qu'elles n'exiſtaſſent pas, ſoit qu'elles n'exiſtaſſent qu'avec ce degré d'obſcurité, qui empêche qu'elles ne ſoient apperçues. Ce cas eſt préciſément l'oppoſé de celui où l'imagination ajoute à la repréſentation par le moyen de l'aſſociation des idées. Je ne parle pas ici de ceux à qui il manqueroit un ſens, ou dont quelques uns des ſens ſeroient affoiblis. Si donc un homme ne ſe repréſentoit pas ſon état préſent, ou ne s'en repréſentoit qu'une partie, de maniere que ſes actions prouvaſſent cette abſence des repréſentations, que l'exiſtence des objets & le bon état des organes produiſent infailliblement, on diroit qu'il eſt fou. Il ſeroit poſſible qu'un tel homme prit pour une imagination, ce qui réellement eſt une ſenſation, ou qu'il fût ſi vivement occupé de certaines idées, que ſes ſenſations fuſſent comme éclipſées, ce qui eſt bien plus naturel, puisque cela arrive à tous les hommes ſans exception.

La seconde espece de folie est celle d'un homme qui paroitroit raisonner ou agir d'une maniere opposée à celle que demanderoient les sensations que nous nous voyons obligés de lui supposer. Cette espece revient à la premiere, car comme il n'est pas possible, qu'un homme raisonne & agisse d'une maniere contradictoire à ce qu'il éprouve: il faut nécessairement qu'un homme dans cet état ait des sensations bien différentes de celles des autres hommes, ou que ces sensations lui paroissent autres qu'elles ne sont; on sait que, pour les hommes, croire éprouver ou éprouver effectivement est la même chose. On ne peut juger des sensations d'un homme que par celles qu'on a, ou par le témoignage de cet homme ou par ses actions: mais le premier moyen n'est tout au plus praticable, que vis à vis de ceux qui conviennent en tout avec nous, le second ne l'est pas toujours, & le troisieme n'est fondé que sur des conjectures. Il est donc plus naturel de penser, que lorsqu'un homme nous paroit agir de maniere à nous faire croire que ses actions ne s'accordent pas avec ses sensations, il n'a pas les sensations que nous lui supposons, ou du moins que celles qu'il s'imagine avoir, ne sont pas celles que nous lui prêtons.

La troisieme espece de folie, dont nous avons fait mention, est celle d'un homme qui se persuade une erreur, qu'il est non seulement facile de reconnoitre pour telle, mais qu'il a en effet toujours reconnue pour en être une. Ce cas me paroit le plus embarassant: en effet quelles sont les erreurs qu'on ne puisse sans être fou prendre pour des vérités indubitables? Seront-ce celles qui choquent le sens commun, les premieres notions de la raison? mais quel est l'homme qui n'adopte quelque erreur de cette espece? des Nations entieres sont tombées dans ce travers. Seront-ce des erreurs qui combattent le témoignage de nos sens? mais combien de ces erreurs dans les têtes les plus raisonnables! Seront-ce celles qui, après avoir été reputées ce qu'elles sont pendant tout le cours de la vie, viennent tout à coup à être rangées parmi le nombre des vérités les plus certaines? mais qui n'a vû & ne voit encore tous les jours les erreurs les plus grossieres s'accréditer dans l'esprit même de ceux qui les ont combattües avec le

plus de chaleur? Ne voyons-nous pas des gens, qui, après s'être moqués des spectres & des sortileges, changent quelquefois d'idées & deviennent enfants sur cet article? Cependant, quand on n'approfondit rien, on convient que tel homme est fou, tandis qu'on soutient de tel autre qu'il ne l'est pas, quoique les erreurs de l'un soient aussi extravagantes que celles de l'autre. Pour moi, il me semble pouvoir ramener cette troisieme espece de folie à la premiere, & couper ainsi court à toutes les difficultés. Je trouve une différence qui décide de la folie, elle dépend de la cause qui produit l'erreur: si cette erreur est née de ce qu'une imagination a été prise pour une sensation, si l'on a transporté ses réveries dans le monde physique, on est fou; on ne l'est point, si sachant fort bien que ce qu'on imagine n'est point fondé sur le rapport des sens, on admet une erreur, parce qu'on raisonne mal, ou qu'on raisonne sur des faits incertains, ou sur des principes faux. Nous voyons que l'opiniâtreté des foux est bien plus forte, que celle de tout autre homme trop entier dans ses idées: & cela doit être ainsi; de quoi est-on plus sur que de ce qu'on croit avoir appris par l'usage de ses sens? J'ai connu une Dame respectable par ses moeurs & par son caractere, fort occupée des soins de son ménage, d'une grande douceur, & d'une santé bien affermie, qui eut le malheur de tomber dans un état bien extraordinaire. Elle étoit allée dîner chez un Médecin, qui logeoit à une petite lieue de la Campagne où elle demeuroit, elle y parut gaie comme à son ordinaire, & personne ne s'apperçut d'aucune espece de changement; de retour chez elle on la vit régler ses affaires, & se coucher fort tranquillement: le lendemain en se levant, elle dit à son mari, qu'elle étoit bien surprise, que ce Médecin ne se fût pas apperçu d'une chose qui l'auroit du frapper, qu'il ne lui avoit pas dit un mot de ce qu'elle avoit laissé sur sa cheminée la moitié de sa tête & de sa gorge Le mari, fort surpris de ce discours, vit bientôt le dérangement d'esprit de sa femme, & ce qu'il y eut de bien plus extraordinaire encore, c'est que ce dérangement ne fut accompagné d'aucun autre symptome de folie ou de maladie: elle eut soin de son ménage, elle parla de tout comme elle avoit

accoutumé de la faire, & il n'y eut en elle d'étrange que cette imagination, que les soins du Médecin lui firent passer: au bout de quelques mois il n'en fut plus question. J'ignore ce qui lui est arrivé depuis.

Pour expliquer ce phénomene, je supposerois volontiers que cette Dame sentant peut-être quelque engourdissement d'un côté, se représentant une différence quelconque entre un côté de sa tête & l'autre, eut l'imagination assés vive pour se peindre l'état où elle seroit, si elle venoit à perdre une partie de sa tête & de sa gorge, & qu'ensuite prenant pour sensation, l'image que son imagination lui présentoit, elle se persuada qu'effectivement elle étoit privée d'une partie de son corps. N'en seroit-il pas de même de cet homme, qui se croyoit Dieu le Pere? S'étant fait sans doute de la Divinité les idées les plus grossieres, il aura échauffé son imagination à force de se représenter quelques phantômes, & il aura enfin pris pour sensation ces images présentées à son esprit, & se les sera appliquées.

Chercher la raison de ces idées extravagantes dans le dérangement des organes, ce seroit accumuler les difficultés; il ne seroit plus possible d'expliquer après cela comment les bons intervalles viennent s'entremêler aux accès de folie; puisqu'il n'est gueres possible que les organes passent tour à tour d'un état extraordinaire à un état ordinaire. Il est plus simple d'attribuer la cause de ces phénomenes à la vivacité des images, que l'imagination se forme: comme les sensations ne se distinguent des effets de l'imagination que par le degré de clarté, il n'est pas difficile de concevoir comment un rêve peut-être pris pour une réalité. J'avoue cependant qu'alors il y a quelque difficulté à déterminer exactement les bornes qui sépareront le fou, de l'homme qui ne l'est point. L'imagination agit toujours, elle ajoute & retranche sans cesse quelque chose à nos sensations, notre état présent ne nous est jamais représenté tel qu'il est: quel sera donc le point de passage de la raison à la folie? Je réponds que, quoiqu'il soit vrai que tout ce que nous croyons éprouver immédiatement par les sens n'entre point par cette voye dans notre esprit, mais qu'une partie est suppléée par l'imagination, en sorte que les deux causes de la représentation qui est dans notre

 ame,

ame, agiſſant en même tems, confondent leurs effets; on peut pourtant aſſigner un degré de force & une maniere d'agir, où l'imagination produit la folie: & ce point ſera celui où l'imagination commencera à dénaturer l'objet, à lui prêter des proprietés, ou contradictoires entr'elles, ou en oppoſition avec celles qui ſont apperçues, bien entendu que ces effets de l'imagination ſeront pris comme faiſant partie de la ſenſation.

La folie ſeroit donc, à l'enviſager comme nous venons de faire, la rêverie d'un homme éveillé: pour rêver lorſque des objets extérieurs agiſſent ſur nos organes, il faut en premier lieu que l'on ne s'apperçoive point de cette action des objets extérieurs, ſoit que les mouvemens deſtinés à accompagner ces perceptions s'affoibliſſent ou s'arrêtent comme dans le ſommeil, ſoit que l'eſprit occupé, obſcurciſſe ces perceptions par des perceptions plus vives, ſoit qu'un dérangement trop conſidérable dans les organes nous approche de l'état du ſommeil. Il faut en ſecond lieu, que celui qui reve ait des repréſentations d'objets qui n'exiſtent point, où qui n'exiſtent point ainſi qu'il les apperçoit, ou qui n'exiſtent point dans la ſphere de ſes ſenſations. Cas repréſentations déplacées ſont plus ou moins vives, ſelon que les paſſions s'y mêlent plus ou moins. On n'a qu'à faire réflexion à la bizarrerie des rêves, pour ſe faire une idée de ce qui peut entrer dans la tête d'un fou. Qui eſt-ce qui n'a pas éprouvé que nos ſonges ſont ſouvent accompagnés des mouvemens les plus violents; les paſſions y jouent leur rôle, & tout eſt ſemblable à ce qui ſe paſſe pendant la veille. Ce ne ſont pas les rêves ſeulement qui nous donnent une idée bien ſimple de la folie; l'état des hommes, lorſqu'ils ſont agités de quelque paſſion, nous en donne une autre toute auſſi naturelle: qu'arrive-t-il à un homme que la colere emporte, que l'amour ou la haine anime? Que l'on compare l'homme dans cet état, au même homme dans un état tranquille, on verra qu'il a tout autrement entendu, tout autrement vû. Les objets ont-ils changé de nature; la ſtructure des organes a-t-elle changé? Point du tout, l'imagination eſt venu altérer les objets, les ſenſations ont été colorées, & l'imagination a été aſſez vive dans ſes

pein-

peintures pour confondre ſes phantômes avec la réalité. C'eſt là la Méchanique qui explique ces phénomenes du monde moral, où un voile vient couvrir les yeux de l'entendement. Dites à un fou qu'il ſe trompe, à un furieux que ſon ennemi a raiſon, à un amoureux que ſa belle eſt un monſtre de laideur; vous n'en ſerez point crû, & comment le ſeriez-vous? Ils vous oppoſent le témoignage de leurs ſens, & ce témoignage eſt plus fort que tous les raiſonnemens: il s'agiroit de leur faire comprendre, que leurs ſens ne rendent point ce témoignage; mais quel moyen de leur faire entendre cette vérité?

Dans la folie les ſenſations ſont donc altérées, & cette altération conſiſte, ou à prêter aux objets ce qu'ils n'ont point, ou à leur ôter ce qu'ils ont néceſſairement, ſans qu'il faille ſuppoſer que les objets agiſſent ſur nos organes d'une maniere extraordinaire, puiſqu'il ſuffit d'admettre le miniſtere de l'imagination pour expliquer tous ces changemens. Il nous arrive même aſſés ſouvent, & de ne pas voir ce qui eſt peint ſur la rétine de notre oeil, & de voir ce qui n'y eſt pas; ce qui n'exiſte point, ou ce qui n'exiſte pas comme nous croyons le voir. Malebranche a montré avec une grande ſagacité combien l'imagination influe ſur toutes nos perceptions, il a fait voir que nos ſens ne nous paroiſſent des inſtrumens infidèles que parce que l'imagination ajoute toujours quelque choſe aux ſenſations, ſans parler même du jugement que nous nous hâtons de porter, & que nous ſuppoſons mal à propos être une ſenſation.

Mais comment expliquer les effets de l'imagination, & à quoi attribuer ce degré d'activité, qui vient troubler le repos & les opérations de l'ame? Le ſyſtème des Matérialiſtes eſt un ſyſtème bien commode; il n'a qu'une difficulté, celle-là étant digérée, toutes les autres s'évanouiſſent, & tous les phénomenes qui regardent l'homme ſont expliqués. Mais comme la commodité d'un ſyſteme, qu'on me paſſe cette expreſſion, n'en prouve pas la verité, & qu'une difficulté en vaut ſouvent mille, laiſſons à des philoſophes pareſſeux le plaiſir de croire, que la nature de l'homme n'a rien de myſtérieux, & contentons-nous de quelques probabilités, au défaut de lumieres plus cer-

certaines. Je commencerai par quelques réflexions ſur les cauſes phyſiques de la folie.

Lorsque j'ai dit, qu'il n'étoit pas néceſſaire, pour expliquer les phénomenes de la folie, d'avoir recours à des dérangemens phyſiques, je n'ai pas prétendu exclure ces cauſes, mais ſeulement établir que des effets ſemblables pouvoient avoir lieu ſans elles; & j'inſiſterai là deſſus dans la ſuite.

Il ſuffit d'avoir obſervé la liaiſon intime des mouvemens du corps avec les perceptions de l'ame, pour juger que les changemens arrivés dans l'un doivent en produire d'analogues dans l'autre, quelle que ſoit l'eſpece de lien qui les uniſſe. S'il eſt fâcheux que le corps influe juſqu'à ce point ſur les opérations de l'ame, cela eſt compenſé par d'autres avantages; le même moyen employé à troubler notre ame, ſert à l'éclairer; c'eſt dans l'équilibre parfait de l'action du corps & de l'action de l'ame que gît l'état parfait d'un Etre fini. Nous voyons que le vin échauffe notre imagination en fouettant notre ſang, que certaines maladies produiſent des délires, qu'une trop grande quantité de nourriture, après avoir chargé notre eſtomac, nous fait rêver pendant la nuit: ce ſont là des faits qui dépoſent en faveur de l'influence du corps ſur les opérations de l'ame. Mais comment le corps agit-il dans le cas où l'homme devient fou? Sera-ce ce fluide ſubtil, dont les Anatomiſtes parlent tant & qu'ils connoiſſent ſi peu, ce fluide qui doit ſe trouver dans les nerfs, & qui doit être pouſſé vers le cerveau, qu'il faudra accuſer du dérangement qu'on apperçoit? Sera-ce parce qu'il ſurabonde, ou parce qu'il eſt trop appauvri, ou parce qu'il eſt autrement mû qu'il ne devroit l'être, qu'il faudra lui attribuer la cauſe de ce dérangement? Ou bien ſera-ce dans quelque mouvement irrégulier, né dans le cerveau par une cauſe étrangere, mouvement qui troublera l'action des fluides & des eſprits qui s'y trouvent? ſera-ce dans les organes mêmes, dans les nerfs, qu'il conviendra de chercher ou de ſuppoſer la cauſe du dérangement dont il eſt ici queſtion? Aſſurément ce n'eſt point dans les organes; car pour peu qu'ils ſouffrent dans les parties eſſen-

essentielles, ils ne sont plus d'aucun usage; d'ailleurs, si cela étoit, les intervalles de tranquillité & de raison seroient inexplicables. J'ai de la peine à croire que ce fluide subtil, qui doit tout animer, puisse être la cause de la folie; car, comme il doit nécessairement tirer son origine des autres liqueurs du corps humain, comment se fait-il que des hommes, dont la masse du sang & des humeurs est fort corrompuë, dont l'affoiblissement est si considérable, jouissent sans altération de toutes les facultés de leur ame? D'où vient qu'un homme qui perd ses yeux, n'a plus de perceptions semblables à celles d'un homme qui jouit encore de l'organe de la vûe, puisque par la destruction de cet organe, le fluide subtil qui se trouve dans les nerfs, situés entre le cerveau & la partie qui a souffert, n'est pas détruit, & qu'il doit être encore agité? On sait que ceux à qui on a coupé un membre, éprouvent des douleurs qu'ils supposent dans les parties du membre dont ils ont été privés; il leur arrive même d'avoir une sensation, qui semble leur prouver l'existence de ce membre, & qui la leur persuaderoit si le témoignage de leurs autres sens ne leur apprenoit le contraire. Pour ce qui regarde les dérangemens dans les parties internes du cerveau, pourroit-on croire qu'il pût y en arriver, sans qu'il en coutât aussitôt la vie à celui qui les éprouveroit? Ces dérangemens assoupissent, & par là ne semblent pas propres à augmenter l'activité de l'imagination: si l'on veut supposer que ces dérangemens ne sont pas produits par des mouvemens plus forts que ceux qui ont ordinairement lieu dans le cerveau, on aura de la peine à comprendre, comment il y a si peu de foux, puisqu'il n'est gueres d'instant dans la vie, où il ne faille supposer quelques mouvemens extraordinaires dans le cerveau: la chaleur, le froid, la fievre, les fumées du vin &c. en produisent tous les jours. Les nerfs seroient-ils enfin les coupables? Mais d'où vient qu'un homme, à qui l'on a fait une amputation, conserve toute sa raison? Peut-on cependant imaginer dans les nerfs un mouvement plus extraordinaire, un changement plus considérable, que celui qui nait de l'amputation? D'ailleurs les ma-

ladies des nerfs sont communes, & on ne les a point trouvé suivies d'aucune espece d'indice de folie. Quoiqu'il en soit, (car ce n'est point mon dessein de combattre ou d'appuyer aucune hypothese,) il est à souhaiter qu'un habile Anatomiste *) non content de disséquer des cadavres, s'occupe du soin de chercher la véritable cause de la folie, qui pourroit naitre d'un dérangement survenu dans la machine du corps humain. Je pense qu'il importe de distinguer le cadavre du corps animé, quoique les parties bien sensibles soient à peu près les mêmes: il n'en est pas ainsi des parties presque insensibles, auxquelles la cessation du mouvement vital peut faire changer entierement de forme, & qu'elle peut même faire disparoitre; les microscopes peuvent tromper, & il y a bien des choses qui peuvent échaper à la curiosité du plus habile: il faudroit aussi qu'un Anatomiste occupé de cette recherche, n'eût point négligé l'étude d'une saine Psychologie, & ne crût pas tout dit lorsqu'on suppose du mouvement & de la matiere. On demandera, s'il veut assigner des causes physiques capables de rendre un homme fou, que ces causes soient telles qu'elles produisent toujours le même effet, & qu'elles soient bien déterminées & non pas rendues en termes vagues comme il n'arrive que trop souvent: cette découverte mériteroit les plus grands éloges & la plus grande récompense. Une question qu'il faudroit commencer par examiner, ce seroit celle qui regarde les mouvemens du cerveau, qu'on suppose analogues aux perceptions de notre ame. Si toutes nos idées, les idées distinctes comme les idées confuses, les idées claires comme les idées obscures, doivent avoir dans le cerveau des mouvemens correspondans, quel chaos que le cerveau d'un homme! Comment peut-il sans s'user durer pendant un si long espace de tems? Qu'on se représente le nombre de nos idées, le degré de leur vi-

va-

*) Le célébre Mr. Meckel a rempli depuis mes desirs, & l'excellente Dissertation que le public a pû trouver dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1764. me rendroit ma foible production bien précieuse, si elle avoit engagé ce célébre Anatomiste à rechercher les causes physiques de la folie.

vacité, le long espace de tems employé souvent à n'en considérer qu'une seule; & on aura bien de la peine à comprendre comment un homme peut vivre après une heure de méditation. Si la méditation fatigue plus que la contemplation d'une infinité d'objets à la fois, ne semble-t-il pas que le cerveau souffre bien plus d'un seul mouvement que de mille? Outre cela, qu'arrive-t-il lorsqu'on considere la même chose, qu'on fixe un même objet? Est-ce un même mouvement reproduit aussi long tems que la méditation dure? Est-ce un mouvement qui dure pendant toute la méditation? L'un & l'autre est également inintelligible.

Que dira-t-on après cela de la supposition de quelques Physiciens, qui font mouvoir le cerveau de la façon du monde la plus étrange. J'ai entendu de la bouche d'un habile Professeur en Médecine, que la réunion de deux mouvemens accompagnoit les représentations & les propositions affirmatives, & que la division d'un mouvement en deux autres accompagnoit les représentations & les propositions négatives: c'est là où conduit une hypothese, qui pourtant paroit la seule propre à expliquer les phénomenes de l'union du corps & de l'ame.



REFLEXIONS

SUR

LA NATURE ET LES CAUSES DE LA FOLIE.

SECOND MÉMOIRE.

Dans un Mémoire précédent j'ai confideré trois efpeces de folie, & l'on a pu voir par l'analyfe que j'en ai faite, qu'au fond toutes les trois n'étoient que la même efpece confidérée fous différens points de vuë: j'ai fait voir que la folie eft toujours une altération de quelques fenfations, caufée par l'imagination, c'eft à dire un état où l'imagination altere la repréfentation de notre état préfent. Dans le Mémoire que je vais lire, j'examinerai comment la folie donne lieu de fuppofer un dérangement dans les opérations de l'ame; la plûpart des hommes ont là deffus les idées les plus groffieres & les plus confufes: il les faut développer pour s'affurer de ce qui s'y trouve de vrai.

L'ame eft une force repréfentative de l'Univers limitée par fa nature, & déterminée par le corps qu'elle anime: l'ame fe repréfente donc diverfes parties de l'univers, avec plus ou moins de clarté, felon que fon corps fe trouve ou s'eft trouvé plus ou moins à portée de ces parties: l'exercice des facultés de l'ame fuppofe donc le miniftere du corps, & il eft naturel de croire qu'un corps autrement organifé que le nôtre, quoique lié à une ame de la même nature que la nôtre, produiroit cependant un homme bien différent de ceux que nous appellons ainfi: de même que des hommes, placés à la portée d'objets tout différens de ceux que nous appercevons, feroient bien différens de ce que nous fommes. Cette variété, qui naitroit de ce qui eft étranger à notre ame, pourroit fournir matiere à de longs raifonne-

nemens & à des conjectures, toujours utiles lorsqu'on ne les prend que pour ce qu'elles valent; mais je ne fais que l'indiquer, pour faire appercevoir quel est le fil qui m'a conduit dans l'examen d'un sujet qui mérite bien d'être approfondi.

Lorsque l'homme se représente son état présent, il a des sensations, il sent. On sait qu'il peut arriver que les organes, ou les différentes parties destinées à en faciliter l'action, soient incapables de rendre leur service ordinaire, soit entierement, soit en partie. Nous avons dit que, dans le cas où l'action des organes seroit entierement supprimée, ce ne seroit qu'un sens qui manqueroit, ce qui ne pourroit dans aucune supposition faire naitre la folie: que dans celui où les organes ne rendroient leur service qu'imparfaitement ou qu'infidelement, ce ne seroit qu'un sens altéré pour quelque tems; altération qui ne pourroit pas plus que l'autre causer par elle-même ce que nous appellons folie: mais nous avons ajouté par rapport à ce second cas, qu'il pouvoit plus aisément que l'autre l'occasionner, & cela toutes les fois que le malade ne s'appercevroit pas de cette altération. Si l'homme ne s'en apperçoit pas, l'ame qui doit être en harmonie avec le corps, se représente un autre monde, très différent de celui qu'elle devroit se représenter. Cependant on auroit tort de conclure de là, qu'il y ait une folie qui naisse de l'altération des organes, sans le secours de l'imagination, & que par conséquent je me sois trompé en mettant toutes les especes de folies dans une même classe: il ne faut pour répondre à cette objection, que faire attention à ce qui doit arriver pour que nous soyons dupes de cette altération. Pour cet effet, il est nécessaire que nous pensions & que nous agissions en vertu de plusieurs représentations démenties par le témoignage de quelques uns de nos sens, & opposées aux premieres notions de la raison: dans toute espece d'altération non apperçue, il faut recourir au ministere de l'imagination, qui, si j'ose ainsi parler, éclipse le témoignage des autres sens, & étouffe la voix de la raison. Comment le malade se persuaderoit-il que les choses sont telles qu'il les croit appercevoir? Comment surmonteroit-il les difficultés qui s'opposent à ces erreurs?

 Com-

Comment feroit-il si vivement frappé de ces nouvelles représentations, si son imagination n'étoit frappée au point de concilier les contradictions & les absurdités les plus palpables?

L'ame représente le passé, elle combine différentes représentations qu'elle a emmagazinées, & ces matériaux sont ce dont elle se sert pour bâtir ses chimeres: cette faculté est ce qu'on appélle imagination. Il n'est point d'instans où l'ame ne s'occupe que du présent, où elle n'ait que des sensations: les représentations de notre état passé, ou en général de ce que nous avons apperçu par le passé, viennent se mêler à celles de l'état présent; tous les hommes font usage de cette faculté dans tous les momens de leur existence, & il n'y a à cet égard de différence entre le fou, & celui qui ne l'est pas, que dans le degré de vivacité qu'a l'imagination, & dans la connoissance qu'on a de l'état où l'on se trouve. Il peut donc arriver.

1°. que les perceptions produites par l'imagination soient si claires & si vives qu'on les prenne pour des perceptions analogues à l'état actuel, ou si l'on veut, pour des représentations de l'état présent; il peut aussi arriver.

2°. que l'imagination ajoute considérablement aux sensations, & cela avec tant de vivacité, qu'il ne soit plus possible à l'ame de distinguer la fiction du vrai. Dans le premier cas, l'imagination est assés active, pour rendre non seulement les perceptions qu'elle produit bien plus vives que les sensations, mais encore pour éclipser les dernieres: les sensations deviennent des représentations obscures, & ce que l'imagination y a substitué en a pris tous les caracteres: c'est le rebours de l'état ordinaire.

Je ne dissimulerai point les difficultés qu'on peut me faire; je les mettrai même dans tout leur jour, pour éclaircir d'avantage ce qui me paroit vrai. Je conviens qu'il n'est point d'état de pure sensation, je conviens qu'il nous est impossible de distinguer dans nos représentations, ce qui n'est que l'image de notre état présent, de ce que l'imagi-

gi-

gination y ajoute au moyen de l'association des idées; je conviens qu'on se persuade devoir aux sens bien plus qu'on ne leur doit, & à l'imagination bien moins qu'on ne lui doit: de même qu'il y a des objets, qui agissent sur nos organes, sans que nous les appercevions, de même il y a aussi dans les perceptions des traits, qui n'y sont que par l'empire qu'exerce sur nous l'imagination. Toutes nos sensations, dans le corps, ne sont que des nerfs ébranlés, quelque peu de rapport qu'il semble y avoir entre la vûe & le goût: tout se réduit donc à des mouvemens causés ou occasionnés par les objets extérieurs: après cela il est impossible de ne pas voir que l'imagination agit nécessairement, puisque, sans cette supposition, il seroit bien difficile d'expliquer la variété des jugemens, des goûts, des passions dans différentes personnes, & dans les mêmes personnes en différens tems. Ce qu'on appelle disposition est essentiellement subordonné à l'imagination; & la chercher dans le corps, c'est avoir recours aux vertus occultes & au jargon de l'Ecole. Mais, si on vouloit conclure de là, que tous les hommes seroient foux dans mon hypothese, ou ce qui reviendroit au même, qu'il n'y auroit point de caractere distinctif dans les idées que je me suis faites des hommes qui sont fous, & des hommes qui ne le sont pas, on se tromperoit. Il m'en restera toujours un, quelque voisin que paroisse le fou de celui qui fait un libre usage de sa raison & des sens. Il est nécessaire qu'il y ait une ressemblance entre ces deux especes d'hommes, afin de concevoir le passage de la folie à la raison, & de celle-ci à celle-là; il n'y a point de sault dans la nature, tout y est lié: celui qui a les organes assés délicats, suit plus loin qu'un autre la chaine physique, & s'apperçoit par exemple plus aisément de l'accroissement insensible de quelque odeur, qui ne frappe un autre que lorsqu'il est près de l'endroit d'où elle se répand: dans le monde intellectuel, cette chaine, cette liaison échape bien plus aisément: tout ce qu'il nous reste à faire, c'est de la supposer, parce qu'elle y est nécessairement, & d'assigner les points où nous nous appercevons d'un changement marqué. Or, pour en revenir à mon sujet, le caractere distinctif auquel on peut reconnoitre le fou, c'est à dire,

dire, le point où la chaine des égaremens liée à celle des raiſonnemens commence, eſt celui où l'imagination ſuppoſe des objets, qui n'exiſtent point dans la ſphere des ſenſations, ou prête aux objets qui s'y trouvent, ce qui eſt démenti par le témoignage des autres ſens, & ce qui eſt oppoſé aux premieres notions de la raiſon. L'homme raiſonnable, comme le fou, peut imaginer mille chimeres & ſe les repréſenter: voilà en quoi ils ſont ſemblables. L'imagination peut peindre ces chimeres avec des couleurs ſi vives, que non ſeulement il n'y ait plus de différence entre elles & les ſenſations, mais que ces dernieres ſoient encore éclipſées: alors l'acte d'y ajouter foi, qui n'eſt plus volontaire, eſt le premier pas vers la folie. Ainſi les perceptions dans le délire, ſont liées aux perceptions de l'état raiſonnable qui a précédé. Un Poëte fait uſage de la faculté d'imaginer ſans confondre la réalité avec les phantômes qu'il ſe forme, & ſans ſuppoſer l'exiſtence de ces phantômes: on le voit cependant plein de ſes idées ſentir tous les mouvemens que la préſence de ces objets chimériques peut cauſer, ou plutôt qu'elle accompagne ordinairement: cet état ne prouve qu'une imagination fort vive, qui n'a pas beſoin qu'un objet ſoit préſent pour le repréſenter avec toutes ſes couleurs: ce qui ſemble prouver qu'il n'eſt pas néceſſaire d'admettre que les objets extérieurs agiſſent réellement ſur notre ame, pour expliquer comment elle agit en vertu de ſa liaiſon avec le corps. Ce n'eſt pas tout, les Poëtes & tous ceux qui font uſage de la faculté de feindre & d'imaginer, ont de ces inſtans où non ſeulement les ſenſations ſont éclipſées (ce qu'ils ont de commun avec ceux qui méditent, c'eſt à dire, qui ne s'occupent que des idées les plus diſtinctes,) mais où leurs repréſentations ont encore toute la vivacité que les repréſentations de l'état actuel peuvent avoir: il ne leur reſteroit plus pour être fous qu'à croire qu'ils éprouvent par les ſens, ce qu'ils imaginent, c'eſt à dire, qu'à confondre les effets de ces deux cauſes des repréſentations préſentes. De cette maniere il ſera aiſé d'expliquer toutes ces hiſtoires de ſpectres, ſans recourir à un moyen toujours odieux, je veux dire ſans révoquer en doute la bonne foi de ceux, qui les ont rapportées. Ces

eſprits

esprits foibles ne se distinguent des fous, qu'en un seul point, c'est que trop timides pour s'assurer de la vérité des faits par le témoignage de leurs autres sens, on ne peut pas dire qu'ils prennent un effet de leur imagination pour une sensation: encore moins qu'ils le fassent malgré l'opposition des premieres notions de la raison, parce que la philosophie n'a point encore démontré l'impossibilité absolue des phantômes; du moins cette impossibilité n'est-elle pas démontrée pour le commun des hommes. Si ces gens timides s'approchoient de ces prétendus spectres, & se persuadoient après cela de leur existence malgré le témoignage de leurs sens, parce que la vivacité de l'imagination, ayant éclipsé en eux la sensation présente, a rendu tout examen inutile, on ne pourroit s'empêcher de dire qu'ils sont fous.

Il est à propos de remarquer ici, que l'activité de l'imagination ne consiste pas seulement dans la facilité de se représenter un grand nombre d'images différentes, mais encore dans la facilité de se représenter longtems la même image: c'est pourquoi l'homme le plus stupide peut avoir l'imagination active. Je sais bien que communément on ne donne pas beaucoup d'imagination aux stupides; mais, quand il s'agit de philosophie & de vérités, il ne faut pas avoir égard aux abus du langage.

Tout dépend donc de l'idée que nous nous faisons de notre état présent, c'est à dire, du degré d'assentiment que nous donnons aux représentations suggerées par l'imagination. On demandera sans doute ce qui nous fait donner ou refuser cet assentiment, & c'est ce qu'il s'agit d'éclaircir. Nous avons deux moyens de nous connoitre, & de connoitre ce qui est hors de nous, les sens & la raison: nous ne saurions nous empêcher d'ajoûter foi à ce qui est attesté par nos sens, & nous n'avons d'autre caractere pour connoitre que telle représentation est une sensation que le degré de clarté de cette même représentation; l'imagination peut le donner à ses phantômes, & alors il ne nous reste d'autre ressource, que d'en appeller au témoignage des autres sens & à ceux du raisonnement. Si ces secours sont inutiles,

 l'hom-

l'homme est fou, parce que son imagination a pris trop d'empire sur lui. Dieu a créé l'homme avec tout ce dont il a besoin pour se tirer d'embarras, mais il est un état où ces secours ne servent pas, soit parce qu'ils ne peuvent pas être employés, soit parce qu'ils ne le sont pas. C'est donc avec la plus grande attention, qu'on doit tâcher de brider son imagination de bonne heure: devenue effrenée elle donneroit le même caractere à nos passions & les porteroit jusqu'à la fureur.

La prévision est cette faculté de l'ame par le moyen de laquelle nous nous représentons l'avenir. Il est de fait, que l'ame combine le présent avec le passé, & que par cette combinaison elle juge de ce qui peut arriver: qu'après cela l'ame, qui est une force représentative de l'Univers, ait des représentations obscures de l'avenir, représentations que quelques circonstances peuvent rendre claires, c'est ce qu'on ne sauroit nier, dès qu'admettant la notion que les Leibnitziens & même tous les philosophes modernes donnent de l'ame, on veut raisonner conséquemment: la différence de clarté entre les représentations du présent ou du passé & celles de l'avenir, ne porte avec elle que la différence de certitude que nous avons de leur existence. Je conviens que, quelque distance qu'il y ait entre le moment présent & des événemens passés, & quelque proximité qu'on suppose entre ce même moment & des évenemens à venir, le passé est toujours plus présent à l'ame que l'avenir, parce qu'il lui est en quelque façon présent par le moyen de la mémoire & de la reminiscence: mais il ne s'ensuit pas qu'il n'y ait point dans l'ame une représentation obscure de l'avenir. Quoiqu'il en soit, il me suffit que l'ame puisse avoir des représentations, qu'elle envisage comme un type des sensations futures. Dans cet état, c'est encore l'imagination qui peint un événement futur composé des parties de quelques évenemens passés: si ces représentations sont bien vives, elles éclipseront aisément le passé & même le présent: l'homme se trouvera dans une extase, où, comme transporté hors de lui-même, il lui semblera que le tems à venir est un tems présent. On peut appliquer à cette espece de folie tout ce que nous avons dit

de

de l'imagination, la différence ne consiste que dans quelques circonstances qui ne sont rien moins qu'essentielles. Si dans quelques uns de ces instans de délire cet homme à extases transporte au moment présent le prétendu avenir, il est semblable en tout à un fou; mais s'il sait toujours que ce prétendu avenir n'existe point, si jamais il ne se trouve dans un état où il s'imagine le connoitre par son expérience actuelle, & s'il se borne à le regarder comme un avenir certain, ce n'est qu'un homme dont l'imagination est fort vive; ce ne sera qu'un homme que la singularité de ses erreurs pourra rendre ridicule. Il est naturel de penser ici, qu'il peut y avoir un cas où il sera difficile de dire s'il y a de la folie, ou s'il n'y en a point: c'est lorsque l'on imagine un avenir qui répugne aux premieres notions de la raison. Je commence par distinguer deux cas, l'un où il s'agit d'un avenir qui doit être une suite de l'état présent, & se trouver lié aux événemens de ce monde, & l'autre où il s'agit d'un avenir où l'on fait intervenir la puissance de Dieu: par rapport à celui-ci, comme on concilie toujours les premieres notions de la raison avec les actes de la toute-puissance, quelque idée qu'on se fasse de cet avenir, on ne peut pas dire qu'il renverse ces notions, parce que les hommes qui ont cette idée conviennent en même tems de la certitude de ces premieres notions quant à l'état présent de ce monde: & alors ils n'admettent pas de propositions réellement contradictoires. Pour ce qui regarde un avenir prochain & lié aux événemens de ce monde, lorsqu'il répugne aux notions communes, il est nécessaire qu'il soit une suite de la folie, parce que, pour le regarder comme possible, & comme un événement futur qui sera actuel, il faut que l'imagination soit assés active pour éclipser ces notions communes, & pour en faire méconnoitre la certitude. Bien entendu que les contradictions que renferme cet avenir soient palpables, & ne puissent être l'effet de quelque méprise.

L'ame par le moyen de l'imagination en se représentant en général le passé, reproduit souvent les mêmes perceptions; si l'ame reconnoit ces perceptions reproduites, c'est à dire, si elle s'apperçoit

que ſes perceptions préſentes ſoient les mêmes que celles qu'elle a déjà eues, on dit qu'elle ſe les rappelle, & la faculté qu'elle a de ſe les rappeller eſt ce qu'on nomme Mémoire. Lorsque, pour ſe les rappeller, ou pour les reconnoitre, l'ame a recours à d'autres perceptions que ramene l'aſſociation des idées, elle ſe reſſouvient de ce qu'elle avoit oublié, & cette reſſouvenance eſt ce qu'on appelle Reminiſcence. Il y a donc deux actes à conſidérer ici, celui de reproduire, ouvrage de l'imagination, & celui de reconnoitre qui eſt l'opération de la Mémoire. Comme la reproduction des perceptions paſſées eſt un acte de l'imagination, il n'eſt pas néceſſaire de nous y arrêter; ce que nous venons de dire, & ce que nous avons dit dans nôtre premier Mémoire, ſuffit pour faire ſentir ce que la mémoire ſouffrira de la reproduction irréguliere des perceptions paſſées.

Parmi les perceptions préſentes, ou parmi celles qui ſont clairement apperçues, l'ame par le moyen de l'imagination ſe repréſente mille phantômes, elle a une foule de repréſentations obſcures, entre lesquelles il doit y en avoir qui ayent du rapport à la perception préſente. Si, parmi ces repréſentations, il en eſt une qui ſoit ſemblable à la perception préſente, la comparaiſon eſt bientôt faite, car elle ſe fait par intuition, & l'ame s'apperçoit que ce qu'elle ſe repréſente actuellement, eſt la même choſe que cette repréſentation du paſſé. L'acte de reconnoitre eſt donc une ſuite de l'acte de reproduire; & la reminiſcence n'eſt qu'une réproduction tardive, facilitée par l'aſſociation des repréſentations analogues.

La mémoire ne conſiſte pas ſimplement dans la réproduction de perceptions qu'on a déjà eues: cette perception reproduite n'eſt qu'une perception préſente, qui paroitra toute nouvelle, ſi l'imagination parmi le nombre des phantômes qu'elle préſente à la fois, ne repréſente en même tems avec un certain degré de clarté la même idée, ou l'image de la même ſenſation modifiée par quelques unes des circonſtances qui l'ont accompagnée, lorsqu'elle a été actuelle. Il ne ſuffit pas non plus que l'imagination peigne avec un certain degré de clarté

clarté la perception passée; il faut encore que l'ame apperçoive la ressemblance: & c'est cette derniere perception qui s'appelle reconnoissance.

L'ame est un être qui joint aux représentations de son état présent, à ses perceptions actuelles, une foule de représentations obscures du passé, du présent, de l'avenir: lorsqu'elle tire de ce magazin quelqu'une de ces représentations obscures du passé, & se la représente avec un certain degré de clarté, cette représentation devient une perception présente & apperçue. Si tout se borne à cela, il n'arrive à l'ame autre chose que d'avoir de nouveau une perception qu'elle a déjà eue, mais si avec celle-ci il y en a une autre moins claire qu'on puisse lui comparer, & que la comparaison se fasse, l'ame se rappelle cette perception passée. Se rappeller le passé, c'est donc rendre claire une représentation qui étoit obscure, pour s'appercevoir qu'elle est la même que la perception présente. Qu'arrivera-t-il donc aux fous? La réponse est facile à trouver. Les fous n'ont dirigé toute l'activité de leur imagination que vers un objet; tout ce qui est donc dans l'ame de représentations étrangeres à cet objet ne parviendra jamais au degré de clarté, où il faut qu'il soit pour être apperçu. La grande activité de l'imagination fixée sur un objet produira une lumiere qui éclipsera tout le reste.

L'égarement des fous explique ou confirme plutôt ce que je viens de dire. On en voit qui assurent que telle chose leur est arrivée, quelque impossible que cela soit: pourquoi? parce que la perception, ou la représentation actuelle de cette extravagance, ne se trouve pas pour la premiere fois dans leur imagination, elle s'y est déjà trouvée & y a été peinte avec des couleurs si vives, qu'elle a été prise alors pour une sensation; & même il n'est pas nécessaire qu'elle ait été prise pour cela, il suffira que l'impression qu'elle a faite ait été assés vive, pour ressembler à l'impression que les sensations font ordinairement; l'ame alors trouvant parmi les phantômes que produit l'imagination, l'extravagance qu'elle s'est représentée plus d'une fois, s'appercevra de la ressemblance, & croira avoir éprouvé ce qu'elle n'a fait qu'imaginer. Celà arrive à ceux qui ont eu des rêves fort agités; le

lendemain ils croyent que la perception qu'ils ont, & que l'imagination a ramenée, est l'image de ce qui leur est arrivé, & il faut qu'ils ayent recours au raisonnement pour se détromper.

On ne peut pas dire que les fous n'ayent point de mémoire, mais ils n'en ont gueres que pour ce qui les affecte: tellement que si certaines idées, certaines sensations, la vue de certains objets les ont affectés, ils rentrent dans leurs accès toutes les fois que les mêmes choses reparoissent.

Pour parler avec précision, il ne faut pas dire que les fous perdent la mémoire: ce ne sont que des obstacles accidentels qui en empêchent l'exercice. Les fous oublient tout ce qui n'a point de rapport aux idées qui les occupent, parce que leur imagination n'est déterminée par quoi que ce soit à la réproduction de ces perceptions passées. On a vû un Danseur de corde, qui étoit devenu fou, prendre pour des cordes une ligne tracée sur la muraille, & l'interstice entre une planche & une autre: l'idée de l'étendue, celle de la hauteur & du mouvement, étoient pour lors les seules que son imagination lui représentat: il vit une partie d'étendue distinguée par quelque signe sensible, aussitôt l'idée de corde trop vivement retracée, pour permettre que la représentation de la muraille & celle des planches fûssent clairement apperçues, ne lui laissa aucun doute, qu'il ne se trouvât dans les mêmes circonstances, où il s'étoit déjà trouvé tant de fois: on le vit s'élancer vers cette prétendue corde, & comme il ne put y reposer son pied, mais qu'il tomba, il changea de couleur & fut dans l'état où est un danseur de corde qui a fait un faux pas. Si ce fou se rappella encore l'idée de chûte, sa mémoire lui rendit tous les services qu'il pouvoit en attendre. On voit donc que les mêmes raisons qui présentent perpétuellement aux fous les mêmes idées, qui leur retracent les même images, écartent la réproduction claire de certaines perceptions passées, parce qu'elles en anéantissent les causes. Il en est bien autrement des vieillards & des imbécilles; chez eux c'est l'inactivité de l'imagination qui est cause de la perte de la mémoire: on voit

voit les vieillards se rappeller aisément ce qu'ils ont fait dans leur jeune âge, & oublier ce qu'ils ont fait il y a une heure: qui ne voit que l'imagination, pliée depuis tant d'années à rendre claires de très anciennes perceptions, les fait reparoître sans peine; au lieu que trop foible pour rendre clair ce qui lui est nouveau, elle ne le représente qu'avec un certain degré d'obscurité: il faut ajouter à cela, que le vieillard ne porte qu'une legere attention à mille circonstances, qui servent à déterminer un fait, un événement, une idée, au lieu que pour un jeune homme tout le frappe: aussi celui-ci oublie-t-il ce qu'il ne fait qu'envisager légérement, le vieillard fait le jeune homme, mais par des raisons bien différentes: le jeune homme occupe son imagination d'idées étrangeres à l'objet, le vieillard ne l'occupe point de ce qui sert à cette imagination à peindre les objets.

La mémoire a besoin d'un certain nombre de signes, qui servent à faire appercevoir la ressemblance que des objets différents ont entre eux; le vieillard y fait peu d'attention, l'imagination ne les peint pas assés vivement: quelquefois le jeune homme n'y fait aucune attention; & le fou ne s'en apperçoit qu'autant que ces signes ont quelque conformité sensible avec les idées qui l'occupent.

Pour se ressouvenir facilement de quelque chose, il est nécessaire que cette chose ait été la seule qui nous ait occupé lorsque nous l'avons considérée: des distractions au moment où l'on considere un objet sont autant de nuages qui vont l'envelopper peut-être pour toujours; qu'arrivera-t-il donc aux fous par rapport aux objets qu'ils apperçoivent ou qu'ils croyent appercevoir durant leur folie? Jusqu'ici nous n'avons parlé que du degré de mémoire qu'ils peuvent avoir pendant le tems de leur délire, par rapport aux perceptions antérieures à cet état. Distinguons d'abord deux cas, celui du délire même, & celui du tems qui le suit: que ce soient des intervalles, ou bien un état de santé, qui pourroit succèder à l'égarement, cela revient à peu près au même. Dans le délire l'imagination du fou, tantôt plus & tantôt moins vive, considérant toujours les mêmes idées, passera sans

doute

doute dans des états, où certaines perceptions lui paroitront les mêmes que celles qu'il a eues; & ces perceptions ne seront que celles qui auront un rapport sensible avec les images, & les idées dont il est occupé. Dans les intervalles de repos, sa mémoire sera dans un état proportionné à ses sensations: si son état présent lui est fidélement représenté, son imagination rendra claires des perceptions passées, analogues à ses sensations actuelles; il aura même quelqu'idée confuse de son délire passé, & les sensations, qui ont repris leur droit, serviront à leur tour à éclipser la représentation de cet état passé. La lassitude, qui accompagne ordinairement ces intervalles, laissera l'imagination dans une espece d'inactivité, & l'état du fou ressemblera alors à l'état d'un homme éveillé en sursaut, qui ne se rappelle que très confusément le rêve de la nuit. Pour se rappeller quelque chose, il faut que quelque chose y donne lieu, l'imagination est devenue tranquille, si quelque sensation ne vient pas la remettre dans la voye qu'elle a quittée, ou si les reflexions & les idées qui ont été la premiere cause du délire ne sont pas rappellées, cet intervalle de repos pourra durer. Le fou pourra fort bien n'avoir aucune idée des actions qu'il aura faites, & des paroles qu'il aura dites pendant son délire, parce que ce ne sont ni ses actions ni ses paroles dont son imagination s'est occupée; il s'est déterminé à agir & à parler par des motifs qui n'étoient que fort obscurément dans son ame, c'est l'objet en lui-même qui a absorbé toute l'activité de son imagination. Il y a plus: de même que les hommes qui sont dans leur bon sens n'ont pas toujours toutes les idées intéressantes présentes à l'esprit, & qu'ils peuvent oublier pour quelque tems les chagrins les plus vifs, de même aussi les fous peuvent avoir des instans où les idées, qui sont cause de leur folie, ne leur soient point présentes, avec cette différence que dans les premiers cela est plus volontaire, parce qu'ils sont moins esclaves de leur imagination, c'est à dire, pour parler avec précision, parce que leur imagination a moins pris l'habitude de retracer les mêmes objets. Pour ce qui regarde l'homme qui seroit guéri de sa folie, il seroit dabord dans le même état où est celui qui a un intervalle de repos. Après cela, il faudroit de ces trois choses l'une, ou

que

que l'imagination perdît son activité, ou qu'elle cessât de reproduire les mêmes objets, ou que l'indifférence à leur égard eût succedé à l'intérêt que la personne y prenoit auparavant. Pour lors la représentation de l'état présent succédant à la représentation d'idées extravagantes, toutes les facultés de l'ame feroient leur fonction ordinaire. Combien une pareille guérison laisse de crainte, c'est ce que je verrai ailleurs.

On évite de parler à un fou dans le tems des bons intervalles, & après sa guérison, de l'état où il a été, & cela avec raison. Si on lui en parloit, ou son imagination s'échaufferoit au point de lui représenter ce qu'on lui dit, & il retourneroit à son premier état, ou son imagination moins active, le laisseroit dans le doute de la vérité de ce qu'on lui dit: se rappeller parfaitement son état passé, c'est y être plongé de nouveau. On dira sans doute que pour reproduire une perception passée, il ne faut pas une imagination aussi vive que pour la produire une premiere fois, & je répondrai à cette objection, que quand cela seroit vrai par rapport à l'état ordinaire des hommes, cela ne le seroit pas pour des perceptions qui ont demandé un grand degré d'activité dans l'imagination: mais, quand même l'imagination seroit dans le tems du ressouvenir moins active, elle le seroit toujours assés pour ramener la folie. Nous nous rappellons ce que nous avons fait & pensé étant de sens rassis, parce que nous concevons la possibilité de ces faits & de ces idées, parce que nous les trouvons possibles & vrayes dans la liaison de nos idées actuelles: mais les extravagances de l'homme fou cessent d'être vraies & possibles dans la liaison des idées de l'homme raisonnable. Tous les jours nous voyons les hommes passionnés disconvenir de ce qu'ils ont fait, non pas parce qu'ils en ont regret, mais parce qu'ils ne se le rappellent pas: nouvelle preuve, que l'état des hommes agités par les passions, n'est pas fort éloigné de celui des hommes que nous appellons fous. Il en est de même de l'yvresse. Une autre raison pourquoi la mémoire refuse heureusement son service à l'homme qui a cessé d'être fou, c'est que, pour se rappeller certaines perceptions d'un état passé, il faut avoir été dans le tems de ces

 per-

perceptions dans un état où le *Conſcium ſui* n'ait pas été fort obſcur, où l'on ſe ſoit clairement apperçu, non ſeulement de l'exiſtence de ces perceptions, mais encore de l'état où l'on étoit lors de ces perceptions. Il y a dans notre ame différens degrés d'apperception, je veux dire que notre ame ne connoit pas toujours ſon état avec le même degré de clarté; il eſt un *Conſcium* auſſi paſſager que différentes idées qui occupent un homme en même tems, ce ſont des ombres fugitives qui ne laiſſent aucune trace après elles. Combien de fois ne nous arrive-t-il pas de n'appercevoir que foiblement ce qui ſe préſente à notre eſprit? Autant d'idées deſtinées à l'oubli. L'homme en délire n'a point d'idées de ſon état préſent, c'eſt à dire, de la plus grande partie de ſes ſenſations, & n'en a quelquefois d'aucune. Tout ce qui ſe paſſe eſt comme le bruit ſourd d'une converſation, qui échappe à un homme qui médite; il n'en entend que quelques mots. Le fou n'apperçoit pas que les images que ſon imagination lui préſente, tout le reſte de ce qui appartient à ſon état préſent eſt comme éclipſé. Or comme cet accompagnement, ſi j'oſe ainſi parler, ſert à conſerver le ſouvenir des perceptions lorſqu'elles ſont paſſées, on voit ce qui empêche l'homme hors du délire de ſe rappeller l'état du délire. Dans les fous le *Conſcium ſui* ſe borne aux ſeules idées qui les occupent, & peut-être encore eſt-il fort obſcur; ce qui paroit être prouvé parce qui arrive dans les rêves.

Il ne s'eſt agi jusqu'ici que de la mémoire ſenſitive: celle qu'on appelle intellectuelle, & qui ſuppoſe des repréſentations non ſeulement claires, mais diſtinctes, ne ſauroit être examinée que nous n'ayons préalablement traité le point le plus important de toute cette matiere, je veux dire que nous n'ayons vû, ſi les fous jugent & raiſonnent: ce qui ſera le ſujet du Mémoire ſuivant.



RE-

REFLEXIONS

SUR

LA NATURE ET LES CAUSES DE LA FOLIE.

TROISIEME MÉMOIRE.

Dans un premier Mémoire j'ai tâché de donner une idée générale de la folie: dans un second Mémoire, j'ai examiné quels paroissoient être les changemens qu'on pouvoit naturellement supposer dans quelques facultés de l'ame, lorsqu'on remarquoit dans l'homme certains dérangemens, qui ne s'accordent point avec l'état ordinaire où les hommes se trouvent. Dans le Mémoire que je vais avoir l'honneur de présenter à l'Academie, j'examinerai ce qui regarde les idées distinctes & la raison; mais, pour présenter dans tout son jour celles que je me suis faites de la folie, il sera nécessaire de déveloper auparavant certaines vérités qui regardent la génération de nos idées.

Personne n'ignore que pour une idée claire ou distincte, qui est présente à notre esprit, il en est une infinité d'autres qui ne lui sont représentées que confusément. On sait que l'ame a un magazin inépuisable de représentations, dont les degrés d'obscurité varient à l'infini. C'est de ce fonds qu'elle tire quelquefois à son gré ces idées qui deviennent d'abord claires, puis distinctes, & qu'elle porte quelquefois à un degré supérieur de lumiere. Les circonstances, c'est à dire, la position où nous nous trouvons dans ce Monde, ramenent quelques unes de ces représentations obscures dans la sphere de lumiere, & en replongent d'autres dans les ténébres. Il en est de l'ame par rapport à ce magazin d'idées ou de représentations obscures, comme il en seroit d'un homme, qui au milieu de l'obscurité de la nuit, éclairé par un flambeau, parcourroit de ses yeux un amas immense de toutes sor-

tes de choses: à chaque instant un nouvel objet le frapperoit, & feroit disparoitre celui qui l'auroit frappé l'instant d'avant: la scene des objets apperçus qui change ainsi à tout moment, est soumise à la direction de l'oeil & de la lumiere.

C'est de ce fond de représentations obscures, qu'on peut tirer l'explication d'une infinité de phénomenes psychologiques, qui sans cette clé seroient inintelligibles: c'est ainsi qu'on peut expliquer raisonnablement tous ces mouvemens, toutes ces actions que le commun des hommes croit que nous faisons machinalement; c'est de cette maniere peut être, que nous ressemblons aux animaux, qui agissent toujours ainsi, tandis que nous ne paroissons agir machinalement que par intervalles, ou dans le tems que notre ame est occupée d'idées claires & distinctes entierement étrangeres aux idées obscures, qui sont analogues à ces actions que nous appellons machinales.

C'est ordinairement le genre d'idées, dont nous nous sommes le plus occupés, ce sont nos inclinations, nos passions &c. qui ramenent quelques idées préférablement à d'autres, & souvent les mêmes: c'est alors une espece d'habitude, contractée par la multiplicité des mêmes actes, ce sont des représentations dont la réproduction est facile, parce que les circonstances propres à les faire reparoitre sont en très grand nombre, & la plûpart du tems actuelles, c. à d. parce que ces représentations ont de l'analogie avec une infinité d'autres. Ces représentations favorites ont été envisagées sous tant de faces; elles ont été accompagnées de tant de circonstances différentes; elles ont fait partie de tant de différentes situations, où nous nous sommes trouvés, qu'il est presque impossible que nous existions, sans être dans un état où il ne se trouve pas quelque chose qui ait déjà été lié avec ces représentations favorites. Imaginons un homme qui ait envisagé une idée sous toutes sortes de faces, & dans toutes sortes de circonstances, qui ait lié cette idée à une infinité d'autres, à toutes les sensations possibles: qu'arrivera-t-il? Cet homme ne pourra avoir une idée, quelqu'étrangere qu'elle soit à l'idée favorite, il ne pourra

avoir

avoir une ſenſation marquée, il ne pourra voir un objet, quelqu'éloigné qu'il ſoit de ce que repréſente l'idée familière; il ne pourra, pour tout dire en un mot, ſe trouver dans aucun état, qui ne renferme quelque rapport, ou réel ou imaginaire, quand ce ne ſeroit qu'un rapport de lieu ou de tems, avec cette idée favorite, & par conſéquent cette idée ſera toujours rappellée, elle ſera tirée de l'obſcurité où elle étoit. Si après cela cette idée réveilloit quelque paſſion, ſeroit-il étonnant que l'état de cet homme fût toujours, ou presque toujours, un état violent, bien près de dégénérer en un état de folie? D'où vient qu'un homme, vivement touché de la perte de ce qu'il a aimé, croit voir à chaque inſtant l'objet de ſa paſſion? Il n'eſt pas néceſſaire, qu'un convoi funebre ſe préſente à ſes yeux, pour lui rappeller ce qu'il a perdu; il ſuffit qu'une des plus petites circonſtances, qui ait accompagné l'exiſtence de cet objet, reparoiſſe, pour que cette exiſtence ſoit retracée à ſon eſprit.

Cela poſé, je conclus, que les fous ne ſont presque plus les maitres de reproduire à leur choix les repréſentations paſſées, & d'empêcher que quelques unes de ces repréſentations ne reparoiſſent avec un grand degré de clarté. On dira ſans doute, qu'il arrive ſouvent aux hommes raiſonnables de ſe trouver dans un état ſemblable; & j'en conviens: les chagrins & les paſſions donnent de l'activité à l'imagination; mais au milieu de ces repréſentations, qui viennent affecter l'ame, il reſte à l'homme qui n'eſt point encore fou, le pouvoir de ſe diſtraire, c. à d. le pouvoir d'obſcurcir, ſi j'oſe ainſi parler, certaines repréſentations, & d'en choiſir d'autres pour les rendre claires ou diſtinctes.

Mais ſi les fous ne ſont plus libres dans le choix des idées qu'ils apperçoivent, ſont-ils dans un état où leurs idées ne ſoient que claires, ſans jamais être diſtinctes? C'eſt-ce qu'il s'agit d'examiner à préſent.

Les Philoſophes de tous les tems conviennent, qu'on peut avoir des idées fort claires, fort vives, & en même tems fort confu-

ſes: tel eſt le cas de toutes les idées ſenſitives: *) ils ſuppoſent que les idées diſtinctes ſe diſtinguent des idées claires, en ce que les premieres demandent de la clarté dans la repréſentation des marques qui ſervent à faire diſcerner ces idées de toutes les autres. L'impoſſibilité abſolue d'avoir des idées diſtinctes eſt le cas des brutes: l'impoſſibilité rélative eſt celui des enfans qui viennent de naitre, & de quelques fous: je dis de quelques uns, parce que nous allons voir, qu'il peut y avoir un état où l'on ne peut s'empêcher de tenir un homme pour fou, & où l'on doit pourtant lui ſuppoſer des idées diſtinctes. Les enfans ſont dans cette impoſſibilité rélative parce qu'ils n'ont pas encore appris à comparer les objets & les idées, & à ſe repréſenter ce qui les diſtingue les unes des autres, & les fous parce qu'ils ont ceſſé de le faire: ils ne le font plus, ou parce que le pouvoir leur en eſt enlevé, ou parce que l'exercice de ce pouvoir trouve des obſtacles plus ou moins invincibles. Ce dernier cas eſt le ſeul qu'on puiſſe admettre.

Arrêtons-nous ici un moment, & voyons comment les fous peuvent avoir des idées diſtinctes: je ne dis pas qu'ils en ayent toujours, je dis ſeulement qu'ils peuvent en avoir, & qu'ils en ont quelquefois. Une idée eſt diſtincte, lorsqu'on ſe repréſente clairement ce qu'il faut ſe repréſenter pour la diſcerner de toute autre. Or qui ne voit qu'un fou, dans le tems même de ſon délire, eſt ſi vivement frappé de l'objet principal de ſa folie, qu'il eſt bien naturel de le ſuppoſer en état de diſtinguer cet objet de tous les autres, & de ſe repréſenter clairement ces marques caractériſtiques & diſtinctives, qui peuvent lui faire conſidérer cet objet comme différent de tout autre. On dira ſans doute que la repréſentation diſtincte eſt le *criterium* de la vérité, & que par conſéquent on auroit tort de ſuppoſer des repréſentations diſtinctes à un fou, qui n'eſt occupé que de chimeres: mais je re-

*) Comme cette matiere mérite toute la préciſion poſſible, je ne me ſuis point écarté du ſens dans lequel les Leibnitiens appellent les idées ou diſtinctes ou claires ou obſcures ou confuſes: une idée peut être en ce ſens claire & confuſe, mais non claire & obſcure, diſtincte & confuſe.

remarque qu'il y a deux ſortes de vérités, l'une métaphyſique, abſolue, néceſſaire, l'autre contingente, hypothétique; la premiere ne ſuppoſe que la poſſibilité interne, la ſeconde ſuppoſe avec cela la poſſibilité externe, ou pour parler plus clairement, la poſſibilité d'une liaiſon avec les êtres actuellement exiſtans dans le monde préſent. Je conviens que la vérité métaphyſique a pour *Criterium* la poſſibilité d'être repréſentée diſtinctement à l'eſprit: tout ce qui eſt repréſenté ainſi à notre ame eſt métaphyſiquement vrai, ou ce qui revient au même, ne renferme aucune contradiction. Si donc un fou étoit occupé de repréſentations réellement contradictoires, on ne ſauroit dire qu'il eût alors des repréſentations diſtinctes. Mais les vérités contingentes, celles qui, après être vrayes métaphyſiquement, peuvent être déterminées de mille manieres différentes, & ne le ſont pourtant que d'une, n'ont point pour *criterium* une ſimple repréſentation diſtincte: pour ſavoir laquelle de ces déterminations appartient au monde actuel, il faut encore avoir recours à d'autres témoignages, à d'autres preuves. On peut ſe tromper & ſubſtituer des Etres d'un autre monde poſſible à ceux du monde préſent, ſans ceſſer pour celà d'avoir des repréſentations diſtinctes. Si cela n'étoit pas, il faudroit avouer que toutes ces ſuites de raiſonnemens employés à établir un ſyſteme faux, c'eſt à dire cette chaine d'idées, en apparence ſi bien liées, n'en renferme aucune de diſtincte. Ce ne ſont donc que les idées qui renferment une contradiction en elles-mêmes, & non pas celles qui ſont en contradiction avec d'autres, qu'on ne ſauroit ſe repréſenter diſtinctement.

La faculté d'avoir des idées diſtinctes, eſt ce qu'on appelle Entendement: & celle de voir diſtinctement la liaiſon de ces idées eſt ce qu'on appelle Raiſon. Lorsqu'on n'a que des idées claires, & qu'on n'entrevoit que confuſément leur liaiſon, on ne jouit que d'un degré inférieur de raiſon, que les Métaphyſiciens ont appelle *Analogum rationis.* S'imaginer que les fous ne mettent aucune liaiſon entre leurs idées & leurs actions, parce qu'ils ne paroiſſent pas y mettre celle que nous ſommes accoutumés d'y ſuppoſer, c'eſt ſe tromper groſſierement: ils en mettent; ils agiſſent conſéquemment à leurs repréſentations

tions actuelles, & cela est si vrai qu'eux à leur tour nous taxent de folie: malheureusement pour eux ils sont les seuls de leur avis, & dans ce monde la pluralité des voix l'emporte. Il n'y a point d'inconséquence possible dans ce genre une liaison quelconque entre nos idées & nos actions est absolument nécessaire, & il est impossible qu'une même idée, vue de la même maniere, dans les mêmes circonstances, ait des effets, je ne dis pas contradictoires, mais seulement différens. Un fou qui agiroit comme nous nous imaginons qu'il devroit agir, s'il vouloit être conséquent, se conduiroit de la maniere du monde la plus inconséquente & la plus contradictoire. Les objets que nous nous représentons, ne sont pour nous que ce que nous les croyons être. Il ne nous reste donc à dire autre chose, si ce n'est que les fous n'entrevoyent pas distinctement la liaison de leurs idées, surtout avec l'état présent. J'avoue que cela paroit être ainsi: je conviens que comme l'exercice de la raison demande un repos, que les fous n'ont gueres, une imagination moins vive que celle qu'ils ont, des abstractions qu'ils semblent ne pas faire, & des notions générales que leur mémoire, ou ne leur rappelle pas, ou ne leur rappelle que très confusément, tandis qu'ils ne sont occupés que d'images & de représentations d'individus; je conviens, dis je, que pour la plus grande partie du tems, il paroit que les fous ne raisonnent point, au moins dans leur délire: mais peut-on statuer quelque chose de certain sur cette apparence? Ils peuvent avoir des idées distinctes: pourquoi n'entreverroient ils pas distinctement la liaison de quelques unes de ces idées? Il est vrai que les fous se trouvent dans le tems du délire sensiblement incapables d'une suite de raisonnemens, mais cette incapacité ne prouve rien: les fous ressemblent assés à un homme, qui sentiroit à chaque instant une nouvelle douleur, & qui se verroit ainsi perpétuellement agité: la suite de ses idées seroit interrompue, les sensations ordinaires ne se feroient presque plus sentir; ses raisonnemens ne seroient point suivis, & si on le voioit ainsi tourmenté, sans s'appercevoir de ce qui le tourmente, ne le prendroit-on pas pour fou?

Quand

Quand je ſoutiens que les fous peuvent raiſonner dans le délire, j'entends par délire tout état où un homme ne peut ſe trouver ſans être regardé comme fou par tous les autres hommes: que cet état ſoit violent ou non, peu importe. Il y aura des délires où le fou raiſonnera plus ſouvent, plus aiſément; il y en aura où il ne raiſonnera point, où il n'aura même aucune idée diſtincte. Seulement je crois qu'il eſt fort difficile de juger dans lequel de ces délires un fou ſe trouve: la conſéquence qu'on tire de ſes actions ou de ſes paroles n'étant rien moins que ſure. Ici, comme en une infinité de cas, nos préjugés & notre précipitation à tirer des conſéquences nous jettent dans l'erreur. Quelque violent que ſoit le paroxiſme, je n'y vois rien qui puiſſe nous faire juger avec certitude, ſi le malheureux qui ſouffre a des idées diſtinctes, ou n'en a pas? C'eſt donc par d'autres raiſons qu'il faut en juger. Dans le moment même du délire, dans le fort du mal, l'objet intéreſſant peut être repréſenté diſtinctement à l'eſprit du fou; mais la liaiſon de cet objet avec certains principes, & avec l'état actuel, ainſi que l'état actuel, ne ſont repréſentés pour l'ordinaire, & ſans doute le plus ſouvent, que très confuſément. Je remarque enfin, qu'il n'eſt pas néceſſaire pour avoir des idées diſtinctes, de ſe les repréſenter différentes de toute autre; il ſuffit qu'elles ſoient repréſentées avec le degré de clarté néceſſaire à les faire diſtinguer de toute autre, ſi l'on vient à les comparer.

Il y a un milieu entre une raiſon ſaine, & le délire d'un homme qui extravague; ce milieu eſt l'eſpace occupé par la plus grande partie des hommes: mais ce milieu differe de celui qui ſe trouve entre un eſprit d'un ordre ſupérieur & l'eſprit d'un imbécille; il differe encore plus du milieu qui ſe trouve entre une ame raiſonnable & l'ame des bêtes. Nous avons parlé ailleurs de la difficulté de déterminer les limites qui ſéparent le fou de l'homme raiſonnable: nous avons crû trouver le point où l'on pouvoit hardiment aſſurer qu'un homme eſt devenu fou, & ce point eſt ſelon nous celui où l'imagination commence à altérer les ſenſations: que cela arrive ſouvent ou rare-

rarement, peu importe. Peut-être que dans cette ſuppoſition tous les hommes ont des momens de folie, & je n'en ſerois point ſurpris. Ce ſeroit aſſurément renverſer toutes les notions d'une ſaine philoſophie, que de prétendre que l'ame des fous change de nature, & s'affoibliſſe ou s'altere dans ſes propriétés eſſentielles. Quoiqu'il ſoit vrai que les ames étant des forces, elles puiſſent différer & différent effectivement entr'elles par des degrés d'intenſité, en ſorte qu'il n'y a aucun doute qu'il n'y ait des ames de différent ordre, & que les imbécilles aient vraiſemblablement des ames d'un ordre inférieur, plus voiſines de celles des brutes, que ne le ſont les ames du commun des hommes; quoiqu'il ſoit vrai, dis-je, qu'il y ait une gradation parmi les ames humaines, on ne conçoit pas qu'elles aient moins de force dans certaines circonſtances que dans d'autres; & ce ne ſeroit pas raiſonner conſéquemment que de conclure de la foibleſſe qui paroit dans l'exercice des facultés d'une ame, à l'affoibliſſement de cette ame? L'ame peut avoir la même force, & trouver des obſtacles inſurmontables à l'exercice de cette force: ce qui arrive inſenſiblement par l'effet de la vieilleſſe, ou par de longues maladies, & tout à coup, par des ſaiſiſſemens ſubits. Suppoſer ici quelque dérangement ou quelque affoibliſſement dans l'ame elle-même, ce ſeroit admettre le matérialiſme le plus complet, & je ſuppoſe dans l'explication de la folie la ſpiritualité de l'ame hors de toute conteſtation.

Rien ne ſuſpend l'exercice de la raiſon que l'imagination ou le repos: ce dernier cas a donné lieu à la fameuſe diſpute ſur le ſommeil de l'ame, ici il ne s'agit que du premier. L'expérience a prouvé & prouve tous les jours, que les hommes qui ont donné trop de carriere à leur imagination, ont eu le malheur d'extravaguer quelquefois, & cela ſelon les différentes paſſions dont ils ont été agités. Cette faculté, ſi néceſſaire à l'homme, eſt pour l'inſenſé un poignard dont il ſe bleſſe, un flambeau dont il s'éblouit. Nous avons vû porter ce funeſte flambeau juſques dans les lieux ſaints, nous l'avons vû profaner les autels, défigurer la Religion, faire de la philoſophie un monſtrueux aſſemblage de chimeres. Si c'eſt l'imagination qui a fait les

les grands poëtes, c'eſt elle auſſi qui les a ſouvent fait extravaguer. Si l'on doutoit de ce malheureux effet d'une faculté ſi propre à ſéduire les hommes, on n'auroit, pour s'en aſſurer, qu'à chercher la raiſon pourquoi les inſomnies ont ſi ſouvent produit les plus terribles délires: peuvent-elles manquer en effet ces inſomnies de donner trop d'activité à l'imagination: les diſtractions du jour l'ont un peu modérée, les mêmes objets n'ont pas toujours été fixés; mais, pendant ces longues inſomnies, l'imagination a eu ſi j'oſe ainſi parler, les bras libres, & toutes nos facultés gagnent à l'exercice. Quel eſt l'homme qui n'ait ſa paſſion? qu'il paſſe quelques nuits ſans jouir des douceurs du ſommeil, qu'il s'occupe de ce qui flatte ſes goûts & ſes penchants, & je réponds qu'il ſera bientôt fou. Qui n'a vû des hommes, que la ſeule imagination rendoit contens, gais, triſtes, furieux?

Dès qu'on ôte les idées diſtinctes & la vuë diſtincte de leur liaiſon, pour réduire toutes les repréſentations à des repréſentations vives & claires, il n'eſt rien de ſi contradictoire que l'eſprit humain ne puiſſe ſe repréſenter, que l'imagination ne peigne avec les couleurs les plus vives, & que l'homme ne ſe perſuade exiſter réellement tel qu'il ſe le repréſente. Trallien parle d'une femme qui avoit toujours le doigt du milieu étendu & levé; parce qu'elle croyoit ainſi ſoutenir la maſſe du monde. Il n'en eſt pas autrement des vices & des crimes: ces écarts de la raiſon ne ſe verroient jamais ſi nous avions toujours des idées diſtinctes de ce que nous faiſons, des ſuites immédiates de nos actions & de la nature de nos devoirs. Le vice s'enveloppe d'une obſcurité favorable; il y a un ſophiſte au dedans de nous-mêmes qui juge ſur des idées confuſes, & qui nous décide en nous ébloüiſſant; peut être le vice ne differe-t-il du crime que par une moindre obſcurité, & un moindre degré de vivacité dans l'imagination: le crime a ſes ténébres, c'eſt une nuit profonde: le vice eſt comme un crépuſcule qui approche de bien près de la nuit. Si l'on s'étonnoit qu'il y ait des ſcélerats, il faudroit s'étonner qu'il y ait des fous.

Je reviens à mon sujet, & je conclus que les fous peuvent avoir des idées distinctes, & raisonner dans le tems même de leur délire : il me reste à développer quelques idées qui montreront comment cela est possible. Cette classe d'hommes qui n'extravaguent que sur un sujet, qui savent malheureusement placer dans le même esprit les contradictions les plus palpables, (du moins au jugement de l'homme sensé,) avec les vérités les plus certaines & les raisonnemens les plus détaillés, sont plus à plaindre que ceux qui sont dans un délire perpétuel. Leur état est un phénomene singulier : c'est une erreur qui en est le principe ; & cette erreur n'est pas inconcevable. Telle étoit sans doute celle de ces hommes, que les prétendus miracles de l'Abbé Paris ont fait gambader sur un tombeau que la superstition avoit rendu sacré ? Nos raisonnemens se fondent sur certains principes, & se reglent sur l'état actuel des représentations de notre ame. Donnez à un homme la faculté de voir tout double ou renversé, ne raisonnera-t-il pas ? Servez-vous de votre ascendant sur l'esprit d'un homme crédule, pour lui persuader les plus grandes absurdités, ne raisonnera-t-il pas ? Vous aurez fait des fous ; & si ces hommes ont les passions vives, vous aurez fait des furieux. S'il n'y avoit pas eu des nations entieres qui eussent égorgé des animaux pour lire l'avenir dans leurs entrailles, ne croiroit-on pas qu'il faut être fou pour s'imaginer que la nature a tracé ses secrets dans le ventre d'une Chevre ou d'un Bouc ? On auroit raison de le croire, & je regarde ces nations comme attaquées d'une espece de folie, à moins qu'on ne veuille qu'il soit possible de combattre les notions communes & le témoignage des sens sans être fou : à moins qu'on ne veuille que ce qui est vrai dans un tems, parmi un peuple, cesse de l'être dans d'autres tems & parmi d'autres peuples ; à moins qu'on ne veuille qu'un mal cesse d'être ce qu'il est, lorsqu'il devient le mal d'une nation ou d'un peuple. Non, le Philosophe envisage les choses autrement, les circonstances, les tems, les modifications, pour tout dire en un mot, défigurent ou embellissent les objets, mais n'en changent point la nature.

Pour

Pour prouver encore la vérité de ce que j'avance, il suffira de réfléchir à ce qui accroit les degrés de la folie, à ce qui rend un fou furieux; qu'on prenne un stupide Indien infatué de ses Talapoins, qu'on l'enferme, qu'on irrite ses passions, qu'on le contredise, que tout ce qu'il voit faire soit autant de preuves de l'idée qu'on a de son égarement, on verra bientôt les effets de son imagination frappée, on le verra furieux & enragé ne laisser plus aucun espoir de guérison. Cependant il n'est arrivé autre chose à cet Indien que de se faire un tableau trop vif des injures que l'on fait à ses opinions: & ce tableau n'a point empêché qu'il n'ait conservé les idées distinctes qu'il a toujours eues, qu'il n'en ait eu au moment même où son délire a commencé.

Un fou devient furieux lorsqu'il se persuade qu'il n'est plus libre, ou qu'il ne l'est plus effectivement, c'est à dire, lorsque quelque chose s'oppose à ce qu'il desire & à ce qu'il veut. De là vient que quelques fous sont aussitôt furieux qu'ils commencent à extravaguer, parce que dès le commencement de leur délire ils ont trouvé des obstacles insurmontables à leurs desirs. La colere est un moment de folie, je l'ai dit ailleurs, & la raison en est claire: la colere dans un fou est fureur.

Quant aux facultés appétitives de l'ame, il est aisé de se faire une idée de ce qui se passe à leur égard dans les fous. Ces facultés toujours subordonnées aux facultés cognoscitives, seront dans les fous ce qu'elles sont dans les hommes raisonnables; partout elles suivent le flambeau qui nous éclaire & qui les anime. Aussi ce principe de morale, que nous ne pouvons être jugés que suivant le degré de nos lumieres, & la connoissance réfléchie de ce que nous faisons, a-t-il absous de tout tems les fous des actions, dont des hommes non égarés seroient responsables. C'est sur l'état actuel des représentations de l'ame, que le degré d'imputabilité se regle: de là vient qu'on pardonne quelque chose à l'yvresse, à laquelle on pardonneroit tout, s'il n'étoit pas en notre pouvoir de ne pas nous enyvrer.

Il eſt un malheureux principe de conduite, qui devient la ſource de tous nos vices, & le germe fécond de nos égaremens. Ce principe c'eſt que tout ce qui nous plait contribue à notre bonheur, & devient un bien pour nous, lorsque nous le poſſedons. Ce principe eſt obſcurément dans l'ame du fou, comme dans celle de l'homme raiſonnable: dans les brutes c'eſt le pur inſtinct. La raiſon a été donnée à l'homme pour régler l'impulſion naturelle qui le porte vers les objets qui lui plaiſent, parce qu'elle pouvoit être une ſource d'abus: le fou ne raiſonnant plus aſſés, reſſemble à cet égard à la brute, il ſe livre ſans reſerve à l'impulſion qui l'entraine, & la brute ſe laiſſe entrainer par ſon inſtinct. L'objet des deſirs du fou devient pour lui le ſeul objet qui l'occupe; & ſi ces deſirs ſont le fruit des paſſions, ils paroiſſent bientôt avec fureur, & s'accroiſſent à meſure qu'ils durent.

Je m'arrête ici pour faire deux réflexions, que le ſujet amene naturellement. L'étude la plus conſtante & la plus ſérieuſe d'un homme raiſonnable devroit être de travailler à brider ſon imagination, & à ne la jamais porter ſur des objets, qui peuvent ou l'induire au vice, ou faciliter des abus: ſi les objets ne paroiſſoient à nos yeux que ce qu'ils ſont en eux-mêmes rélativement à notre nature, il y en auroit peu qui nous attachaſſent: mais l'imagination les embellit ou les défigure. Ce n'eſt pas tout: celui dont l'imagination travaille trop ſouvent, eſt ſujet à des diſtractions qui le troublent au moment même où ſon attention devroit être uniquement portée ſur un ſeul objet: bientôt il lui en coute de méditer quelques inſtans, la chaine de ſes idées eſt pour ainſi dire interrompue. De là vient que plus les hommes ont l'imagination vive, moins ils ſont en état d'approfondir quelques idées. La moindre choſe leur rappelle ce qui flatte leur imagination, & la ſcene de leurs penſées change: aux pieds même des autels ils retournent à ces objets chéris, que leur imagination careſſe ſi ſouvent: incapables de ſuivre longtems un même raiſonnement, ils deviennent bientôt incapables de conſerver le ſouvenir d'une même idée. Ainſi les préceptes & les leçons de la ſageſſe, éclipſés pour quel-

quelques inſtans, on ne trouve dans leur ame que l'image de ce qui les flatte & le deſir d'obtenir ce qui leur plait. Pour peu que la nature prête à ces deſirs, je veux dire pour peu que la nature ait des diſpoſitions analogues à ces deſirs, on les voit ſe paſſionner, & quelquefois le délire vient à la ſuite de ces premiers tranſports. Qu'eſt-ce que la fureur uterine dans les perſonnes du ſexe, ſi ce n'eſt un appétit violent de la cohabitation avec les hommes qu'elles ont conçu pour s'être abandonnées à des idées contraires à la chaſteté qu'elles ont priſes pour autant de ſenſations. Qu'arrive-t-il aux mélancholiques? La mélancholie eſt le premier degré de la folie; le nombre des idées diſtinctes commence à diminuer, on raiſonne peu, l'ame en ſilence, ſi j'oſe ainſi parler, ne conſidere qu'un même objet, qu'une même idée. On voit ces hypochondres abbattus, chagrins, craintifs, angoiſſés; ils aſſurent ſouvent qu'ils ſont inquiets ſans ſavoir pourquoi: ils pleurent ſouvent, ils vont chercher la ſolitude, ils fuyent la ſociété & tremblent pour tout ce qui inſpire de la joye: leur ſommeil eſt inquiet, leurs rêves effrayans: voilà les fruits de la malheureuſe habitude de laiſſer à l'imagination la liberté de ne s'occuper que d'une ſeule idée, & dans ce cas d'une idée triſte. Il ne faut plus qu'un pas: il y a déjà trop d'idées diſtinctes qui ont diſparu, trop de ſenſations éclipſées à tout inſtant, trop de vivacité dans l'imagination, encore un effort, & les objets ſuggérés & peints par l'imagination paroitront exiſter: on confondra les effets de l'imagination avec les ſenſations, & l'on deviendra fou.

La ſeconde réflexion que mon ſujet amene, c'eſt que ce ſont nos vices qu'on doit accuſer du dérangement de notre raiſon. S'il étoit poſſible de remonter à la ſource de la folie d'un fou, ſi l'on connoiſſoit tout ce qui eſt arrivé à un fou, toutes les idées & les deſirs qui l'ont occupé, on verroit bientôt comment ſa folie a été produite par un de ſes vices, ou par pluſieurs. L'intempérance, la vanité, la haine, la colere, l'envie, voilà tout autant de paſſions qui portées trop loin produiſent naturellement la folie. Je ne parle point ici de ce qui arrive à un déſeſpéré, que les remords de ſa conſcience tourmen-

mentent: je ne parle, que de ce qui ſe paſſe dans l'imagination d'un homme attaché à un vice, ſans égard aux conſéquences qu'il pourroit prévoir. Je ne crois pas qu'un homme parfaitement vertueux puiſſe jamais devenir fou, ſi j'en excepte le cas de la ſuperſtition, & d'une dévotion que la raiſon n'a pas ſuffiſamment éclairée.

Ainſi l'on voit la juſteſſe de cette idée, que tout notre bonheur, que toute la ſageſſe conſiſte dans la vérité. Ramenez les hommes à cette vérité, vous les ramenerez au bonheur & à la ſageſſe. Dès qu'on altere cette vérité, & c'eſt l'imagination qui l'altere le plus ſouvent, il n'y a plus de ſureté pour l'homme. Il ne reſte donc à l'homme d'autre reſſource que celle de ſe défier de ſes ſens, ou plutôt de ce que l'imagination prête aux ſens: le doute peut nous empêcher de nous livrer à des apparences. C'eſt lorsqu'on eſt le plus perſuadé, qu'on doit le plus ſe défier de ſoi-même: la conviction n'eſt ſouvent qu'une perſuaſion.



EXPLI-

EXPLICATION
D'UN PARADOXE PSYCHOLOGIQUE;

Que non seulement l'homme agit & juge quelquefois sans motifs & sans raisons apparentes, mais même malgré des motifs pressans & des raisons convainquantes.

PAR M. SULZER.

Dans la fameuse dispute sur la liberté on convient de part & d'autre, qu'aucune action morale ne se fait sans le concours de la volonté. Les adversaires de la liberté croyent pouvoir accorder cela à ceux qui tiennent le parti contraire; car ils sauvent ensuite leur doctrine en soutenant que le *Vouloir* même n'est pas un acte libre & qu'une action peut être volontaire sans qu'elle soit libre. Il paroit donc indubitable aux uns & aux autres que ces actions auxquelles on attribue une liberté, soit réelle ou imaginaire, sont au moins toutes volontaires.

Cependant il arrive quelquefois que ces mêmes actions s'exécutent, non seulement sans que la volonté y accede, mais contre le gré de l'ame & malgré tous les efforts qu'elle fait pour les empêcher. D'un autre côté des actions qui ne paroissent dépendre que du bonplaisir de l'ame, ne s'exécutent point, quelque sérieuse que soit la volonté de les produire. On peut observer les mêmes irrégularités dans le jugement. On croit qu'il est impossible de nier une chose, lorsqu'on a des raisons évidentes pour l'affirmer; cependant il y a des cas où le contraire arrive. Voilà des paradoxes qui m'ont paru assez importans pour être approfondis; & c'est ce que je me propose de faire dans ce Mémoire. Mon intention n'est pas de renouveller les dispu-

disputes sur la liberté; je les crois frivoles, du moins très inutiles. Car de quelque côté que tombât la victoire on n'y gagneroit jamais rien, vû que la décision ne peut rien changer dans la condition de l'homme. Libre ou non, il sera toujours ce que le concours des circonstances aura fait de lui. Mon seul dessein est de répandre quelques nouvelles lumieres sur la physique de l'ame. Je me flatte au moins que mes recherches auront cet effet. Car si je ne me trompe pas, l'analyse des paradoxes dont je viens de parler nous découvrira fort clairement l'origine physique de la tyrannie des passions & de la force irrésistible des préjugés. Peut-être même y découvrira-t-on quelques principes de l'art de nous garantir de l'une & de l'autre.

Je commence par établir le fait, en faisant voir qu'il y a des cas où l'ame est forcée d'agir contre sa volonté & de prononcer contre sa propre conviction. Quoique les observations que j'aye à proposer soyent tirées en partie de ma propre expérience, je n'ose malgré cela me flater de les pouvoir exposer toutes avec cette clarté qui ne laisse rien à desirer. Je suis obligé de parler de choses trop triviales pour être détaillées, & de quelques autres trop délicates pour être analysées. J'espere qu'en considération de cela on me pardonnera le défaut de netteté & de clarté qu'on pourra trouver dans quelques endroits de ce Mémoire. J'entre en matiere.

Tout le monde sait qu'il y a des actions tant externes qu'internes qui, pour l'ordinaire, dépendent tellement de nous, que nous les exécutons dès que nous le voulons, & qu'elles ne s'exécutent que quand nous le voulons. Telles sont la plupart des fonctions de nos membres, qui n'attendent pour agir que le commandement de l'ame. Nous ouvrons & fermons les yeux à volonté; tous les mouvemens des bras & des jambes s'exécutent à notre gré; & à moins qu'on n'y prenne garde de bien près, on croit qu'ils ne nous refusent jamais le service. Il en est de même de plusieurs facultés intérieures dont nous disposons à notre gré. Nous dirigeons l'attention sur les objets auxquels nous donnons quelque préférence; du grand nombre de perceptions

ceptions que nous avons à chaque instant, nous choisissons celles dont nous voulons nous occuper.

Or il arrive quelquefois que cet empire de la volonté cesse, sans qu'il y ait aucun dérangement dans les organes. Les muscles que nous voulons faire agir se refusent à notre commandement, aucun effort de la volonté ne suffit pour les mettre en jeu; ou bien ils agissent malgré nous & de façon même que tout le pouvoir de l'ame n'est pas capable de les arrêter. On dit qu'il y a en Amérique des serpens enchanteurs dont les regards forcent les oiseaux de se précipiter entre leurs dents. Le serpent, dit-on, se place au bas d'un arbre & attire sur soi le regard de l'oiseau. Le malheureux, victime de ces enchantemens, fixe les yeux sur la bouche béante de l'animal vorace, il y voit son tombeau & s'y précipite malgré lui: en jettant les cris de désespoir, en faisant tous les efforts possibles pour s'enfuir, il descend de branche en branche, & par une force inconnue, à laquelle il résiste en vain, se jette enfin entre les dents du serpent. Cette histoire, vraye ou fausse, est un embleme parfait de cet esclavage dont nous parlons; aussi ressemble-t-il tellement aux enchantemens, que quelques uns des cas dont je parlerai, ont été pris pour tels.

On sait que la frayeur rend quelquefois immobile, & que d'autres fois elle oblige ceux qu'elle a saisis à se jetter dans le danger qu'ils voudroient éviter. Nous croyons ouvrir & fermer les yeux toutes les fois qu'il nous plait de le faire. Cependant au moindre danger qui menace ces organes précieux, souvent même sans que nous en ayons connoissance, ils se ferment malgré nous. Il en est de même de plusieurs autres organes. On est maitre de sa langue pour parler lentement ou rapidement, pour prononcer distinctement en articulant chaque mot, comme le son le demande. Mais dans combien d'occasions la langue ne refuse-t-elle point l'obéissance? On veut quelquefois parler vite & on parle lentement, ou l'on veut bien prononcer & l'on balbutie & l'on bégaye. Souvent même on tombe d'autant plus dans ces défauts, que l'on s'efforce de s'en garantir. Quel-

quefois on parle, dans le moment qu'on fait les plus grands efforts pour se taire. Tous ces cas sont trop connus pour nous arrêter longtems à les constater.

Il est vrai que, dans ces cas-là, il y a une passion plus ou moins déclarée qui s'oppose à la volonté. Mais il n'est pas moins vrai pour cela, que ce qui se fait alors arrive contre le gré de l'ame. Il y a encore des cas où nos efforts sont aussi inutiles que dans ceux-là, bien qu'on ne sente aucune passion qui s'oppose à la volonté. Souvent on baaille lorsqu'on voit baailler un autre, on s'y sent forcé quoiqu'on fasse pour s'en défendre. Dans les inflammations du gozier, qui rendent l'action d'avaler fort pénible & fort douloureuse, on veut s'en défendre au moins lorsqu'on ne mange pas. Cependant on a beau faire, on fait à tout moment ce qu'on cherche à éviter. D'un autre côté il y a certaines fonctions naturelles qui s'exécutent sans aucune difficulté dès que le besoin naturel nous avertit d'y consentir. Ces mêmes fonctions manquent quelquefois, quand la nature presse le plus & malgré les efforts qu'on fait pour y parvenir. Il y a un nombre de cas de cette nature que je pourrois détailler ici; mais j'aime mieux qu'on les lise dans *Montaigne* qui les a rassemblés dans ses Essais. *) *Il n'y a*, selon cet ingénieux Auteur, *aucune partie de notre corps, qui ne refuse souvent à notre volonté son opération, & qui souvent ne s'exerce contre notre volonté.* Dans plusieurs de ces cas on sent si peu ce qui s'oppose à la volonté, qu'on les a attribué à des causes surnaturelles.

Il y a plus encore. Dans une certaine espece de mélancholie on fait des choses pour lesquelles on a la plus grande horreur au moment même qu'on les fait, au point que la superstition y a crû découvrir visiblement l'action d'un esprit malin & tout-puissant. J'ai connu un homme d'une grande probité, d'un grand sens & très éclairé par les lumieres de la philosophie, qui a eu le malheur d'être attaqué de ce mal: une longue suite de chagrins en étoit la cause. Quoique intimement pénétré de vénération pour l'Etre suprême, il ne pouvoit, pendant un tems, enten-

*) Liv. I. Chap. 20.

tendre nommer cet Etre qu'il adoroit de tout ſon coeur, ſans lâcher contre lui quelques traits de blaſpheme. Les cheveux lui dreſſoient d'horreur, il s'efforçoit de couvrir ſes blaſphêmes par des actes d'adoration. Je l'ai vû dans ces momens ſinguliers, & il m'a ſouvent dit qu'il étoit tenté de croire qu'il y avoit deux ames dans lui, l'une béniſſant Dieu pendant que l'autre le blaſphémoit. Car il ne pouvoit comprendre comment le même être pouvoit faire à la fois deux choſes auſſi directement oppoſées l'une à l'autre. Ce ſeul cas prouve aſſez que, ſans aucune apparence de motif, on agit quelquefois contre la volonté la plus déterminée.

Seneque le tragique paroit avoir eu une connoiſſance diſtincte de ce paradoxe. Voici comme il fait parler Phédre

— *ora ceptis tranſitum verbis negant.*
Vis magna vocem emittit, at major retinet. *)

Le même paradoxe a lieu par rapport au jugement. Car il y a des cas où l'ame n'a pas la liberté de croire ce dont elle eſt pourtant convaincue. J'ai connu des gens très perſuadés que la mort anéantiſſoit notre être, & qui pourtant avoient peur des revenans. On a des exemples d'Athées ſuperſtitieux, d'Epicuriens qui, quoiqu'ils attribuent tout au hazard, croyent aux prédictions, aux bons & mauvais augures. Qu'on ne croye pas, que les perſonnes dont je parle s'imaginent ſeulement avoir conviction de leur ſyſteme, & que dans l'occaſion ils adoptent la doctrine oppoſée, & que ce ſoit cela qui produiſe cette inconſéquence. Ce n'eſt pas la ſolution du noeud. Un cas que l'on peut amener auſſi ſouvent que l'on veut, prouve que deux jugemens oppoſés peuvent avoir lieu en même tems. La ſeule idée d'un grand danger, fait quelquefois évanouir de peur, quoiqu'on ſoit poſitivement aſſuré qu'on ne riſque rien. Cela arrive lorſqu'on lit ou que l'on entend une narration bien vive d'un pareil danger. Suppoſé qu'il y ait au haut d'une tour des chaines très fortes, & ſi bien attachées que les forces réunies de cent hommes ne ſeroient pas capables

 de

*) Senecæ Phædr. vs. 601. 602.

de les rompre. Quand vous auriez vu tout cela, quand vous en seriez convaincu par vos sens & par le raisonnement le plus évident, vous seriez saisi de peur, si, après y avoir été attaché, vous vous trouviez suspendu & balancé dans l'air. Vous auriez les plus fortes raisons de vous croire en sureté, cependant la peur prouve, que vous vous croyez en danger.

En reflêchissant sur les faits que je viens d'alléguer & de détailler en partie on trouvera qu'ils prouvent incontestablement deux choses. Premierement, qu'il y a quelquefois dans nous une force, supérieure aux efforts de la volonté, qui nous contraint d'agir contre notre gré. Secondement, qu'une force semblable nous contraint quelquefois de regarder comme faux ou vrai ce que nous savons positivement être vrai ou faux. Quoique ces deux propositions résultent immédiatement des faits allégués, je crois devoir m'arrêter ici un moment pour prévenir quelques doutes, qui pourroient venir à ceux qui ne les approfondissent pas assez.

Je sai qu'on ne trouve ordinairement rien d'embarassant dans le cas ou la passion l'emporte sur la raison. On suppose que les motifs présentés par la passion étant les plus forts l'emportent naturellement sur ceux de la raison. On croit que ceux qui sont dans les cas, où l'on dit avec *Médée*

— — video meliora proboque
Deteriora sequor.

ne font que changer d'avis pendant la passion. On parle d'une volonté *antecedente* & d'une volonté *conséquente*. Les hommes, dit-on, aiment le bien, ils se proposent de le pratiquer; mais ils changent de sentiment pendant la passion, qui fait trouver le mal préférable au bien. Cependant cette explication n'est point satisfaisante. Car nous avons vû que ces deux volontés ne se succedent pas toujours, mais qu'elles coëxistent souvent; qu'on déteste une action au moment même qu'on la fait; qu'on étend la main dans l'instant même où l'on s'efforce de la retirer. Il est donc évident que ce n'est pas par un

chan-

changement d'avis qu'on peut expliquer ce paradoxe, & qu'il s'agit ici de découvrir cette force cachée qui nous fait agir malgré nous, & de voir comment elle peut agir contre notre gré.

L'autre paradoxe est aussi réel que celui-là. On ne peut craindre le danger, que quand on le croit réel. Lors donc que l'on craint, on juge qu'il y a réellement du danger. Or la crainte ayant lieu là où l'on est convaincu de la sureté, il est évident que ces deux jugemens contraires existent dans nous à la fois. Dans le même instant nous regardons la même chose comme réelle & comme imaginaire.

Il se présente donc ici deux questions à résoudre. D'où viennent ces forces imperceptibles quelquefois & pourtant si supérieu- à tous les efforts dont l'ame soit capable? Et comment arrive-t-il, que ces forces l'emportent toujours sur les effets de la volonté? Ces questions ne sont pas de simple curiosité. Il importe beaucoup qu'elles soyent résolues parce qu'elles tiennent à ce qu'il y a de plus utile dans la connoissance de l'homme.

Pour repondre à ces questions, il faut recourir à la théorie des perceptions obscures, commencée par *Leibniz*, & perfectionnée par ses disciples; théorie très importante sans laquelle nombre de phénomenes psychologiques resteroient inexplicables. Voici les observations qui sont le fondement de cette théorie. Outre les perceptions claires, ou celles dont l'ame se rend compte, & qui fixent son attention, il y en a en même tems un très grand nombre d'autres plus ou moins obscures, dont elle ne s'apperçoit point ou si foiblement qu'elle ne les démêle pas. Ces perceptions obscures produisent souvent des effets très sensibles. Il est de l'esprit comme de la vue. Lorsque nous voyons un paysage, il n'y a qu'un petit nombre d'objets que nous y voyons distinctement, parce qu'ils sont assez près de l'oeil & assez éclairés par la lumiere. Le plus grand nombre est confus, & nous ne pouvons point dire quelles sont les parties qui occupent chaque place du tableau; d'autres enfin sont tellement dans l'ombre ou si petits qu'ils deviennent imperceptibles. Cependant ces parties confu-

ses

ſes & imperceptibles font partie de l'image peinte au fond de l'oeil, & elles ont leur part à la perception totale qui réſulte de la vue du payſage entier. Cette perception totale changeroit d'eſpece, ſi ces parties imperceptibles étoient ôtées de la ſcene. La même choſe arrive toutes les fois que nous avons l'idée claire d'un objet composé. Nous penſons par exemple à une perſonne de notre connoiſſance. L'idée que nous en avons eſt composée d'un grand nombre d'idées particulieres. L'extérieur de cette perſonne, ſon caractere, ce que nous ſavons de ſes actions, de ſes moeurs, de ſes manieres &c. tout cela entre dans l'idée totale. Mais de ce grand nombre d'idées il n'y en a que peu, qui ſoyent aſſez claires pour que nous les diſtinguions; cependant les autres ne laiſſent pas de faire effet pour déterminer l'eſpece de la perception totale. Tout cela a été mis en évidence par pluſieurs philoſophes.

J'ajoute à cela que ce n'eſt pas la perception ſeule d'une idée qui peut être obſcure; tous les autres actes de l'ame peuvent être tels. Il y a des jugemens obſcurs, que nous faiſons ſans nous en appercevoir, des ſentimens obſcurs, des deſirs & des averſions obſcures. Ce ſont ces *Je ne ſai quoi*, que tout le monde ſent quelquefois. En un mot toutes les facultés de l'ame peuvent s'exercer de deux façons; l'une claire & telle que nous ſâchions ce que nous faiſons & que nous puiſſions en rendre compte; l'autre obſcure & telle que nous ignorions nous-mêmes comment les choſes ſe paſſent dans nous. Une ſeule obſervation, & des plus ordinaires, ſuffit pour prouver tout cela. Combien de fois n'arrive-t-il pas qu'on eſt de bonne ou mauvaiſe humeur, ſans ſavoir pourquoi? C'eſt que dans ces cas l'on ſent, l'on juge, l'on deſire ou l'on abhorre quelque objet que l'on ne ſe repréſente qu'obſcurément.

Obſervons maintenant que chaque choſe a pluſieurs côtés, & que le jugement que nous en portons dépend du côté par lequel nous l'enviſageons. Différens points de vue produiſent des jugemens différens. Il eſt donc très poſſible qu'en enviſageant un objet par un côté

côté moyennant des perceptions claires, nous l'envisagions du côté opposé par nos perceptions obscures, & que par là les deux jugemens soyent opposés l'un à l'autre. Un fait que me fournit ma propre expérience achevera de rendre cela évident.

Dans une compagnie où je me trouvois on parla d'une très belle action qu'avoit fait un homme que je connoissois fort peu & de bien loin. L'action étoit si belle que toute la compagnie la loua à l'envi. Cependant je sentis en même tems je ne sai quoi, qui parut refroidir ou tempérer un peu mon admiration; une force inconnue sembloit m'empêcher de m'y livrer tout à fait. J'étois pourtant bien assuré qu'aucune envie, ni jalousie, ne pouvoit se mêler dans mon jugement. Etonné moi-même de cette espece d'indifférence qui diminuoit mon approbation, je m'appliquois à en rechercher la cause. Après y avoir songé pendant quelque tems, je crûs m'appercevoir qu'à l'idée de l'action dont il s'agissoit se méloit toujours celle de la personne qui l'avoit faite, & que c'étoit cela qui y jettoit quelque ombre. Je me trouvois dans le cas où l'on est, lorsqu'on s'efforce à se rappeller un nom qui ne nous revient pas; il semble à tout moment qu'on aille le trouver sur sa langue. Après plusieurs efforts, on se rappelle une lettre de ce nom, puis une autre, & à la fin on le rattrape tout entier. Ce fut précisément de cette façon que je parvins à la clef de l'énigme dans le cas dont il s'agit. Je me rappellai à la fin, que longtems auparavant on m'avoit parlé de l'homme dont il s'agissoit comme d'un sujet fort médiocre. C'étoit donc le souvenir obscur de cela, qui m'avoit empêché de prodiguer mes louanges. Voilà comment les idées obscures influent sur nos jugemens.

Je crois que ces observations suffisent pour faire comprendre comment on peut avoir en même tems deux perceptions contraires, dont l'une soit claire & l'autre obscure. Dans les passions déclarées les idées & les sentimens contraires à la raison ne sont pas tout à fait obscurs, on les démêle plus ou moins; mais souvent aussi ces affections sont si obscures, qu'il n'est pas possible de les connoitre.

Cela a ſurtout lieu, quand le ſentiment obſcur tient à des faits paſſés depuis fort longtems. On a quelquefois des prédilections & des averſions dont on chercheroit en vain les cauſes, parce qu'elles tiennent à quelque idée ou à quelque fait dont l'époque remonte juſqu'à notre enfance, & que le tems les a entierement obſcurcies. C'eſt par là que s'expliquent bien des paradoxes. On s'étonne quelquefois que des gens très éclairés & trés pénétrans ayent des préjugés qui paroiſſent tout à fait impardonnables. Ces préjugés ſont très certainement des ſuites fort naturelles de quelque idée obſcure abſolument cachée au fond de l'ame. Voilà l'origine de ces forces obſcures dont il s'agit.

Je viens à la ſeconde des queſtions propoſées plus haut. Comment arrive-t-il que les forces qui viennent des idées obſcures, l'emportent toujours ſur les efforts de la volonté? Ou, pour la propoſer plus nettement, pourquoi les idées obſcures ont-elles plus de pouvoir ſur nous, que les idées claires & diſtinctes? Pour répondre à cette queſtion il faut reprendre les choſes de plus haut. Qu'il me ſoit permi ici, de répéter & d'étendre même quelques obſervations que j'ai faites à l'occaſion des recherches ſur les plaiſirs des ſens, inſerées dans un des Volumes des Mémoires de l'Académie *).

J'ai donc obſervé là, que plus une perception ſe préſente diſtinctement, moins elle a de force pour émouvoir. J'ai allégué pour le prouver ce qu'on peut obſerver dans la gradation des ſenſations agréables ou déſagréables qui nous viennent par différens ſens. Le même degré de perfection ou d'imperfection dont on eſt affecté par la vue, cauſe un ſentiment moins vif que celui qu'on auroit du même objet par l'ouie; & celui-ci eſt moins vif que celui que donnent l'odorat ou le gout; ceux-ci encore moins, que ceux qui ſeroient cauſés par le tact. Le degré le plus foible de ces ſentimens a lieu, lorsque la cauſe n'eſt préſente qu'à l'eſprit, ſans aucune ſenſation

*) Année 1751.

tion extérieure. L'idée d'un ordre interrompu, ou d'une certaine dissonance, qu'on voit distinctement par l'entendement seul, produit quelque sentiment désagréable. Le même degré de désordre vû, ou apperçu dans une couleur, est bien plus désagréable; le son discordant d'une fausse corde, qui n'auroit que le même degré de désordre le seroit encore d'avantage; & si le tact nous présentoit le même défaut, la sensation seroit déjà une douleur. Ces observations qui sont autant de fait que de raisonnement, prouvent que, plus une perception est confuse, plus elle a de force sur le sentiment. Beaucoup d'autres faits prouvent la même chose. On sait par exemple que les passions ne doivent leur origine qu'à des représentations confuses, & que le moyen de les affoiblir est de se représenter distinctement les objets qui les ont fait naitre. C'étoit en cela que consistoit le grand secret de la philosophie Stoïcienne, comme l'on peut voir dans les Ecrits de l'Empereur *Marc-Aurele* & dans ceux *d'Epictete.*

Il n'est pas fort difficile de découvrir la raison physique de cela; & comme il appartient à mon sujet de l'exposer ici, j'espere qu'on me pardonnera le détail dans lequel je me vois obligé d'entrer, pour rendre la chose assez claire.

Observons d'abord, qu'il ne se passe rien dans l'ame sans qu'il arrive en même tems quelque mouvement analogue dans le systeme des nerfs, en sorte qu'à chaque perception dans l'ame, réponde certain ébranlement dans le systeme nerveux. Dans la simple perception, il n'y a que les nerfs du cerveau qui agissent; & plus la perception est composée, plus le nombre de ces nerfs est grand. Lorsque la perception se change en sentiment, le mouvement se communique aux nerfs de la poitrine. Il paroit donc que le cerveau est le siege des pensées, & le diaphragme celui du sentiment & des forces exécutrices de l'ame.

Nous ignorons la liaison qu'il y a entre les nerfs du cerveau & ceux de la poitrine; mais on observe constamment que, lorsqu'il y a une certaine confusion dans les idées, l'ébranlement se communique

 du

du cerveau à la poitrine. C'eſt le moment où la perception produit le ſentiment.

Conſidérons maintenant ce qui ſe paſſe dans l'ame, lorsqu'elle penſe bien diſtinctement. Une repréſentation n'eſt confuſe que parce que ſes parties, ou les idées ſimples qui la compoſent, ſont mêlées dans une ſeule maſſe & apperçues à la fois. Pour rendre une perception diſtincte, il faut en ſéparer les parties & fixer chacune ſeparément Pendant que l'ame fait cette opération, il n'y a toujours qu'une ſeule idée ou notion ſimple qui ſoit bien claire; & par conſéquent, il n'y a alors qu'un ſeul nerf qui ſoit ſenſiblement ébranlé. De là vient le calme ou la grande tranquillité de l'ame & du corps que l'on obſerve dans ceux qui ſont abſorbés dans la méditation. C'eſt parce que l'action d'un ſeul nerf eſt trop foible pour communiquer ſon ébranlement aux nerfs de la poitrine. Un exemple rendra cela plus ſenſible. On me préſente une écriture. D'abord je ne la vois qu'en gros & confuſément; cela me préſente des lignes noires ſur un fond blanc, & j'y apperçois en gros un certain ordre & une certaine netteté. Tant que l'action de mon oeil eſt repandue ſur toute la feuille, il n'y a point de mot que j'y puiſſe lire. Pour y en diſtinguer un en particulier, il faut que l'axe de l'oeil ſoit dirigé directement ſur ce mot. Alors l'image qui, comme l'on ſait, ſe forme au fond de l'oeil, devient plus diſtincte dans l'endroit où ce mot ſe préſente, toutes les autres images deviennent plus confuſes, je puis lire ce mot. Cependant je le lis ſans me repréſenter diſtinctement chaque lettre dont il eſt compoſé; & s'il s'agit de prendre une connoiſſance diſtincte de l'écriture, il faut encore que, non content de voir chaque mot en particulier, je diſtingue chaque lettre & même chaque trait dont elle eſt compoſée. Or en faiſant cela il eſt évident, qu'il n'y a à chaque moment, qu'un ſeul point prèsque indiviſible au fond de l'oeil, qui ait une clarté complette; les autres parties de l'image étant toutes fort confuſes. Dans ce cas-là, il n'y a qu'une ſeule fibre du nerf optique, qui ſoit ſenſiblement affectée. Ce mouvement eſt trop foible pour ſe communiquer aux autres parties du ſyſteme nerveux.

veux. Voilà ce qui arrive toutes les fois que nous avons des repréſentations bien diſtinctes. Il n'y a à la fois qu'un ſeul point lumineux dans l'eſprit, une ſeule perception ſimple, qui ſoit bien claire; tout le reſte des perceptions préſentes tombe dans les ombres & ceſſe d'être ſenſible.

On comprendra par là pourquoi les repréſentations bien diſtinctes produiſent peu d'effet dans l'ame, & pourquoi il faut qu'un nombre de perceptions particulieres forment une maſſe confuſe pour produire le ſentiment. Ce n'eſt que le grand nombre de nerfs ébranlés ſenſiblement à la fois, qui eſt capable de communiquer l'ébranlement aux nerfs de la poitrine.

Revenons maintenant ſur nos pas. Il s'agiſſoit d'expliquer ce paradoxe, que les repréſentations obſcures ont plus de force ſur nous, que celles qui ſont claires & diſtinctes. Or on comprend par ce que je viens d'obſerver qu'aucune repréſentation ne produit le ſentiment, que quand elle eſt confuſe. Pour peu qu'elle ſe préſente diſtinctement, l'eſprit commence à y travailler; car il eſt de notre nature de vouloir développer une perception, qui a un certain degré de clarté. Or en faiſant cela toute l'action ſe paſſe dans le cerveau. Mais, ſi la confuſion eſt telle que l'eſprit n'y trouve rien a diſtinguer, le total de l'objet agit à la fois, & produit le ſentiment. Lors donc que deux perceptions ſe préſentent en même tems, celle qui eſt obſcure ne fait point d'effet ſur l'eſprit; elle conduit immédiatement au ſentiment, pendant que l'autre affecte l'eſprit du moins pendant quelques inſtans: & c'eſt pendant ces inſtans que la perception obſcure s'empare de l'ame & produit l'action. Il n'eſt pas poſſible que l'action lente des idées diſtinctes empêche l'effet rapide des idées obſcures. Voilà de quelle façon le ſentiment ſurprend la raiſon.

Je ſens fort bien que cette explication ne ſera pas également lumineuſe à tout le monde. Il faut avoir longtems obſervé l'ame dans ſes opérations les plus ſecretes, & avoir acquis une certaine habitude de reflêchir ſur les moindres changemens qui ſe paſſent au dedans de

 nous,

nous, pour saisir tout ce qui est rélatif à la physique de l'ame. Mais, quoiqu'il en soit, j'ajoute une autre remarque qui explique le paradoxe d'une maniere plus intelligible.

Lorsque nous sentons confusément une chose, nous ne sommes pas en état d'apprécier sa valeur. Car nous ne démêlons point ce que nous sentons; & très souvent nous prenons pour un effet de notre jugement ce qui n'est que préjugé; nous croyons sentir ce que d'autres ont senti pour nous. Un cas qui arrive assez souvent, peut servir d'éclaircissement à cette remarque. Deux personnes voyent de loin un objet qu'elles ne distinguent pas assez. On cherche à démêler ce que ce peut être. L'un des deux prononce que c'est telle chose. Dès ce moment l'autre confirme ce jugement, & se persuade qu'il voit distinctement la chose que l'autre a nommée. Cependant cet autre s'étoit trompé de nom, & voit toute autre chose, que ce qu'il a nommé. C'est ainsi que l'obscurité de nos perceptions nous donne le change, & nous fait prendre des visions pour des réalités.

Il n'est pas fort difficile, après cette remarque, de voir d'où vient la force supérieure des perceptions obscures. Comme il est impossible de douter de ce que l'on sent, on ne doute pas plus de ce que l'on croit sentir & on croit sentir tout ce qui entre dans la perception un peu obscure d'un objet. Il y a mille choses sur lesquelles nous avons entendu prononcer une infinité de fois, avant l'âge de réflexion. Ces jugemens nous sont devenus si familiers, que toutes les fois qu'une de ces choses-là nous revient, le jugement que nous en avons entendu porter revient en même tems, & cela se passe si rapidement, que toute la perception paroit être une sensation intérieure. Lors donc qu'il est question d'agir, les motifs obscurs, conséquences de ces prétendues sensations, ne peuvent pas manquer d'avoir leur effet, quoiqu'en dise la raison. C'est le même cas que celui de ces illusions d'optique, où il est presque impossible de resister au charme. Vous avez beau savoir avec la plus grande certitude, que la Lune à son coucher n'est pas plus grande que lors-

lorsqu'elle étoit dans le méridien, l'illusion l'emporte sur la raison, bien qu'on sache d'où vient l'erreur.

Or l'illusion étant si forte lors même qu'on en connoit l'origine, quelle force n'aura-t-elle point dans les cas où l'on ne soupçonne pas même qu'on se trompe? Ces cas sont ordinairement ceux où le jugement est produit par des perceptions obscures, dont on ne peut se défier, parce qu'on ne les sent pas. Voilà pourquoi on prend le jugement pour une espece de sensation intérieure. C'est ainsi que l'on attribue à la nature même, des goûts, des inclinations & des caprices très contraires à la nature. On ne démêle pas les causes qui les ont fait naitre, & on s'imagine qu'elles ont leur origine dans la nature des choses. On cherche vainement à leur opposer la force de la raison. Ce sont des ennemis cachés dans des embuscades: on reçoit les coups qu'ils portent sans voir d'où ils viennent. C'est à cause de cela qu'il est impossible de s'en défendre directement. L'homme sera toujours esclave de ses passions & de ses préjugés, tant qu'il n'aura que la raison à leur opposer.

Voilà si je ne me trompe la vraye origine de la puissance tirannique des passions, des préjugés, des préventions & de tant d'autres ennemis de la raison. Ils sont postés dans les régions obscures de l'ame, où, si l'on decouvre leurs manoeuvres ce n'est que lorsqu'il est trop tard pour s'y opposer; c'est ce qui leur donne presque toujours une victoire assurée.

Cette observation est le résultat de toutes les recherches précédentes: elle peut servir à expliquer bien des paradoxes dans les opinions, dans les moeurs, dans les coutumes & dans la conduite des hommes: & on peut en même tems en tirer plusieurs remarques très importantes sur les arrangemens à prendre pour donner plus d'avantage aux lumieres de la raison.

Au premier coup d'oeil, rien ne paroit plus surprenant à la raison non prevenue que certaines opinions auxquelles se livrent des peuples

ples entiers, des sectes, des ordres. On les trouve si directement contraires au bon sens, qu'on ne sait que penser de ceux qui les ont adoptées. Il en est de même de plusieurs coutumes & pratiques, qui paroissent si révoltantes qu'on a de la peine à en croire ses yeux, lorsqu'on les voit.

Tout cela s'explique assez clairement par ce que nous avons remarqué sur la force des idées obscures. Ce qu'on entend & ce qu'on voit avant l'âge de réflexion se place dans l'esprit sans aucun obstacle. On sait qu'on peut faire accroire tout ce que l'on veut aux enfans & aux personnes qui ne réfléchissent point. Des mots vuides de sens remplissent l'imagination, & le jugement reçoit un grand nombre de propositions gratuites ou même contradictoires, sous l'apparence de réalités & de vérités. Toutes les fois donc que la mémoire nous rappelle ces mots ou ces propositions, elle nous rappelle aussi quoique obscurément l'apparence de réalité & de vérité sous laquelle nous les avons reçus autrefois. Cela nous empêche de les soumettre à l'examen de la raison. Supposé même qu'il nous vienne quelque doute, qui nous porte a entreprendre cet examen, nous avons prononcé ou agi dans l'occasion, longtems avant que la raison ait eu le tems de développer ses argumens. On ne voit la faute qu'après coup, & on ne l'évite qu'après l'avoir reconnue souvent.

Cette action rapide des idées obscures se fait voir très clairement dans les mauvaises habitudes que l'on connoit pour telles & dont on souhaite de se corriger. On n'y réussit qu'après un nombre de tentatives. Cependant déjà la premiere fois la raison parloit bien décisivement & proposoit des motifs bien solides; mais le sentiment l'emportoit, parce qu'il agit plus promptement; tout ce qu'il insinue se présentant à la fois, tandis qu'il faut du tems pour se représenter distinctement les raisons contraires.

Il n'y a donc rien de si absurde en fait d'opinion & d'usage qu'on ne puisse introduire & maintenir contre les droits de la raison & du bon sens. Dès qu'une erreur s'est incorporée, si je puis m'exprimer ainsi, dans la masse des idées obscures, il est extrèmement difficile de

de l'arracher ou de l'expulser de l'esprit. Voilà pourquoi le sage même ne se dépouille que très difficilement des préjugés nationaux, & des préjugés de l'ordre dans lequel il a été élevé. Il n'y réussit qu'autant qu'il peut faire passer de l'esprit au sentiment les décisions de la raison. Car, pour abandonner une erreur adoptée depuis longtems, il ne suffit pas de démontrer que c'en est une; il faut le sentir sans avoir besoin de la marche lente du raisonnement.

Cette réflexion nous conduit à deux remarques, par lesquelles je finirai ce discours.

Ce que nous venons d'observer sur la facilité avec laquelle on reçoit les opinions & les pratiques les plus bisarres & sur l'opiniâtreté avec laquelle on s'y attache, nous fait voir qu'il ne seroit pas difficile d'inspirer à un peuple simple & non prévenu, des opinions & des sentimens raisonnables, de le rendre sage & vertueux. Il ne faudroit pour cela que lui donner des conducteurs qui le fussent. L'homme non prévenu croit ce que les autres croyent & fait ce qu'il voit faire à d'autres. Toute la difficulté se réduiroit à trouver les arrangemens nécessaires pour placer devant les yeux du peuple les modeles sur lesquels on voudroit le former. Cela fait, le succès seroit immanquable. Il est facile d'appliquer ces remarques au cas particulier où il s'agit de la meilleure méthode pour faire réussir l'éducation de la jeunesse. Je passe à lautre remarque.

Nous avons vû par tout ce qui a été dit plus haut, que le raisonnement ne peut rien contre le préjugé, ni les motifs fournis par la raison contre le sentiment. Quelques Philosophes s'étant apperçûs de cela, en ont tiré la fausse conséquence, que la raison étoit un don de la nature très inutile. Ils prétendent que les lumieres de l'esprit n'ont aucune influence sur les actions, & qu'elles ne peuvent servir que d'amusement. Il croyent que cette doctrine est suffisamment prouvée par l'exemple de plusieurs Philosophes, qui prêchent la vertu sans la pratiquer eux-mêmes, qui exposent avec beaucoup de solidité le mérite & l'avantage des sentimens qu'eux-mêmes n'ont pas, ni ne se soucient d'avoir. A' cela je remarque qu'on ne peut pas

 discon-

disconvenir du fait, mais que la conséquence n'est pas juste. L'explication que j'ai donnée du fait, nous découvre en même tems les moyens d'assurer à la raison ses droits & sa prééminence.

Le préjugé étant incontestablement plus fort que le raisonnement, plus efficace que le motif connu distinctement, il ne s'agit que de donner aux décisions de la raison la force du préjugé & du sentiment; ce qui est très possible. On n'a qu'à répéter très souvent le même raisonnement & peser le même motif, jusqu'à ce que l'un & l'autre nous soit devenu très familier. Alors on se les rappelle avec facilité dans l'occasion; la connoissance distincte qu'on en avoit au commencement, se change par là en connoissance intuitive & confuse; & c'est cela qui lui donne la force impulsive. Il en est des connoissances morales comme des regles de l'art. La connoissance distincte de toutes les beautés d'un tableau ne vous met point en état de l'exécuter. Vous savez que pour cela il vous faut du génie & de la pratique. Or, en réduisant à des notions précises ce qu'on entend par génie & pratique habituelle, vous trouverez que cela revient à une connoissance intuitive & familiere des regles & de la façon de les exécuter. En répétant fort souvent le même raisonnement, & en pesant fort souvent le même motif, l'un & l'autre deviennent si familiers qu'un seul instant suffit dans l'occasion, pour en avoir une connoissance intuitive. C'est moyennant cela que les connoissances passent de l'entendement à l'imagination, & de là dans cette région de l'ame où sont les forces impulsives. Voilà le moyen d'assurer à la raison son droit de conduire l'homme au bonheur par le chemin de la vertu.

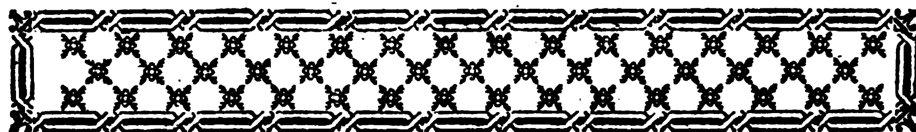


MÉMOIRES

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE BELLES-LETTRES.





ESSAI

DANS

LEQUEL ON SE PROPOSE DE DÉTERMINER LE NOMBRE DES HABITANS DE LONDRES ET DE PARIS.

PAR M. SUSSMILCH.

Traduit de l'Allemand.

La plûpart de mes Lecteurs ne sauroient ignorer combien de peine ont prise jusqu'à présent quantite d'Ecrivains pour exagérer le nombre des habitans de Londres & de Paris, sur des suppositions mal fondées, & par un principe d'envie blâmable qui les portoit à rendre ce nombre supérieur à celui des habitans de toutes les autres Villes. Les Savans de France les plus judieux, Mrs. de la Condamine & de Parcieux, n'ont pas donné à Paris plus de huit cent mille habitans, tandis que les autres ne parlent que par millions. Parmi les Anglois, M. Maty, dans son Histoire de Londres, a vanté avec beaucoup trop d'ostentation la grandeur de cette Capitale, l'élevant au dessus de toutes les autres, sans en excepter l'ancienne Rome, qui n'a pourtant jamais eu, & n'aura jamais sa pareille en Europe. Il paroit bien que tous les Auteurs qui tiennent un pareil langage, n'ont pas assez considéré ce que c'est que cent mille hommes, & combien il faut d'arrangemens pour subvenir à tous leurs besoins. Un million est bientôt dit ou écrit; mais un million d'estomachs n'est pas aussitôt rassasié. Tenir une pareille multitude dans l'ordre, veiller à sa sureté, la préserver des dangereux effets des vices grossiers, surtout dans une

Ville où les privileges de la liberté s'étendent fort loin; c'est ce qui demande assurément autant de sagesse & de prudence que d'activité & d'application. La Police & l'Etat même n'ont pas peu à faire, lorsque le nombre des Citoyens libres devient trop grand dans une Ville. Je suis donc dans l'idée du sage Aristote, qui, dans sa Politique, conseille de ne pas permettre que le nombre des habitans d'une Ville aille au delà de cent mille; & cela uniquement parce qu'un pareil accroissement seroit préjudiciable à ce qu'il appelle πολιτευειν: expression, par laquelle j'entens non seulement ce que nous nommons Police, savoir ce qui contribue à la sureté & au bon ordre d'une Ville; mais encore une bonne administration de toutes les affaires, un Gouvernement salutaire du Corps entier de la République, dans lequel les bonnes moeurs, & une saine façon de penser, tiennent sans contredit les premiers rangs. Telles étoient alors les fonctions des Chefs dans les Villes, & telles devroient-elles être encore, si malheureusement l'air des grandes Villes ne devenoit aisement comme infecté de la plus dangereuse des contagions, c'est celle qui corrompt les moeurs, & attaque les vertus naturelles de toute une Nation, par où elle porte en même tems les atteintes les plus funestes à son bonheur. Je ne m'étendrai pourtant pas davantage ici sur ces considérations; & je m'en tiendrai à rechercher avant toutes choses, sur quels fondemens & d'après quels principes on peut déterminer de la maniere la plus vraisemble le nombre des habitans, tant dans les villes que dans les Provinces entieres.

Il y en a qui se servent pour cet effet du nombre des Maisons d'une Ville; mais c'est un moyen sur lequel on ne peut gueres compter, puisque le Commerce, les Colleges, les Cours, les Garnisons, les Cloîtres, les Fondations, les Ecoles & les Universités, causent à cet égard des différences trop considérables.

Les Anglois & les François ont voulu prendre le simple espace des deux Capitales de leurs Royaumes pour y fonder la détermination du nombre des habitans; mais l'extreme variété des édifices, de la largeur des rues & de la grandeur les places, jette également ici dans

l'in-

l'incertitude. Je vais tirer de Berlin la preuve de tout ce que je viens d'avancer. Cette Ville a présentement un peu plus de six mille maisons; mais, dans les anciennes parties de la Ville, il y a des maisons qui, avec leurs bâtimens sur le derriere, sont si spacieuses, que trente familles, ou même plus, peuvent y loger; au lieu que dans les faux-bourgs qui, ayant été bâtis depuis une centaine d'années, font à présent partie de la Ville, toutes les rues sont non seulement fort larges, mais il s'y trouve de vastes Palais, & derriere les grandes maisons des jardins fort étendus. Au contraire les maisons sont pour la plûpart étroites, & cependant fort cheres, à Amsterdam. L'enceinte de cette Ville n'égale pas celle de Berlin; cependant elle contient plus de vint mille maisons, & par conséquent au delà de trois fois autant qu'il n'y en a dans Berlin. Avec tout cela Amsterdam n'a gueres plus de deux cent mille habitans; & ceux de Berlin vont présentement à cent trente mille.

Il ne faut pas non plus faire attention à des tems différens, lorsqu'on veut comparer des Villes entr'elles. L'état du Commerce & des Fabriques peut aisément causer un accroissement ou un décroissement rapide dans le nombre des habitans, comme je le ferai voir plus bas par rapport à Londres.

La voye la plus sûre pour parvenir à fixer le nombre des habitans d'une Ville consiste donc, à mon avis, dans les listes des mariages, des naissances & des morts. Surtout je donne ici la préférence aux listes des morts, pourvu qu'on puisse les rassembler au point d'en tirer un nombre moyen, suffisamment fondé sur les rapports exacts de quelques années. L'ordre incomparable qui regne dans la mortalité des hommes, m'a fourni la matiere de détails & de démonstrations que l'on trouve ailleurs, & qui prouvent que, parmi les gens de la campagne, de 42 il en meurt annuellement un, ou à peu près $2\frac{1}{2}$ de cent; au lieu que, dans les Villes grandes & peuplées, il en meurt un sur 24 ou 25, ou 4 de cent; dans de plus petites Villes, on trouve un de 30 à 32, & dans les Bourgs & Villages en général un de 36, qui payent annuellement le tribut à la Nature.

Si

Si l'on ne peut pas avoir un bon nombre moyen & exact des morts dans une grande Ville, il faut se servir du nombre des baptisés, dont j'ai aussi prouvé ailleurs, qu'il y a dans les grandes villes 30 vivants contre un enfant baptisé: dans les petites villes & dans les villages, où le vice ne trouble pas trop l'ordre de la nature, on ne peut compter que 22 jusqu'à 24 personnes vivantes contre un enfant né. Les naissances n'y sont pas empêchées autant que dans les villes.

Dans un cas de nécessité, le nombre des mariages d'une grande Ville peut aussi être employé, quoiqu'on s'apperçoive aisément que la vie luxurieuse qui y regne, trouble beaucoup plus l'ordre de la nature qu'à la campagne. Communément, sur 100 ou 110 vivans il se fait un mariage; mais dans les grandes villes il en faut 130 & davantage. Les fortes dépenses causées surtout par des écarts licentieux, qui, à la honte du Christianisme, au détriment de l'Etat, & à la ruine de la vertu, sont tolérés sans même qu'on daigne y opposer des répréhensions; ces dépenses dis-je, empêchent plusieurs mariages, & par conséquent plusieurs naissances. Que je souhaiterois qu'on pût tirer de Londres & de Paris les mêmes objets de comparaison sur ces matieres! Mais Londres ne nous fournit que les listes des sépultures, & Paris celles des baptemes.

Les listes des morts sont dressées à Londres avec une très grande exactitude; & l'on y indique même l'âge des morts & les maladies qui leur ont coûté la vie. Cette méthode a pris naissance dans les anciennes pestes dont Londres a été souvent visitée. M. Maitland, dans son Histoire de Londres, remarque, qu'outre les morts notés dans les Régistres publics, il y en avoit encore bien trois mille qui appartenoient à des Chapelles particulieres, dans les Cimetieres desquels ils étoient enterrés. Mais, comme cet Auteur s'est rendu suspect par son penchant excessif à grossir tout ce qui concerne la Ville de Londres, on ne sauroit faire fonds sur l'assertion que je viens d'indiquer, Quant aux listes des baptemes qu'on publie tous les ans à Londres en même tems que celles des morts, on ne peut en faire aucun usage, puis-

puis qu'elles ne comprennent que ceux qui ont été baptisés dans les Eglises Episcopales. Ainsi il vaudroit presque mieux les supprimer, de même que celle des mariages, si ce n'est qu'elles ont l'avantage de confirmer de plus en plus le bel ordre qui regne dans les naissances, & la constante proportion entre les garçons & les filles, qui est un véritable sujet d'admiration, dont Arbuthnot, Moivre, Nieuventyt, Derham & d'autres, ont déduit des preuves solides du gouvernement de la Providence.

A' Paris, la Police publie annuellement quatre feuilles d'impression intitulées, *Etat des Baptemes, des Mariages & des Mortuaires de la Ville & fauxbourgs de Paris*, où l'on trouve des Listes fort exactes de tous ceux qui sont mariés, baptisés & enterrés, suivant l'ordre des mois, & rélativement aux différentes Paroisses. Malgré cette exactitude, on ne sauroit faire usage de la liste des morts; & je suis obligé d'en déclarer ici l'insuffisance, fondée sur ce qu'on met un grand nombre d'enfans en nourrice, hors de Paris, dans des Villages situés à quelques milles de distance, où ils meurent & sont enterrés. Il est connu que dans cette Capitale regne la coutume barbare, que la plûpart des parens d'une condition moyenne, aussitôt que leurs enfans sont baptisés, les livrent pour être allaités à des païsannes entre les mains desquelles ils les laissent souvent pendant quelques années. Parmi nous autres Allemands qui adoptons si volontiers les modes & les moeurs étrangeres, ce bannissement des enfans n'est, par la grace de Dieu, pas encore introduit, quoique le pernicieux usage des nourrices aille de plus en plus en se renforçant; usage contre lequel M. de Parcieux s'éleve aussi avec beaucoup de force & de raison. Or, à présent qu'il est démontré que la plus grande partie des Créatures humaines meurent dans la premiere enfance, & que de 1000 qui naissent, 3 à 400 n'atteignent pas leur cinquieme année; il est aisé de juger que les enfans de Paris sont assujettis à la même loi, & que leur cas est encore plus desavantageux, puisque les païsannes pour l'ordinaire nourrissent deux enfans à la fois, le leur & celui qu'on leur a confié. De cette sorte manquent dans les Listes mortuaires de Paris tous les en-

fans qui décedent à la campagne; & par conſéquent ces Liſtes des morts ſont défectueuſes & inutiles. Cela ne permet pas de les comparer avec celles des Villes où cette coutume inhumaine n'a pas lieu, quand même on voudroit ſe borner à la ſuppoſition que la moitié des enfans eſt dans le cas de ce banniſſement, les pauvres ne pouvant pas en faire les fraix, & les riches, outre qu'ils n'ont gueres d'enfans, ayant des maiſons ſpacieuſes où ils peuvent les garder, & dequoi ſubvenir à l'entretien des Nourrices.

Au contraire je n'ai aucune raiſon de me défier des Régiſtres des Baptemes à Paris; ils paroiſſent auſſi exacts & auſſi complets qu'ils peuvent l'être, vû la pratique établie parmi les Catholiques, & qui eſt louable, de ne mettre qu'un court intervalle entre la naiſſance & le Bapteme. Il n'exiſte non plus dans cette Ville aucune des Sectes qui ſe trouvent en Angleterre, chez leſquelles l'adminiſtration du Bapteme eſt renvoyée fort tard. Le Dauphin, ſeul de toute la Nation, fait ici une exception, n'étant pour l'ordinaire baptiſé que quelques années après ſa naiſſance.

Les Liſtes des Mariages de Paris ne paroiſſent non plus avoir rien de ſuſpect. Si, conformément aux remarques qui viennent d'être faites, on réunit les liſtes des morts de Londres avec celles des naiſſances de Paris, on n'aura pas de peine à en déduire aſſez exactement le nombre des habitans de ces deux Villes, tel qu'il avoit été juſqu'au commencement de la derniere Guerre.

Détermination des habitans de Londres par les morts annuelles tirées des Obſervations de M. *Corbyn Morris.*

Nombre moyen de dix ans des morts à Londres			lequel multiplié par 25 donne le nombre des habitans
de 1691 à 1700	=	20770	519250
1701 — 1710	=	21461	536525
1711 — 1720	=	23909	597725
1721 — 1730	=	27492	687300
1731 — 1740	=	26492	662200
1741 — 1750	=	25352	633800

Cela

Cela fait voir que Londres contient environ ſix cent mille habitans. Dans les années écoulées depuis 1721 juſqu'à 1730, & auſſi juſqu'à 1740, le nombre des morts a été le plus grand, & néanmoins celui des vivans n'alloit pas à 700000. Ainſi ce dernier nombre paroît être le plus grand qu'on puiſſe attribuer à cette Ville dans ſon état le plus floriſſant. Pendant & depuis la derniere Guerre le nombre des morts annuelles a conſtamment diminué, & par là même celui des habitans; ce qu'on peut regarder comme un véritable bonheur pour cette Ville. Cinq ou ſix cent mille perſonnes raſſemblées dans un petit eſpace ſont & demeureront à tous égards un fardeau redoutable, ſurtout vu le progrès des abus, & en particulier relativement à la grande multitude d'ouvriers qui ſe trouvent dans Londres.

Détermination des habitans de Paris d'après les liſtes des Baptemes.

Années				Nombre moyen des baptemes		Nombre moyen des morts.		Nombre moyen des mariages.		Nombre moyen des enfans trouvés.
de 1670	à	1672	=	17923	=	18814	=	3826	=	- - -
1726	—	1730	=	18448	=	18479	=	3966	=	2301
1731	—	1736	=	18813	=	17674	=	4047	=	2556
1745	&	1746	=	20234	=	17686	=	4145	=	3258
1748	—	1751	=	18855	=	18223	=	4474	=	3693
1753	—	1758	=	18003	=	20449	=	4622	=	4427

Nombre moyen de 28 ans, fourni par M. Du Pré de S. Maur, dans Struyck.

19021	=	18665	=	4143	=	- - -

Voyez mon Traité *ſur l'Ordre de la Providence*, Tom. I. Tab. 6. J'ai du regret de n'avoir pu me procurer une ſuite non interrompue de liſtes de Paris depuis 1670, ou du moins depuis 1700, comme j'en ai de Londres.

Ce qu'on vient de rapporter prouve, que le nombre moyen des baptemes à Paris ne peut pas être évalué au delà de 19000, qui

étant multiplié par 30 ou 31 donnera pour le nombre des habitans 589000, ou en nombre rond 600000.

Je ne saurois répéter ici ce que j'ai dit dans mon Ouvrage, Tom. I. Chap. VI. §. 216. & suiv. où j'ai démontré par la voye des expériences le rapport entre les baptemes & les vivans. Rome a donné là dessus l'exemple & la preuve de la maniere la plus satisfaisante, puisqu'elle fournit, avec les listes des naissances & des morts, le dénombrement actuel & annuel de tous les habitans, suivant lequel il n'y a jamais plus de 30 ou 31 vivans pour un enfant qui nait, malgré la multitude d'Ecclesiastiques, d'Etudians, de Domestiques, & de gens attachés à la Cour, qui se trouvent dans cette Ville. Tous les autres exemples dont j'ai fait usage, ont donné moins de 30 vivans contre une naissance; & dans plusieurs villages cela ne va que de 22 à 24. M. Du Pré de S. Maur lui-même n'en a pas trouvé plus de 22 dans les villages situés aux environs de Paris.

Que si l'on vouloit présentement affirmer qu'il y dans Paris plus de 31 vivans contre un nouveau né, cela ne serviroit qu'à montrer d'autant mieux à quel point la fécondité y manque, & cela tourneroit à son deshonneur. En effet, là où 22 à 24 vivans donnent une naissance, il y a moins de stérilité, & les mariages avec tout ce qui peut y contribuer sont sur un meilleur pied, que là où il faut 30 vivans & davantage pour une naissance. Si cependant l'on persistoit dans l'assertion susdite, en se fondant sur la multitude d'Ecclésiastiques, d'Ecoliers Pensionnaires, d'Etrangers, de soldats, de domestiques, de gens suivans la Cour, &c. d'où l'on voulut deduire un nombre supérieur à 30, à la bonne heure, qu'on aille jusqu'à 35, & même à 40, & qu'on multiplie par là la somme des baptemes, cela ne fera tout au plus que 700000, & l'on demeura bien éloigné du million, qu'on a voulu jusqu'ici faire regarder comme le nombre des habitans de cette Ville. Mais je ne saurois même convenir de ces dernieres suppositions, &

& je compte toujours sur la justesse du premier calcul, suivant lequel Paris ne sauroit avoir plus de 600000 habitans. Or, comme on a fait voir ci-dessus que, vers l'an 1750, Londres n'en possédoit pas davantage, il en résulte que dans ce tems-là ces deux Villes étoient également peuplées.

Cette égalité n'a pourtant pas été durable. Il y a cent ans, Paris l'emportoit sur Londres par le nombre de ses habitans; & ce n'est que depuis l'an 1660 où Cromwel dressa cet *Acte de navigation*, si avantageux aux Anglois, que cettte derniere Ville a pris les accroissemens les plus rapides, dont elle est redevable au Commerce. Je vais mettre sous les yeux du Lecteur les preuves de ce progrès remarquable, fondées sur les nombres moyens des morts de Londres, tels que Morris les fournit.

Années		Morts		Habitans
de 1600 à 1610	=	6130	- - -	153, 250
1611 — 1620	=	8084	- - -	202, 100
1621 — 1630	=	10052	- - -	251, 300
1631 — 1640	=	10353	- - -	———
1641 — 1650	=	10444	- - -	———
1651 — 1660	=	12886	- - -	322, 150
1661 — 1670	=	18211	- - -	455, 275
1671 — 1680	=	19114	- - -	———
1681 — 1690	=	22363	- - -	559, 075
1691 — 1700	=	20770	- - -	———

Les autres se trouvent ci-dessus.

On voit par là combien Londres étoit petit il y a 150 ans en comparaison de sa grandeur actuelle, puisque le nombre annuel des morts n'y alloit gueres au delà de 6000. Depuis 1600, ce nombre & avec lui la population ont quadruplé. Dès ce tems-là c'étoit bien une Ville considérable, un peu moins peuplée que ne l'est Amsterdam aujourdhui, mais plus que Petersbourg,

Berlin, Hambourg, & d'autres de ce rang. Ce qui eſt bien digne de remarque dans la Table précédente, c'eſt le ſaut par lequel le nombre moyen des morts depuis 1650 juſqu'à 1670 va de 10444 à 18211; & enſuite dans le cours des années 1680 — 1691 il monte juſqu'à 22363; accroiſſement dont on n'a peut être point d'autre exemple dans un ſemblable eſpace de 30 à 40 ans. Cette rapidité doit avoir eu quelque cauſe particuliere; & l'on ne peut gueres la chercher que dans les avantages que le Commerce & la Navigation retirerent de cet *Acte* de Cromwel dont nous avons déjà parlé: & les Colonies de l'Amérique y ont inconteſtablement beaucoup contribué. Les nombres moyens des morts qui ont été rapportés, font auſſi voir que Londres n'a jamais été plus peuplé que vers l'an 1730, ayant toujours été en décroiſſant depuis ce tems-là; de ſorte que le nombre annuel des morts ne va préſentement que de 20 à 22000; ce qui vient en partie de la Guerre, en partie de la cherté des denrées néceſſaires à la vie & des logemens, qui a obligé pluſieurs fabriquants à ſe retirer dans de petites Villes, & dans des Bourgs & villages du voiſinage, où l'on vit à meilleur marché, comme M Morris l'a fait voir en détail dans ſon Ouvrage. C'eſt toujours beaucoup que de poſſeder une Ville où il y a plus d'un demi-million d'habitans; & peut-être qu'au lieu d'en tirer vanité, la prudence devroit ſouhaiter que ce nombre diminuât, & y travailler, en diſperſant encore quantité de fabriquans dans d'autres petites villes: ce qui tourneroit en même tems à l'utilité & à la conſervation des fabriques.

Après avoir ainſi établi l'égalité de ces deux Soeurs rivales & jalouſes l'une de l'autre, on peut comparer Paris à un étang d'eau dormante, où il n'eſt point arrivé depuis 1670 de changement ſenſible. Londres au contraire eſt une mer qui a ſon flux & ſon réflux; on l'a vu monter & deſcendre. L'expérience nous apprendra, ſi elle remontera encore depuis l'acquiſition du Canada, de la Floride, & d'autres Provinces. Cela eſt poſſible, à moins

moins que la ſageſſe du Gouvernement ne procure des débouchés à cet engorgement en cherchant les moyens d'accroître la population des autres Villes aux dépens de celle de Londres.

Le nombre moyen des mariages à Paris monte environ à 4500. Si donc cette Ville contient 600000 habitans, il y aura un mariage à peu près ſur 135 perſonnes, ce qui eſt une preuve que l'union conjugale y ſouffre des difficultes conſidérables, qui vont toujours au détriment de l'Etat. Je remarque auſſi en finiſſant que l'augmentation du nombre des enfans trouvés à Paris eſt une choſe tout à fait digne d'attention. Dans un eſpace de moins de 40 ans, ce nombre s'eſt accru de 2300 à 4400, c'eſt à dire, qu'il a presque doublé. N'eſt-ce pas là un bien mauvais ſigne? Peut-on après cela conſeiller l'éréction des Maiſons pour les enfans trouvés? L'Etat ne feroit-il pas mieux d'employer à des uſages plus convenables les ſommes qu'il deſtine à l'entretien de ces enfans? Convient-il de donner des encouragemens & des facilités au libertinage?



ÉLO-

ELOGE
DE
MONSIEUR DE MAUPERTUIS *).

Toute la vie humaine ſe paſſe à deſirer ou à craindre: & ſes principales époques ſont ces jours, où l'on voit enfin arriver ce que l'on deſiroit, ou ce-que l'on craignoit le plus. L'Académie ſe trouve aujourd'hui dans le dernier cas: ce moment où je dois l'entretenir de l'illuſtre Chef qu'elle a perdu, eſt un des plus triſtes pour elle: j'en juge, & je crois être en droit d'en juger par moi-même. Faut-il, qu'après avoir vu pendant treize ans à notre tête l'homme le plus digne de nous préſider, après lui avoir entendu prononcer ſi ſouvent dans ces jours ſolemnels des diſcours que nous admirions, il ne nous reſte plus aujourd'hui que le ſouvenir de ſes qualités éminentes, ſi propres à former un bel éloge, ſi leur ſupériorité même n'y mettoit un obſtacle? Qu'on ne s'attende donc ici qu'à une ébauche. Je m'eſtimerai même trop heureux, ſi elle préſente les principaux traits d'un tableau, qu'une main plus habile exécutera ſans doute avec plus de ſuccès. Pour louer M. *de Maupertuis* d'une maniere digne de lui, il faudroit égaler ce qu'il a fait pour d'autres, & ſurtout pour ſon incomparable ami, M. *de Montesquieu*. Cet éloge a été le chant du cygne à notre égard: c'eſt le dernier que notre Préſident ait lu dans nos Aſſemblées publiques: comme s'il eût voulu donner la leçon la plus frappante à quiconque mettroit la main au ſien. La place que j'occupe, m'impoſe le devoir de parler de M. *de Maupertuis*; mais elle ne m'en

*) Lû dans l'Aſſemblée publique du 24 Janvier 1760. Il fut imprimé auſſitôt après à Berlin, & réimprimé enſuite à Paris, avec quelques additions & corrections de Mſſrs. *de la Condamine* & *Trublet*. C'eſt cette derniere Edition qu'on ſuit ici.

m'en donne pas la capacité. Si les expreſſions du coeur ſuffiſoient, j'oſe dire que perſonne de ceux qui m'écoutent ne me refuſeroit ſon approbation; & je m'aſſûre que M. *de Maupertuis* lui-même ſeroit content, ſi ma voix pouvoit arriver juſqu'à lui. Dans la premiere aſſemblée particuliere qui a ſuivi la nouvelle de ſa mort, je me ſuis livré aux mouvemens de mon coeur; & il m'a ſemblé, Meſſieurs, que j'exprimois fidelement ceux des votres. Aujourd'hui l'on attend peut-être de moi quelque choſe de plus; mais encore trop vivement affecté du ſentiment qui me pénétroit alors, je crains de ne pouvoir remplir l'attente de cette Aſſemblée.

Pierre-Louis Moreau de Maupertuis naquit à *Saint Malo*, le 28 Septembre 1698, de *René Moreau*, Ecuyer, Seigneur *de Maupertuis*, Député de la même ville au Conſeil de Commerce pendant 40 ans, & de *Jeanne-Eugenie Baudran*. M. *de Maupertuis* ſe faiſoit honneur d'être né dans cette ville *), & ce n'étoit pas ſans raiſon. Les citoyens de *Saint Malo* ſe ſont diſtingués depuis long-tems par un caractere de générosité & d'intrépidité, dont jamais Malouin ne porta plus vivement l'empreinte que notre préſident. *Saint Malo* eſt une eſpece de république d'Argonautes; mais les compatriotes de M. *de Maupertuis* s'occupent à chercher la toiſon d'or dans le ſens littéral. Ils rapportent dans leur patrie des richeſſes, qu'ils ont ſouvent conſacrées de la maniere la plus glorieuſe à la défenſe & au ſalut de cette même patrie. M. *de Maupertuis* a été le *Jaſon* d'une autre claſſe d'Argonautes. Les tréſors qu'il a été chercher aux extrémités du monde, ſont les plus précieux de tous ceux qui enrichiſſent l'eſprit; & il en a fait part, non à ſa ſeule patrie, mais à tout le genre humain. Je ne fais qu'exprimer foiblement les ſublimes idées,

*) Voyez la dédicace à M. *du Velaer*, qui ſe trouve à la tête de l'édition de ſes oeuvres *in quarto*, faite à Dresde en 1752. Elle ſe trouve auſſi à la tête du premier tome de l'édition en 4 volumes *in* 8. faite à *Lyon* en 1756. Les trois autres tomes ſont dédiés à M. *du Rouvre*, à M. l'Abbé *Trublet*, l'un & l'autre ſes compatriotes, & à M. *de la Condamine*.

idées, que le plus célébre de nos poëtes *) a embellies de tous les charmes de la poësie. Qu'il me soit permis d'en orner à mon tour cet Eloge.

Que font tes vrais enfans? **) vainqueurs de la Nature,
Ils arrachent son voile; & ces rares esprits
Fixent la pesanteur, la masse, & la figure
De l'univers surpris.

Les enfers sont émus au bruit de leur voyage:
Je vois paroître au jour les ombres des héros,
De ces Grecs renommés qu'admira le rivage
De l'antique Colchos.

Argonautes fameux, demi-dieux de la Grece,
Castor, Pollux, Orphée, & vous heureux Jason,
Vous de qui la valeur & l'amour & l'adresse
Ont conquis la toison;

En voyant les travaux & l'art de nos grands hommes,
Que vous êtes honteux de vos travaux passés!
Votre siecle est vaincu par le siecle où nous sommes.
Venez, & rougissez.

Si M. *de Maupertuis* a ressemblé à ses concitoyens, la ressemblance qu'il avoit avec les auteurs de ses jours, a été encore plus marquée. Son pere étoit homme d'esprit & d'un caractere très-vif. Sa mere, femme d'un rare mérite, joignoit aux vertus de son sexe des qualités, dont le fonds est assez ordinaire au même sexe; mais qui ne se trouvent à ce point que dans un petit nombre de sujets distingués; une imagination riche & heureuse, & une éloquence naturelle. A peine leur fils sut-il bégayer, qu'on remarqua en lui le germe de toutes ces heureuses dispositions, accompagné du plus grand dégré de vivacité: aussi fit-il des progrès si rapides, qu'ils surpasserent toujours en lui les années.

Quand

*) M. *de Voltaire*.

**) Les enfans de la vérité. L'Ode commence par ce vers:
O vérité sublime! ô céleste *Uranie!*
M. *de Maupertuis*, qui étoit nommé dans les premieres Editions de cette Ode, ne l'est plus dans la derniere.

Quand on voit l'amour aveugle, que tant de parens portent à des enfans qui ne font aimables qu'à des yeux paternels, il ne faut pas être furpris que cette affection foit exceffive, lorsqu'elle a pour fondement tout ce qui peut l'exciter. Reconnoiffons pourtant, puisque M. *de Maupertuis* lui-même l'a reconnu, que cet excès, quoique pardonnable, a fes inconvéniens. Madame *Moreau* idolâtroit fon fils, plutôt qu'elle ne l'aimoit. Elle ne pouvoit rien lui refufer. De là ce caractere entier, cette roideur inflexible, qui auroient peut-être entierement altéré l'heureux naturel du jeune éleve, fi la raifon ne fût venue dans la fuite au fecours: encore ne put-elle jamais entierement effacer ces premieres traces; & M. *de Maupertuis*, en me contant des traits tout-à-fait finguliers de la complaifance maternelle, m'a avoué que cela lui avoit rendu toute contradiction tellement infupportable, que bien avancé dans fa carriere, ce n'étoit qu'après avoir réprimé les premiers mouvemens, qu'il pouvoit fouffrir que fes idées fuffent contrariées, ou fes goûts traverfés. C'eft ainfi que *Socrate* n'avoit acquis fes vertus qu'à force de combats, & en domptant les penchans vicieux, avec lesquels il avouoit qu'il étoit né.

L'éducation de M. *de Maupertuis* fut domeftique. Sa mere ne pouvoit fe réfoudre à le perdre de vue. Mais, éclairée comme elle l'étoit, elle fit choix d'un excellent précepteur, qui fut parfaitement s'acquitter d'une fonction très difficile; c'étoit d'inftruire fon éleve, non en le pliant aux devoirs qu'il lui impofoit, jamais il n'en feroit venu à bout; mais en fe pliant lui-même à fon génie, & en lui montrant avec dextérité une route, où le jeune homme s'élançoit, parce qu'il fe fentoit libre, au lieu que la moindre gêne l'auroit empêché d'y faire un feul pas. M. *de Maupertuis* fentit de bonne heure tout ce qu'il devoit à un tel guide. Sa reconnoiffance ne s'eft jamais démentie; & deux mois avant de mourir, il l'a témoignée à fa famille par un don confidérable.

Le pere, à qui ce fils n'étoit pas moins cher qu'à fa mere, mais dont l'amour étoit plus mâle, l'arracha enfin de ce tendre fein

 où

où il avoit été jusqu'alors retenu. Sur la fin de 1714 il vint de *Paris* chercher son fils à *Saint Malo*, le conduisit dans la capitale, & le mit entre les mains de M. *le Blond*, célébre Professeur de philosophie au college de la *Marche*.

L'écueil dont nous avons parlé, la contrainte, rebuta d'abord son écolier, & pensa le décourager. Il falloit un puissant attrait pour le ramener. Heureusement la philosophie le lui offrit. La grammaire & la rhétorique l'avoient agréablement occupé; la philosophie le frappa, le séduisit, l'entraîna. C'est ce qui arrive à tous ceux que la nature a formés pour exceller dans quelque genre. Il vient un moment qui leur montre tout-à-la-fois ce qu'ils sont, & ce qu'ils peuvent devenir: & ce moment décide du reste de leur vie. M. *de Maupertuis* sentit qu'il avoit trouvé son élément; mais ardent comme il l'étoit, à peine sut-il qu'il existoit une philosophie, qu'il auroit voulu l'avoir épuisée. Quelle ne fut donc pas sa surprise, lorsqu'un examen plus attentif de cette Science lui apprit qu'elle étoit immense! Il y a plus. Il auroit voulu & tout savoir, & être assuré de tout. Il avoit raison, puisqu'on ne sait effectivement que ce dont on est assuré. Aussi ne fut-il pas moins mortifié, quand, après avoir vu qu'il y avoit tant de choses à apprendre, il vit qu'il y en avoit si peu qu'on pût se flatter d'avoir véritablement apprises. Dès ce moment la certitude devint son grand objet. Il ne l'a jamais perdu de vue; & il chercha sans relâche tous les moyens par lesquels on peut se promettre d'y arriver.

De tous ces moyens le plus efficace sans contredit est l'étude de la géométrie. Cette science peut être comparée à un terrain solide, où l'on marche avec la plus grande sureté; au lieu que les autres ressemblent à ces contrées remplies de cavités souterraines, qui s'entr'ouvrent quelquefois & engloutissent le voyageur. Pour parler sans figure, la géométrie tire également des objets qu'elle traite, & de la maniere dont elle les traite, une certitude inébranlable. Tout ce qu'on peut faire dans les autres recherches de l'esprit humain, c'est d'appro-

d'approcher de cette certitude, en les soumettant à la méthode des géometres, autant que leurs objets en sont susceptibles. Il faut avouer cependant que cela ne change pas la nature des choses: de sorte que l'évidence géométrique n'est, rigoureusement parlant, & ne peut être le partage que de la géométrie. C'est même une idée ridicule, & tout-à-fait puérile, que de s'imaginer qu'on répand de la lumiere sur une doctrine quelconque, en la traitant géométriquement. La marche géométrique n'est applicable, dans les sujets mixtes, qu'aux sciences dans lesquelles il s'agit de distinguer des quantités, & d'en assigner les rapports, telles que l'astronomie, la méchanique, &c. C'est aussi de ce côté-là que M. *de Maupertuis* tourna dans la suite ses vues; & il été dans ce genre aussi loin qu'on peut aller. Il reçut les premieres leçons de géométrie de M. *Guisnée*, de l'académie des sciences; mais il laissa bientôt derriere lui ce maître, & de plus grands maîtres encore. Il acquit en même tems d'autres talens, & cultiva particulierement celui de la musique instrumentale.

Cependant M. *de Maupertuis* étoit alors bien éloigné de penser à se destiner aux sciences, comme à un état. Déjà même il avoit embrassé le parti des armes; & dans cette vue il apprenoit à monter à cheval, & tous les autres exercices du corps. Comme la trempe du sien étoit pour le moins égale à celle de son ame, il y réussit fort bien.

En 1718 M. *de Maupertuis* entra dans les mousquetaires gris; mais il y porta l'amour de l'étude, & sur-tout le goût de la géométrie, qui, en lui offrant de plus en plus cette certitude qu'il avoit tant desirée, le remplissoit encore de l'espérance d'arriver à la certitude philosophique, au fonds la seule estimable, puisque la géométrie n'est qu'un instrument, & que ceux qui sont géométres, sans être philosophes, rentrent dans la classe, je ne dirai pas des artistes, (tout artiste est, ou doit être philosophe,) mais des artisans, des manoeuvres.

M. *Moreau*, qui connoissoit l'utilité de la géométrie, approuvoit ce goût dans son fils; mais ne prévoyant pas jusqu'où ses succès le conduiroient, il s'occupoit principalement du soin de l'avancer dans

le ſervice militaire. Il lui acheta donc au printems de 1720 une compagnie de cavalerie dans le régiment de *la Rocheguyon*; & le nouveau capitaine en alla prendre poſſeſſion à *Lille* en Flandres, où ce régiment étoit en quartier. Il y paſſa près de deux étés; car il revenoit les hyvers à *Paris*, ou à *Saint Malo*: & il nous paroit ſuperflu de dire qu'il employa ſon tems, comme il l'avoit toujours fait, à l'étude, & aux mêmes études. On ne ſauroit devenir ce qu'il eſt devenu qu'en s'occupant long-tems, fortement, & des mêmes objets. Le relâchement, ou l'inconſtance, ne firent jamais de grands hommes.

De retour à *Paris* vers la fin de 1721, il s'y trouva en état d'entrer dans un monde nouveau pour lui, de fréquenter des hommes qu'on ne recherche gueres à l'âge où il étoit, à moins que de leur reſſembler, & d'entrer dans des ſociétés, où non-ſeulement il y avoit à gagner pour lui; mais où il mettoit déjà beaucoup du ſien. Il ſe répandit parmi les gens de lettres, les ſavans & les philoſophes; & comme il avoit toutes les ſortes d'eſprit qui peuvent rendre un commerce aimable, le ſien fut recherché avec empreſſement. Ceux à qui il vouloit ſimplement plaire, ne pouvoient ſe perſuader qu'il eût déjà tant de connoiſſances; & ceux à qui il les laiſſoit appercevoir, s'étonnoient de les voir aſſociées aux agrémens les plus enchanteurs, à ce qu'on appelle la fleur de l'eſprit.

M. *Freret*, de l'académie des belles lettres, qui joignoit beaucoup de philoſophie à la plus grande érudition, fut un des premiers qui s'apperçut de toute l'étendue du mérite, & de toute la force des talens du jeune officier. Les termes dont il ſe ſervit pour exprimer le jugement qu'il en portoit, méritent d'être conſervés. Il dit *qu'il n'y avoit que la Géométrie qui pût repaître cette ame active & dévorante*: auſſi lui conſeilla-t-il de s'y livrer entierement, & pour cet effet de renoncer à tout ce qui pourroit l'en diſtraire. Malgré l'attrait qu'elle avoit pour M. *de Maupertuis*, il ne ſe rendit pas ſans réſiſtance. Il aimoit la profeſſion qu'il avoit embraſſée. Elle s'accordoit avec ſon activité, & c'eſt une des principales routes qui menent à la gloire, pour

pour laquelle il n'étoit pas indifférent. Mais la longue paix dont on jouissoit alors, rendant cette perspective moins brillante, les sollicitations des principaux géometres de l'académie des sciences, Mrs. *Varignon*, *Saurin*, *Nicole*, *Terrasson*, &c. qui étoient devenus ses meilleurs amis, le déterminerent enfin à quitter le service du roi dans ses troupes, pour l'embrasser dans son académie. On sait que des officiers d'un grade supérieur au sien en ont fait autant, & n'ont été rebutés, ni par les degrés ou classes inférieures d'académiciens par lesquelles il faut passer, ni par une attente assez longue qui précede souvent l'admission dans cette compagnie.

Cette attente fut fort courte pour M. *de Maupertuis*, puisqu'il n'avoit gueres que vingt-cinq ans, lorsque les portes de ce sanctuaire des sciences lui furent ouvertes. Il fut reçu à l'académie le 11 de Décembre 1723, & y lut son premier mémoire sur la forme des instrumens de musique dans l'assemblée publique du 15 de Novembre 1724.

La physique n'étoit pas moins du goût de M. *de Maupertuis* que la géométrie. Elle avoit même fait sa premiere inclination. Dès sa tendre jeunesse, il s'étoit amusé à disséquer des animaux, de l'espece de ceux qui passent pour venimeux. Il se plut dans la suite à faire des observations, & il avoit toute la sagacité nécessaire pour en faire de bonnes. Peut-être à la vérité n'auroit-il pas eu la patience d'un *Réaumur:* mais on ne peut que se former une idée très-avantageuse de sa capacité dans ce genre par deux mémoires, l'un sur une espece de salamandre, l'autre sur les scorpions, qui se trouvent dans les années 1727 & 1731 des mémoires de l'académie. Il a eu depuis d'autres vues sur les animaux, & d'autres liaisons avec eux, si j'ose ainsi m'exprimer. Nous y reviendrons en parlant de ses dernieres années.

Une des choses qui font le plus d'honneur à M. *de Maupertuis*, c'est ce desir insatiable de s'instruire qui a duré autant que sa vie. Il n'arrive que trop souvent que les premieres succès, & sur-tout des

succès

succès aussi flatteurs que les siens, rallentissent ce desir. On croit tout savoir, ou du moins en savoir assez, dès qu'on a obtenu quelques applaudissemens: on s'imagine être au bout de la carriere, quoiqu'on ne fasse qu'y entrer, dès que cette entrée a été jonchée de quelques fleurs. M. *de Maupertuis* n'a jamais pensé ainsi. Il sentoit ses forces: il parloit de ce qu'il savoit avec une noble confiance; mais il ne se méconnoissoit point lui-même, & cherchoit l'instruction partout où il croyoit pouvoir la trouver. Ainsi, non seulement avant que d'être académicien; mais encore depuis, il chercha des maitres, & reçut des leçons. M. *Nicole*, son confrere à *Paris*, lui en donna, & le disciple devenu président d'une académie y aggrégea depuis son maitre. Ils ont toujours été unis de la plus tendre amitié, & sont morts à peu de distance l'un de l'autre.

Si la coutume des anciens Philosophes, qui faisoient de longs voyages pour être initiés aux doctrines sécrettes de leur tems, eût encore subsisté, personne ne s'y seroit conformé avec plus d'empressement que M. *de Maupertuis*. Il tourna d'abord ses regards & ses pas vers l'Angleterre. La patrie de *Newton* ne pouvoit être un objet indifférent pour un philosophe à qui le Newtonianisme devoit avoir de si grandes obligations. M. *de Maupertuis* séjourna quelques mois à *Londres*, continuant à s'instruire de tout ce qui pouvoit perfectionner ses connoissances; car chacun de ses pas étoit marqué par quelque progrès. La société-royale s'empressa de l'acquérir. A ses connoissances philosophiques il joignoit un mérite bien propre à la prévenir en sa faveur. Elle voyoit en lui un François aussi zélé pour la doctrine de *Newton* qu'un Anglois même.

Ce premier voyage ne fit qu'allumer de plus en plus dans M. *de Maupertuis* le desir de s'instruire. Heureusement il y avoit alors, aux portes mêmes de la France, le Savant le plus propre à le satisfaire. *Bâle* possédoit un oracle qui valoit mieux que tous ceux de l'antiquité. La nouvelle géométrie, qu'on désigne ordinairement par les épithetes de haute & de sublime, avoit pris tout à la fois naissance

vers

vers la fin du ſiecle paſſé en Angleterre & en Allemagne. Deux philoſophes immortels, *Newton* & *Leibnitz* ſe diſputoient, ou plutôt partageoient la gloire de l'invention. On ne peut rien ajoûter à ce que M. *de Fontenelle* a dit ſur la validité de ces prétentions, en faiſant leurs éloges. Mais ce que j'ai à dire ici, c'eſt que cette gloire peut encore ſouffrir un autre partage, & que s'il étoit permis d'employer le mot de *Co-Inventeurs*, il devroit être donné à une famille illuſtre de *Bâle*, qui a tenu, & tient encore, le rang le plus diſtingué dans les ſciences, & qui s'eſt élevée le plus haut dans leurs ſublimes régions. A ces traits perſonne ne méconnoîtra Meſſieurs *Bernoulli*. Les deux illuſtres freres *Jacques* & *Jean*, intimes amis & confidens de M. *de Leibnitz*, s'étoient nonſeulement approprié toutes les découvertes géométriques de ce grand homme; mais ils les avoient conſidérablement étendues & accrues, & s'étoient acquis la pleine propriété de pluſieurs doctrines importantes qui les ont immortaliſés. *Jacques* étoit mort: il ne reſtoit que *Jean*, ſeul dépoſitaire de ces tréſors, dont ſes dignes fils ont ſi bien hérité. M. *de Maupertuis* voulut partager cet héritage. Il ſe rendit à *Bâle*. Il devint le fils de M. *Bernoulli* le pere, & le frere de Mrs. *Bernoulli* d'aujourd'hui, dans tous les ſens qu'on peut attacher à ce terme. Il orna ſon eſprit de toutes les lumieres qui font la gloire de cette maiſon, la mieux titrée qu'il y ait dans la république des lettres; & il remplit ſon coeur de ſentimens qui ont accompagné ſon dernier ſoupir.

Poſſeſſeur de richeſſes ſi précieuſes & de titres ſi bien mérités, M. *de Maupertuis* revint à *Paris* remplir ſes devoirs d'académicien, jouir de toute la conſidération qui lui étoit due, & l'accroitre de jour en jour par de nouvelles preuves de ſes talens. Il n'y a qu'à parcourir les mémoires de l'académie de *Paris* depuis l'année 1724 juſqu'à l'année 1736, pour y voir que M. *de Maupertuis* n'étoit ni oiſif, ni occupé d'objets peu importans. Les queſtions les plus ſublimes de la géométrie & des ſciences qui en dépendent, reçurent entre ſes mains ce degré de développement & de préciſion, que la juſteſſe & la force de ſon eſprit ont répandu ſur tous les ſujets qu'il a traités. Mais rien

furtout ne lui fit plus d'honneur que fon *Difcours fur les différentes figures des Aftres*, petit ouvrage qu'il fit imprimer féparément en 1732. Aux agrémens du ftile, M. *de Maupertuis* joignoit la netteté des idées. Cette clarté & cette grace avec lesquelles il favoit exprimer les chofes les plus abftraites, & mettre dans le plus grand jour les fecrets des fciences les plus profondes, le diftinguerent d'abord de la foule des auteurs & des philofophes; & il trouva dans ces reffources de quoi s'élever tout d'un coup à ce premier rang que fi peu de favans obtiennent, & où ils ne parviennent même qu'après de longs efforts.

Un mémoire que M. *de Maupertuis* lût en 1733 fut comme l'annonce & l'avant-coureur de cette grande entreprife, dans laquelle il a fu tout à la fois ouvrir la carriere, & aller auffi loin qu'il étoit poffible. Ce mémoire rouloit fur la figure de la Terre & fur les moyens que l'aftronomie & la géographie fourniffent pour la déterminer. Ceci nous conduit à l'une des plus grandes époques de la phyfique & des travaux de M. *de Maupertuis*.

La queftion de la figure de la Terre étoit agitée depuis un demi-fiecle, fans qu'on eût encore employé les moyens néceffaires pour la décider. Les favans étoient partagés, les uns croyant que cette figure étoit celle d'un fphéroide applati vers les poles, & les autres voulant qu'elle fût celle d'un fphéroïde allongé. Cette queftion, à ne la regarder que comme une queftion de fimple curiofité, feroit du moins une des plus curieufes dont fe puffent occuper les phyficiens & les géometres. Mais la découverte de la véritable figure de la Terre a des avantages réels & très confidérables. Tant qu'on avoit crû la Terre parfaitement fphérique, il fuffifoit d'avoir un feul degré du méridien exactement mefuré; & dans tous les tems, de grands princes & de célébres philofophes avoient entrepris de déterminer la grandeur du degré. Mais les mefures des anciens font inutiles, foit par leur difcordance, soit parce que nous n'en connoiffons pas la valeur; & pour celles de quelques modernes, elles étoient fi peu exactes, que

leurs

leurs différences alloient jusqu'à la septieme partie d'un degré. Sous *Louis XIV*. M. *Picard* mesura l'arc du Méridien compris entre *Malvoisine* & *Amiens*; & au commencement du Regne de *Louis XV* en 1718, M. *Jacques Cassini* acheva de mesurer le Méridien de *Paris* qui traverse la France dans toute sa longueur. Le résultat de cette opération, tel qu'il le donna dans son Livre *de la grandeur & figure de la Terre*, fut en faveur du sphéroide allongé. Cependant *Newton*, dans son cabinet, l'avoit trouvé applati; & son autorité contrebalançoit la mesure. Cela fit naître une espece de schisme dans l'académie de *Paris*; & il arriva ce qui arriva dans toutes les contestations, les esprits s'échaufferent. M. *de Maupertuis* devint le chef du parti opposé à celui de M. *Cassini*: les intérets de *Newton* ne pouvoient être en de meilleures mains.

Pour terminer ces différends, le Roi Très-Chretien, à la sollicitation de l'académie des sciences de *Paris*, envoya trois Académiciens *) mesurer les degrés de la Terre sous l'équateur. Aussitôt après leur départ en 1735, M. *de Maupertuis* prouva que, si la Terre étoit moins applatie que *Newton* ne l'avoit supposée, & que sa figure approchât de celle qu'*Huygens* lui attribuoit, la différence entre les degrés mesurés en France & ceux qu'on alloit mesurer près de l'équateur, ne seroit pas assez grande, pour être évidemment démêlée des petites erreurs, dont les meilleures observations sont susceptibles: au lieu qu'un degré du méridien voisin du pôle, dans le cas même où la Terre ne seroit pas plus applatie qu'*Huygens* ne la supposoit, seroit assez différent du degré du meridien voisin de l'équateur, pour que cette différence ne pût être imputée aux erreurs des observations. Il conclud que pour décider la question sans appel, il falloit encore mesurer un degré sous le cercle polaire, & s'offrit pour cette opération. Son offre fut acceptée. La magnificence de tout ce qui regardoit cette entreprise, répondit à la grandeur de l'objet. M. *de Maupertuis* eut pour adjoints Mrs. *Clairaut*, *Camus* & *le Monnier*. Ils partirent de France avec tout ce qui leur étoit nécessaire pour réussir; & la

*) Mrs. *Godin*, *Bouguer* & *de la Condamine*.

cour de Suede donna des ordres, qui leur firent trouver tous les secours possibles dans les provinces les plus reculées de ce royaume.

Il faudroit copier ici le livre de *la Figure de la Terre* publié par M. *de Maupertuis*, à son retour, pour rendre compte de tout ce qu'il fit dans cette occasion, des fatigues incroyables qu'il essuya, & de la précision scrupuleuse avec laquelle il eut soin de faire & de vérifier toutes les observations qui pouvoient avoir le moindre rapport au but de sa mission. On n'avoit jamais rien fait jusqu'alors, je ne dis pas de semblable à ce travail, mais qui pût entrer en quelque comparaison; & cela en aussi peu de tems. Car M. *de Maupertuis* vouloit joindre le mérite de la diligence à celui de l'exactitude, & il eut la gloire de les avoir réunis au plus haut degré. Pour bien voir comment il a été véritablement l'ame de cette expédition, & à quel point l'honneur lui en est dû, il faut lire nonseulement sa *Figure de la Terre*, mais encore le journal de M. l'Abbé *Outhier*, où l'on voit que sans l'ardeur, les ressources, la gayeté même de M. *de Maupertuis*, cette troupe savante auroit succombé plus d'une fois au découragement, & seroit revenue, sinon infructueusement, du moins avec un résultat beaucoup moins achevé.

Parti de *Dunkerque* de 2 de Mai 1736, M. *de Maupertuis* quitta la Suede le 9 Juin 1737, & le 13 Novembre de la même année, il lut à l'académie un discours sur la mesure de la Terre au cercle polaire. La conclusion en étoit, que la Terre étoit *considérablement applatie vers les poles*. Quoiqu'il fût encore question d'attendre le rapport des académiciens envoyés à l'équateur, l'applatissement parut une chose assez décidée, & M. *de Maupertuis* jouit de toute la gloire d'un triomphe infiniment flatteur pour lui. Le newtonianisme prit dès-lors un ascendant auquel la France avoit paru jusqu'alors vouloir se refuser, & qui est devenu depuis une vraye domination. Cette révolution dans les sciences fut accompagnée d'une révolution dans la façon de penser, moins importante peut être, mais plus singuliere. Jusqu'alors les géometres avoient été regardés comme de toutes les especes de savans la plus sauvage, la moins propre à contribuer aux agrémens

mens de la ſociété, la moins capable de produire des ouvrages auxquels le goût eût quelque part, beaucoup moins dont il pût être l'ame & le caractere propre. M. *de Maupertuis* détruiſit cet injuſte préjugé, & le détruiſit ſans retour. L'homme d'eſprit, l'excellent écrivain s'uniſſant en lui au géometre, ſans rien faire perdre à celui-ci de ſa force & de ſa juſteſſe, rendoient également délicieuſe ſa compagnie & la lecture de ſes ouvrages. Dès ce moment les géometres ſuivirent ce modèle; & pluſieurs d'entr'eux l'ont fait avec le plus grand ſuccès. La mode, & même l'engouement ſe déclarerent en leur faveur; ils firent leurs preuves de bel-eſprit, & ce qui avoit été un phénomene rare en M. *de Maupertuis*, eſt preſque devenu l'appanage des grands mathématiciens. Tant un ſeul exemple, quand il eſt frappant, a d'efficace.

Si M. *de Maupertuis* avoit été eſtimé, & goûté, avant ſon voyage, on peut dire que cette eſtime devint une eſpece de culte à ſon retour, & que ce goût fut pouſſé juſqu'à l'enthouſiaſme. Ses exploits philoſophiques furent mis en quelque ſorte au niveau de ceux des conquérans; auſſi faut-il avouer qu'ils étoient plus extraordinaires & plus utiles au genre humain. *Tourniere*, de l'académie royale de peinture, peignit M. *de Maupertuis* habillé comme il l'avoit été en Laponie, & appuyant une main ſur le globe de la Terre, comme pour l'applatir. Feu M. le Marquis de *Loc-maria*, ſon compatriote & ſon ami, fit graver ce portrait par *Daullé*. M. *de Voltaire* l'orna de ces quatre vers.

Ce globe mal connu qu'il a ſu meſurer,
Devient un monument où ſa gloire ſe fonde:
Son ſort eſt de fixer la figure du monde,
De lui plaire & de l'éclairer.

Il n'y a point de plaiſir pur. M. *de Maupertuis* triomphoit; mais, entouré de gens à qui ſon triomphe étoit odieux, il n'étoit peut-être pas aſſez attentif aux ménagemens qui auroient dû accompagner ſa victoire. On trouva donc moyen de lui ſuſciter des déſagrémens & de ne le laiſſer preſque jouir d'aucun autre avantage que de celui

 d'avoir

d'avoir raiſon. On prétendit qu'il avoit raiſon avec trop de hauteur; & il eſt vrai que M. *de Maupertuis* n'a jamais ſu plier, ni ſeulement biaiſer. Cela l'empêcha de recueillir tous les fruits qu'il auroit pû, dans d'autres circonſtances, ſe promettre de ſes travaux. Irrité de ſe voir en butte à de ſemblables attaques, M. *de Maupertuis* publia dans la chaleur de ces démêlés, divers écrits polémiques, anonymes & pleins de ſel: entr'autres l'*Examen déſintéreſſé*, &c. Ouvrage fait avec tant d'art, qu'il parut d'abord favorable à la cauſe de ſes adverſaires; mais le plus fort argument en leur faveur étant tiré de la multiplicité & de l'énormité des fautes qu'il falloit qu'ils euſſent commiſes, ſi la terre étoit applatie; que devint cette preuve, quand ils eurent eux-mêmes reconnu leur erreur? *) M. *de Maupertuis* a ſupprimé tous ces écrits dans les dernieres Editions de ſes oeuvres, pour ne pas déſobliger des perſonnes avec leſquelles il s'étoit ſincerement reconcilié.

Obligé de ſe rencontrer ſouvent avec des gens qui, malgré l'évidence de la déciſion qu'il avoit rapportée, ne négligeoient rien pour la rendre ſuſpecte, & pour ſoulever le public contre elle, M. *de Maupertuis* oppoſa à cette eſpece de conjuration la conſtance intrépide, qui a toujours fait le fond de ſon caractere. Il avoit avec cela trop de mérite ſolide, ſans compter l'agréable, pour ne pas conſerver beaucoup d'amis diſtingués.

La célébre marquiſe *du Châtelet* avoit tout l'eſprit qu'il falloit pour ſentir ce que valoit M. *de Maupertuis*, & elle y joignoit ce goût pour les ſciences qui l'a conduite juſqu'à paroitre elle-même avec diſtinction dans un genre qui paroiſſoit inacceſſible à ſon ſexe, & dans un ſiecle où il faut de ſi grands talens pour acquérir quelque célébrité. La marquiſe voulut s'initier dans la doctrine de *Newton*. Il lui falloit un guide; & quel autre auroit-elle pu choiſir que le Newton de la France? Elle eut donc avec M. *de Maupertuis* un commerce géométrique très-aſſidu; elle recouroit à tout moment à lui comme à ſon oracle,

*) Mémoires de l'académie 1740.

oracle, & étoit toujours encouragée à y recourir par les réponſes ſatisfaiſantes qu'elle en recevoit. Elle eut le plaiſir de puiſer à la ſource en l'attirant *à Cirey*, où ſe trouvoit en même-tems M. *de Voltaire*, jouiſſant depuis long-tems de la gloire d'être le plus grand poëte de la France. L'émulation ſembla ſe joindre à la ſympathie qu'il avoit avec ſon immortelle *Emilie*, pour réveiller en lui le goût de la philoſophie de *Newton*, que ſon ſéjour à *Londres* lui avoit déjà inſpiré; & alors M. *de Maupertuis* eut deux diſciples au lieu d'un. A chaque difficulté qui arrêtoit M. *de Voltaire*, il conſultoit ſon Maître, & s'en trouvoit bien. Auſſi en témoignoit-il ſa reconnoiſſance avec la plus grande effuſion de coeur. Il en exiſte pluſieurs monumens dans ſa correſpondance manuſcrite avec M. *de Maupertuis* *).

Dans le même tems où Mrs. *de Maupertuis* & *de Voltaire* ſe trouvoient à *Cirey*, M. *Kœnig* y étoit auſſi, jeune encore, & enſeignant les mathématiques à Madame *du Châtelet*. M. *de Maupertuis*, qui l'avoit connu à *Bâle*, l'avoit recommandé à cette dame. Le maître de mathématique devint enſuite maître de métaphyſique, par l'envie qu'eut la marquiſe de joindre à ſes *Inſtitutions de Phyſique* le beau frontiſpice qui les décore, & où elle a ſi bien concentré les principales idées de *Leibnitz*. Les leçons que reçut cette dame font honneur à M. *Kœnig*, puiſqu'il la mit en état de compoſer un pareil morceau. Une heureuſe harmonie regnoit alors entre ces trois ſavans. Pourquoi faut-il qu'avant de terminer cet éloge, je ſois obligé de faire ſucceder à ce riant tableau celui de la plus affreuſe diſcorde?

Juſqu'ici la carriere de M. *de Maupertuis* avoit été auſſi brillante que peut l'être celle d'un homme de lettres; & il y avoit même joui de diſtinctions que les lettres n'ont pas coutume d'attirer. Mais nous l'allons voir éprouver un ſort, dont les exemples ſont auſſi rares que l'étoit ſon mérite.

Les

*) Cette correſpondance avoit commencé dès 1732, dans le tems où M. *de Voltaire* travailloit à ſes Lettres ſur les Anglois, dont quelques-unes roulent ſur le ſyſtème de *Newton*. Les originaux des Lettres de M. *de Voltaire* & de la Marquiſe à M. *de Maupertuis* ſont depoſés à la Bibliothéque du Roi de France.

Les cas où le mérite & la fortune ſont d'accord, reviennent ſi peu fréquemment dans les annales du monde, & ſurtout dans celles des lettres, qu'il convient de les remarquer ſoigneuſement. Il faut pour cela des circonſtances dont le concours manque presque toujours à ceux qui ſeroient les plus dignes d'en être favoriſés. M. *de Maupertuis* n'eut point à ſe plaindre des injuſtices du ſort: il le fit naître, le plaça dans un tems & des conjonctures, où ſes talens & ſes travaux le conduiſirent fort au-delà ſans doute de toutes les eſpérances qu'il avoit pu concevoir. Quand je m'exprime ainſi, j'ai moins en vue les emplois qui lui ont ont été confiés & les honneurs dont il a été décoré, quelque flatteurs qu'ils ayent été pour lui, que la faveur & les bonnes graces d'un roi dont tout ce qu'il y a eu de ſages dans tous les ſiecles auroient ambitionné l'eſtime & les ſuffrages. Ici l'hiſtoire de M. *de Maupertuis* commence à ſe lier à la nôtre: & nous allons voir comment les choſes s'acheminèrent inſenſiblement de façon à nous procurer la gloire & l'avantage de l'avoir pour préſident.

Le voyage au nord avoit fait connoître M. *de Maupertuis* dans toutes les régions de ce globe où les ſciences ont répandu leur lumiere. Le ſervice ſignalé qu'il avoit rendu dans cette occaſion aux compagnies ſavantes, avoit engagé la plûpart d'entr'elles à l'admettre au nombre de leurs membres. La ſociété royale de *Berlin* n'avoit pas été des dernieres à l'adopter, & ſon nom ſe trouve dans nos liſtes, dix ans environ avant qu'il ait été placé à leur tête. Mais il exiſtoit alors un ſanctuaire des muſes, où tout ce qui méritoit quelque attention dans la vaſte étendue des connoiſſances humaines, étoit examiné, jugé & approuvé proportionnellement à ſon véritable prix, par un prince auſſi ſupérieur pendant ſa vie privée par la beauté & la ſublimité de ſon génie, qu'il l'a été depuis, & l'eſt encore, par tout ce qui peut illuſtrer un ſouverain. Notre auguſte monarque, encore prince royal, faiſoit, ſi je puis ainſi dire, l'apprentiſſage de la royauté, en ornant ſon eſprit des connoiſſances les plus ſolides, & en conduiſant ſon goût à ce degré de perfection où nous l'admirons, par la lecture des ouvrages les plus exquis, & par la correſpondance dont il daignoit honorer

leurs

leurs Auteurs. Mrs. *de Voltaire*, *Wolf*, *Rollin*, *de Fontenelle* jouirent de cette insigne faveur; & *Rheinsberg* étoit une espece de *Delphes*, dont l'Apollon rendoit les oracles les plus respectables. M. *de Maupertuis* ne pouvoit être inconnu dans un tel séjour: la rénommé y avoit porté son nom.

Fédéric monta sur le trône, & y porta ces talens & ces vertus qui l'auroient toujours fait regner sur les esprits & sur les coeurs, quand il n'auroit jamais eu de couronne. Plein de grandes vues, il avoit en particulier dessein de relever les sciences de l'espece d'anéantissement où le regne précédent, d'ailleurs un des plus avantageux à cette monarchie, les avoit réduites. Il avoit déjà jetté un coup d'oeil sur la société des sciences dont il n'existoit presque plus que le nom: il vouloit la faire revivre & la combler de cette gloire, à laquelle nous l'avons vu parvenir. La sagacité qui préside à tous ses desseins, lui fit juger que le moyen le plus propre à ranimer cette Compagnie, étoit d'en confier l'administration à M. *de Maupertuis*. Elle avoit eu pour fondateur le grand *Leibnitz:* Fédéric jugea que le seul *Maupertuis* pouvoit en être le restaurateur.

Les événemens publics retarderent cet ouvrage. Le roi fit la conquête de la Silésie pendant l'hiver de l'année 1741. Dès l'année précédente il avoit invité M. *de Maupertuis* à se rendre à *Berlin;* & l'invitation étoit trop glorieuse pour permettre à celui qui la recevoit d'user du moindre délai. Sa qualité d'homme de lettres ne lui ayant point fait oublier qu'il avoit commencé par le métier des armes, il suivit le roi à l'ouverture de la campagne, fut témoin des opérations qui précéderent la bataille de *Molwitz;* & ayant voulu l'être aussi de cette bataille, il ne le fut pas de la victoire par une avanture qui n'eut de désagréable que les premiers momens, dont il fut pleinement dédommagé par les suites. Son cheval l'ayant emporté pendant le feu de l'action, il tomba entre les mains des ennemis, & en fut traité comme on l'est en pareil cas par le soldat qui s'approprie tout ce qu'il juge de bonne prise. Son embarras étoit même plus grand

 que

que celui d'un autre prisonnier de guerre, par l'ignorance de la langue. Mais, dès qu'il trouva le moyen de se faire entendre, non seulement on le traita mieux, mais il reçut des témoignages d'attention & des distinctions, qui lui firent bientôt oublier ce petit malheur. Conduit à *Vienne*, il y fut honoré des bontés de LL. MM. II. d'une maniere si gracieuse, qu'il en a toujours conservé la plus respectueuse reconnoissance.

De *Vienne* il revint à *Berlin;* & comme d'un côté le renouvellement de l'Académie n'étoit pas encore conduit à sa maturité, tandis que de l'autre ses affaires le rappelloient en *France*, il partit à la fin de Mai pour y retourner. Il reprit à *Paris* son genre de vie ordinaire, il fut même Directeur de l'académie des sciences en 1742. La comete qui parut alors lui fournit la matiere d'un petit écrit en forme de lettre, où l'on trouve à la fois tout ce qu'on pouvoit dire alors de plus précis & de plus ingénieux sur ces astres, „qui, après avoir été si longtems la terreur „du monde, sont tombés tout-à-coup dans un tel discrédit, qu'on „ne les croit plus capables de causer que des rhumes.“ Ce sont ses expressions que j'emprunte.

L'académie des sciences n'étoit pas la seule qui pût revendiquer un associé tel que M. *de Maupertuis*. Il ne méritoit pas moins d'être proposé pour modele à ceux qui veulent bien écrire, qu'à ceux qui veulent bien penser. C'est ce que sentit cette académie, mere des autres, qui donne toujours autant de relief aux hommes célébres qu'elle adopte, qu'ils peuvent lui en procurer. Il y vaquoit une place par la mort du célebre abbé de *Saint Pierre;* les suffrages se réunirent en faveur de M. *de Maupertuis*, qui prononça le jour de sa réception en 1743, une harangue, où il sut allier le caractere des deux académies auxquelles il se trouvoit aggrégé, & faire servir les fleurs de l'éloquence à orner les fruits que les sciences seules peuvent produire. Cet exemple a été imité depuis plus d'une fois. Au lieu d'un simple compliment, qui, quelque bien tour-

tourné qu'il soit, pourroit conduire à de fastidieuses répétitions, les académiciens ont souvent pris le parti beaucoup plus judicieux de traiter quelque matiere qui soit de leur ressort: & de mettre les choses à la place des mots.

L'activité prodigieuse de M. *de Maupertuis*, nous transporte avec lui, d'un moment à l'autre, dans des lieux bien différens. Des champs de *Mollwitz* nous l'avons, pour ainsi dire, conduit à l'académie Françoise; & de là, par une espece d'enchantement & comme en un clin d'oeil, nous le retrouvons dans une autre occasion où il vit le danger de plus près encore, & s'exposa d'une façon si intrépide, que le souvenir mérite d'en être conservé. Il s'agit du siege de *Fribourg*, auquel il assista, non en spectateur qui se tient prudemment à l'écart, mais en officier qui auroit des devoirs à remplir, ou même en volontaire qui voudroit se distinguer & s'avancer. Il trouva non la mort, qu'il ne cherchoit pas sans doute, & qu'il auroit cependant pu rencontrer, mais la gloire & une distinction qui, pour l'ordinaire, est très-enviée. M. le maréchal *de Coigny*, qui commandoit l'armée françoise, & M. le comte *d'Argenson*, alors ministre de la guerre, l'un & l'autre amis de M. *de Maupertuis*, & sachant combien sa personne étoit agréable à leur monarque, le chargerent de porter à S. M. T. C. la nouvelle de la reddition du château de *Fribourg*.

M. *de Maupertuis* avoit toujours les yeux tournés vers la Prusse. Les bontés d'un grand roi, l'attente de la plus belle place qu'un homme de lettres puisse occuper, l'espérance de rendre dans cette place les services les plus essentiels aux sciences, étoient des motifs bien propres à le déterminer. Mais des liens plus doux encore & plus puissans, devoient achever de l'enchaîner. La plus grande de toutes les récompenses pour un coeur tel que le sien, lui étoit réservée; c'étoit la possession d'une épouse qui réunissoit tout ce qui peut charmer les yeux, l'esprit & le coeur. Tel étoit le présent que la reine mere, de la main de laquelle de bien

moindres choses recevoient le plus grand prix, destinoit à M. *de Maupertuis*, qui n'avoit pu voir Mdlle. *de Borck* sans l'adorer. Cette négociation, qui n'étoit pas entierement exempte de difficultés, fut heureusement conduite à sa fin par M. *de Maupertuis*. Il se félicita bien plus de ce succès, que de tous ceux qu'il avoit jusqu'alors éprouvés. Une partie de l'année 1744, fut employée à regler tout pour ce mariage; & au commencement de la suivante il retourna en France pour obtenir le consentement de son pere, & la permission de s'établir en Prusse. Sa patrie ne le traita point en sujet expatrié; elle lui avoit trop d'obligations & rendoit trop de justice aux raisons qui l'appelloient ailleurs. Il obtint un brevet pour conserver le droit de regnicole, & il conserva sa place dans l'académie françoise. A la vérité on cessa de voir pendant quelques années le nom de M. *de Maupertuis* sur la liste de l'académie des sciences de Paris; mais ce ne fut jamais par délibération de la compagnie. Il s'étoit joint un mal-entendu à la fermentation dont j'ai parlé plus haut. M. *de Maupertuis*, en remettant sa pension, avoit cessé d'être pensionnaire de l'académie, mais ne devoit pas perdre le titre d'académicien dont il ne se désistoit pas: il devoit donc passer de plein droit, & sans le demander, de la classe des pensionnaires dans celle des vétérans, sur-tout après 22 ans d'ancienneté. Ce passage n'est une grace que pour ceux à qui l'académie conserve sous ce titre une pension qui n'est plus due qu'à celui qui les remplace. Aussi, quelques années après, son nom reparut sur la liste de l'académie en qualité de vétéran; & dès l'année 1746, lorsqu'il retourna en France pour recueillir la succession de son pere, il avoit été gratifié d'une pension de quatre mille livres attachée à sa personne.

Je reviens au mariage de M. *de Maupertuis*. Rien ne l'arrêtant plus en France, il vola sur les ailes les plus rapides qui l'eussent jamais porté; & le 8 d'Octobre 1745, fut le plus heureux jour de sa vie, puisque ce jour l'unit pour jamais à la personne

ſonne la plus propre à augmenter la ſomme de tous ſes biens, & à diminuer celle de tous ſes maux.

Déſigné & enſuite déclaré préſident de l'académie de *Berlin*, M. *de Maupertuis* ne pouvoit bien ſavoir à quoi ce titre l'engageoit ou l'autoriſoit, tant que ſes pouvoirs ne ſeroient pas formellement déterminés. Je ne retracerai qu'en deux mots les révolutions académiques dont le ſouvenir eſt préſent à l'eſprit de ceux qui m'écoutent *).

La guerre qui commença presqu'auſſitôt que le regne glorieux ſous lequel nous vivons, ayant détourné l'attention du roi de deſſus la ſociété des ſciences, quelques ſeigneurs voulurent ſuppléer en attendant aux beſoins de cette compagnie, & en formerent une autre mi-partie; c'eſt-à-dire dans laquelle ils joignirent aux membres de l'ancienne ſociété quelques autres gens de lettres de cette capitale, qui leur parurent dignes de cette aſſociation. Les aſſemblées ſe tenoient chez ces Seigneurs, & on y faiſoit à peu près ce qu'on fait dans les académies. Dès que le roi put s'occuper de ces objets, il reprit le projet de renouveller l'académie. Après quelques arrangemens deſtinés à lui donner une forme réglée, le renouvellement ſe fit avec ſolemnité dans l'aſſemblée publique, tenue pour la premiere fois il y a aujourd'hui ſeize ans. Suivant cette nouvelle forme, quatre curateurs étoient à la tête de l'académie, & les choſes reſterent quelque tems ſur ce pied. Quand M. *de Maupertuis* devint préſident, il ſe trouva comme ſubordonné à ces curateurs, ou du moins dans une eſpece de conflit de jurisdiction très gênant pour lui. Le roi leva ces obſtacles, & ordonna que M. *de Maupertuis* ſeroit préſident effectif, avec l'entiere diſpoſition de tout ce qui concerne l'académie, tant dans les affaires oeconomiques, que dans les affaires littéraires. De nouveaux reglemens furent dreſſés en conſéquence; & le roi en les

*) Voyez-en le détail dans le volume ſéparé que j'ai publié ſous le titre d'*Hiſtoire de l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres depuis ſon origine jusqu'à préſent, avec les pieces originales.* A' Berlin, 1752. *in quarto.*

les signant les apostilla de la maniere la plus décisive pour l'autorité de M. *de Maupertuis*. Les réglemens furent lus à l'académie par M. *de Borck*, ministre d'état & curateur en fonction, qui, immédiatement après cette lecture, céda à M. *de Maupertuis* le droit de présider avec toutes ses prérogatives. Cela se passa dans la séance du 6 de Juin 1746; & c'est depuis cette date qu'il faut regarder M. *de Maupertuis* comme chef immédiat & unique de l'académie.

Bientôt après, & l'académie & son président, obtinrent une nouvelle illustration; le Roi se déclara protecteur de l'académie. Toutes les fois que nous voyons cet auguste nom à la tête de nos listes, l'ardeur de nos voeux pour la conservation d'un tel maître prend un nouveau degré de force.

Afin que rien ne manquât à la satisfaction de M. *de Maupertuis*, il reçut presque en même tems l'ordre du *Mérite*, ordre qui n'a jamais dérogé à son institution; mais qui, s'il n'avoit pas existé, auroit pu être créé en faveur de notre président.

M. *de Maupertuis*, en possession de tant d'avantages, n'imita point ces hommes ordinaires qui se relâchent & se ralentissent dès qu'ils n'ont plus rien à desirer, ou du moins à espérer. Je le dis avec la plus parfaite sincérité, & je ne dis que ce dont mes yeux ont été continuellement témoins, puisque j'ai commencé à tenir la plume de l'académie, en même tems que M. *de Maupertuis* à été installé dans sa présidence: il ne s'est peut-être pas passé un seul jour depuis cette époque, où il n'ait pensé aux intérêts de cette compagnie, où il n'ait eu quelque vue propre à lui faire honneur, où l'extrême vivacité de son génie ne lui ait fait chercher les moyens de procurer l'accroissement des Sciences en général, & de les faire fleurir en particulier au milieu de nous. Le tems m'interdit ici les détails; je suis obligé de me borner à quelques objets principaux.

La connoissance exacte de la parallaxe de la Lune, est le moyen le plus assuré de déterminer la distance de cet Astre à la terre. Il

y

y a plus d'un demi-siecle qu'un des citoyens les plus généreusement zelés pour les sciences, que les états prussiens, & peut-être que l'univers entier, ayent jamais eu, M. *de Krosigk* *), connoissant l'importance de cette détermination, envoya à ses dépens des observateurs au Cap de Bonne-espérance pour faire sur la parallaxe de la Lune des observations correspondantes à celles qu'on feroit à *Berlin*. On a repris ce travail dans ces dernieres années, & il a été un des principaux objets du voyage de M. l'abbé *de la Caille* au Cap de Bonne-espérance. M. *de Maupertuis* auroit extrémement souhaité qu'on fît en même tems, dans les autres lieux les plus favorables à ces observations, tout ce qui pouvoit servir à rendre cette opération complette, & à en retirer tous les avantages auxquels elle peut conduire. Il avoit dressé pour cet effet le projet d'un voyage en Irlande; & ce fut lui qui proposa à l'académie des sciences de *Paris*, d'envoyer M. *de la Lande* à *Berlin*, où il vint en effet, & fit à notre observatoire les observations correspondantes à celles du Cap. On achevera de se faire une juste idée de cette matiere en lisant la réponse de M. *de Maupertuis* au discours de M. *de la Lande*, lorsqu'il fut reçu membre de l'académie au commencement de l'année 1752 **).

Il n'y auroit eu aucune question tant soit peu intéressante & susceptible de recherches ultérieures, sur laquelle M. *de Maupertuis* n'eût engagé l'académie, ou même les Souverains protecteurs des sciences, à chercher des éclaircissemens & des solutions, si l'on avoit voulu seconder son zele, & que les circonstances eussent toujours été d'accord avec ses desirs. C'est ce dont on peut se convaincre en lisant sa *lettre sur le progrès des Sciences*. On y trouve tout ce que *Bacon* auroit proposé là-dessus, s'il étoit revenu au monde dans ce siecle.

Ces

*) Voyez son Eloge dans le Tome XIX. de la *nouv. Biblioth. German.* p. 17. & suiv. & dans le Tome I. de mes *Eloges d'Académiciens de Berlin & de divers autres Savans*, imprimés à *Lyon* en 1758.

**) Voyez aussi les Mémoires M. *de la Lande* insérés dans les Volumes de l'Académie des Sciences de Paris pour les années 1751. 1752. & 1753.

Ces vues générales n'empêchoient point le président de l'académie de suivre les travaux particuliers des académiciens, de les diriger, de les aider de ses lumieres; en un mot de leur procurer tous les secours & tous les encouragemens dont ils avoient besoin. Il est impossible que dans un corps un peu nombreux tous les membres soient également contens. Quand la justice seroit constamment rendue à chacun, ce qui n'arrive gueres nulle part, la trop grande prévention de chacun en faveur de son mérite, & de ses services, fait toujours qu'il se croit, ou négligé, ou trop peu considéré. Je ne pense pas néanmoins que M. *de Maupertuis* ait jamais donné à cet égard des sujets de plaintes bien fondés. Il vouloit certainement le bien de l'académie. Il m'a semblé vouloir aussi celui de tous les académiciens. Il avoit tout ce qu'il falloit pour apprécier le génie & le travail de chacun; & il aimoit à rendre justice: mais il exigeoit l'application & l'exactitude. Il auroit voulu que tout le monde eût répondu à son ardeur & eût imité son activité; car on ne peut nier qu'il ne prêchât d'exemple. Cela lui donnoit quelquefois un ton de vivacité & un air de sévérité, dont ne s'accommodoient pas ceux qui haïssent toute gêne, ou qui se font de fausses idées de la liberté d'un homme de lettres, & en particulier de celle des membres d'une académie. Il auroit été inutile de fonder de semblables sociétés, si, comme dans toutes les autres, il n'y avoit des loix, & qu'on ne veillât pas à leur observation. Je suis donc intimement persuadé qu'il étoit, & qu'il sera toujours avantageux à l'académie d'être gouvernée comme elle l'a été par M. *de Maupertuis*, & que l'esprit d'ordre ne peut être maintenu que par la vigilance d'un chef qui sçait user de son pouvoir sans en abuser.

Le nôtre n'avoit de partialité, ni pour les personnes, ni pour les objets. Il n'en avoit point pour les personnes: il a toujours estimé, loué, fait valoir dans les occasions ceux qui montroient de l'attachement à leurs devoirs. Il n'avoit point de partialité pour les objets: ceux de nos quatre classes l'intéressoient également-

lement. Et cela venoit non ſeulement de ſa droiture naturelle, mais de ce qu'il auroit été lui-même un digne aſſocié de chacune de ces claſſes. Auſſi n'y en a-t-il aucune pour laquelle il n'ait donné d'excellens morceaux. La phyſique & la géometrie étoient, ſi l'on veut, ſon fort; mais la métaphyſique & les belles-lettres ne le revendiquoient à gueres moins juſte titre. Qu'y a-t-il en effet de mieux en ce dernier genre que les diſcours & les éloges qu'il a lus dans nos aſſemblées publiques? Oublierons-nous jamais ce diſcours du jour de l'anniverſaire de la naiſſance du Roi, prononcé il y a aujourd'hui treize ans *), & ſur lequel il n'y eut qu'un cri d'admiration? Avouons donc qu'il étoit bien agréable pour chacun de nous, lorsqu'il liſoit ſes mémoires, d'être écouté & jugé par celui qu'il auroit dû préférer à tout autre pour auditeur & pour juge, ſi la choſe eût été remiſe à ſon choix. On ne ſent pas toujours aſſez le prix d'un bien, lorsqu'on le poſſede; mais ce ſeroit pouſſer l'aveuglement trop loin, que de ne pas le ſentir lorsqu'on l'a perdu.

M. *de Maupertuis* aimoit les travaux de la chymie; & fourniſſoit ſouvent des idées, & des ſujets, à ceux de nos confreres qui excellent dans cette ſcience. Il a plus fait: on lui eſt redevable de la conſtruction d'un laboratoire, qui procurera, dans la ſuite, des facilités dont on étoit dépourvû juſques-là. Le jardin botanique a auſſi ſouvent attiré ſon attention: & il auroit voulu en général pouvoir mettre tout ce qui intéreſſoit l'honneur & l'utilité de l'académie, ſur le meilleur pied qu'il étoit poſſible. On ſent bien que de pareilles choſes ne s'exécutent pas tout d'un coup: & M. *de Maupertuis* a été traverſé par de très-grands obſtacles, dont le principal étoit le déſordre presque continuel de ſa ſanté.

Né avec un de ces tempéramens pour lesquels l'expreſſion de corps de fer ſemble avoir été imaginée, M. *de Maupertuis* en avoit

*) Voyez les Mémoires de l'Académie pour l'année 1747.

avoit altéré de bonne heure la trempe, en partie par cette activité prodigieuse de son esprit, qui ne lui accordoit presque aucun repos, en partie, & surtout par de très-grandes fatigues, au premier rang desquelles il faut mettre son voyage au Nord. Qu'on lise ce qu'il a fait & souffert, pour achever cette fameuse mesure, & l'on sera surpris qu'il se soit tiré d'une expédition plus dangereuse que le siége le plus meurtrier. L'âpreté insuportable du froid l'obligea en particulier à user pendant ce travail de liqueurs fortes, qui, selon les apparences, ne firent que concourir avec l'air glacé qu'il respiroit, à déchirer les fibres de ses poumons. De-là vinrent au bout de quelques années ces crachemens de sang, avant-coureurs du mal auquel il a succombé, & qui précéderent sa mort de plus de douze ans. Ces attaques, jointes à d'autres symptômes qui s'aggravoient à chaque rechûte, nous ont fait perdre la plus grande partie du tems pendant lequel nous aurions pû jouir de sa présidence. Elles le tenoient renfermé chez lui, sur-tout en hyver, ou l'obligeoient d'aller respirer son air natal, qui a paru le soulager quelquefois, mais qui n'a jamais pû le rétablir. Souvent nous n'avons pas crû le voir revenir des situations désespérées où il étoit sous nos yeux; & à son départ pour la France, nous n'avons pas compté sur son retour. Cependant son inconcevable vigueur, & le régime rigoureux dont il usoit pendant la durée du choc, mais auquel il auroit dû s'astreindre presque également dans les tems de santé, ou plutôt de soulagement, le ramenoient des portes du trépas, & nous avoient accoutumés à croire qu'il en seroit toujours de même, fort au-delà du terme auquel il parvenu. Mais n'anticipons pas ce terme: les dernieres années de la vie de M. *de Maupertuis* ne sont pas moinr dignes d'attention que les précédentes.

Renfermé dans son cabinet, notre président n'y étoit jamais oisif. Il développoit le germe de quelqu'une de ces grandes idées dont son esprit étoit continuellement occupé; & quand ce dévelopement étoit parvenu à un certain point, il prenoit la plume, &

com-

composoit quelque ouvrage, pour l'ordinaire très court. Il disoit qu'en commençant il n'avoit jamais d'étoffe que pour une cinquantaine de pages, & il n'alloit pas non plus beaucoup au-delà. Ses *Elémens de Géographie*, son *Astronomie Nautique*, & quelques autres traités qu'il avoit publiés en France, étoient assujettis à cette mesure; mais, dans un semblable espace, personne ne savoit ni dire plus de choses, ni les dire mieux.

Il reprit dabord une idée qui l'avoit occupé à *Paris*, & qu'il n'a gueres perdu de vûe pendant toute sa vie. C'est celle de l'origine des êtres organisés, du vrai principe de nos corps, ou du méchanisme de la génération. On avoit fait voir en 1744 à *Paris* un petit Négre blanc, qui amusa les curieux & qui exerça les philosophes. M. *de Maupertuis* entreprit l'explication de ce phénomene, & la réduisit à trois faits principaux, qui lui parurent pouvoir devenir des principes.

1°. La liqueur séminale de chaque espece d'animaux contient une multitude innombrable de parties propres à former par leurs assemblages des animaux de la même espece.

2°. Dans la liqueur séminale de chaque individu, les parties propres à former des traits semblables à ceux de cet individu, sont celles qui d'ordinaire sont en plus grand nombre, & ont le plus d'affinité; quoiqu'il y en ait beaucoup d'autres pour des traits différens.

3°. Quant à la maniere dont se forment dans la semence de chaque animal les parties semblables à cet animal, c'est, disoit-il, une conjecture bien hardie, mais qui n'est peut-être pas destituée de vraisemblance, que de penser que chaque partie fournit ses germes.

De nouvelles réflexions sur ce sujet conduisirent M. *de Maupertuis* à un ouvrage dans lequel il fit entrer ce qu'il avoit écrit sur le Negre-blanc, & donna l'ébauche d'un systeme sur la géné-

ration. C'eſt ſa *Venus phyſique*, pour laquelle il avoit une grande prédilection. On y trouve en effet des choſes très-originales, profondément penſées, & ingénieuſement exprimées. Tous les ſentimens de ceux qui ont traité cette doctrine, y ſont expoſés avec la derniere préciſion; après quoi l'auteur ramene les principes que nous venons d'indiquer, & y joint cette notion empruntée de la chymie; „qu'il exiſte dans la nature des forces, ou ſi „l'on veut des rapports, en vertu desquels, toutes les fois que „deux ſubſtances qui ont quelques diſpoſitions à ſe joindre l'une „à l'autre, ſe trouvent unies enſemble, s'il en ſurvient une troiſieme qui ait plus de rapport avec l'une des deux, elle s'y unit „en faiſant lâcher priſe à l'autre.“ Il tranche enſuite le mot, & convient que ces rapports & ces forces ne ſont autre choſe que l'*attraction*, tant vantée, & ſi peu connue. On demandera, peut-être, ſi c'étoit la peine de nous écarter des ſentiers battus, pour nous laiſſer dans une pareille route, la plus inacceſſible de toutes. Auſſi la concluſion de cet ouvrage n'aboutit-elle qu'à des doutes & à des queſtions, qui donneront de nouvelles tortures aux *Maupertuis* futurs. Quant à la forme de la *Venus phyſique*, on a prétendu qu'elle n'étoit pas aſſez grave, que les ornemens du ſtyle y étoient trop prodigués, & qu'ils ſortoient même un peu du *decorum* philoſophique. Mais, ſi cet ouvrage paſſe pour une débauche d'eſprit, M. *de Maupertuis* ne ſera pas le ſeul grand homme, en remontant juſqu'à *Platon*, à qui l'on puiſſe faire ce petit reproche.

Il ne crut pas avoir épuiſé la matiere; il y revint & enchérit ſur ſes idées précédentes. Il avoit voulu garder l'*incognito* pour le *Negre-blanc;* mais cela n'étoit pas poſſible: perſonne ne pouvoit ſe méprendre, ni à ſa maniere d'écrire, ni à ſa maniere de penſer. Il uſa donc, pour ſon nouvel ouvrage, d'un déguiſement dont le ſuccès ne fut gueres plus efficace, ni plus durable. Il fit imprimer une theſe latine qu'on ſuppoſoit avoir été ſoutenue à *Erlang* ſous un docteur nommé *Baumann*. A peine en eut-on vû quelques exemplaires à *Paris*, que l'auteur fut reconnu. Ce-

la engagea M. *de Maupertuis* à donner ſon écrit en françois ſous le titre d'*Eſſai ſur la formation des corps organiſés*, ou *Syſteme de la nature*, nouveau titre qu'il joignit au précédent dans la derniere édition de ſes oeuvres à *Lyon*. Il tâche d'abord de montrer dans cet ouvrage, que ſon principe attractif appliqué à la génération, n'appartient point à la claſſe des anciennes qualités occultes, & que les autres hypotheſes n'ont au fond rien de plus lumineux. Enſuite il creuſe hardiment un nouvel abîme, plus ſombre encore que les précédens, en accordant à la matiere quelque degré d'intelligence, de deſir, d'averſion, de mémoire, & en général, des propriétés d'un autre ordre que celles qu'on appelle phyſiques. On n'expliquera jamais, ajoute-t-il, la formation d'aucun corps organiſé par les propriétés phyſiques de la matiere: d'où il conclut qu'en ſuppoſant chacune des plus petites particules de la matiere, chaque élément doué de quelque propriété ſemblable à ce que nous appellons deſir, averſion, mémoire; la formation des individus devient l'effet naturel de ces propriétés. Il prétend que toutes les difficultés inſurmontables dans les autres ſyſtemes, diſparoiſſent dans celui-ci: la reſſemblance aux parens, la production des monſtres, la naiſſance des animaux mêtis: en un mot, que tout s'explique facilement. Pour n'en pas faire à deux fois, il étend ce ſyſteme aux végétaux, aux minéraux, aux métaux mêmes.

Quelque jugement qu'on porte du fond de ces idées, je ne crois pas qu'on leur conteſte le nom de grandes, que j'ai donné ci-deſſus en général à toutes celles dont M. *de Maupertuis* s'occupoit. On a cru y trouver des traces de ſpinoſiſme ou de matérialiſme; mais notre philoſophe les a hautement déſavouées; il a même ſuffiſamment mis ſes principes à l'abri de ſemblables imputations; & il les auroit certainement abandonnées, ſi ces conſéquences en avoient été une ſuite inévitable. Car un des plus beaux traits de ſon éloge, c'eſt ſans contredit l'attention qu'il a toujours eue, de ne rien mettre dans ſes écrits qui tendit à ébranler les fondemens de la religion naturelle ou révélée. Ainſi, à ne conſidé-

rer toute cette doctrine, comme on le doit, que du côté philosophique, on y reconnoit l'effort d'un de ces grands génies, qui brûlent du desir d'arracher à la nature ses secrets, desir qui va quelquefois jusqu'à l'audace. Ce qu'il y a de certain, c'est que des génies de la même trempe entrerent dans les idées de M. *de Maupertuis*, & les mirent à profit. Il suffira de nommer M. *de Buffon*, & cette belle *Histoire naturelle*, où il y a tant de choses qui ont le même caractere de grandeur & de hardiesse. Peut-être même que ce *Pline* moderne n'a pas indiqué tout ce qui appartenoit à notre président dans les hypotheses qu'il a proposées sur le même sujet.

Ce n'étoit pas assez pour M. *de Maupertuis* d'approfondir ainsi l'origine de l'espece humaine, & de remonter jusqu'aux premiers élémens de sa formation; il l'envisageoit en même tems du côté moral; & en réfléchissant sur la situation où l'homme se trouve placé ici bas, il voulut voir quel parti il en pouvoit tirer, & à quoi elle pouvoit le mener, à n'en juger que par les seules lumieres de la raison; c'est ce qui produisit son *Essai de Philosophie morale*. Il le termine par cette conclusion. *Tout ce qu'il faut faire dans cette vie pour y trouver le plus grand bonheur dont notre nature soit capable, est sans doute cela même qui doit nous conduire au bonheur éternel.* Ceux qui ont voulu critiquer cet ouvrage, ont prétendu que c'est mal prendre le chemin qui conduit l'homme entre les bras de la religion, que de s'attacher à prouver que la somme des maux de cette vie surpasse celle des biens; encore moins d'en tirer la conséquence, que les Stoïciens raisonnoient bien, lorsqu'ils regardoient la mort comme un remede utile & permis. Cependant l'apologie des Stoïciens, c'est-à-dire de leur logique, n'est point impossible; elle n'est pas même difficile. Ne reconnoissant pas l'immortalité de l'ame, ils raisonnoient très-juste, dans leurs principes, en disant que la mort volontaire est un remede utile & permis. Il est clair qu'il vaut mieux n'être point, que d'être mal, & qu'il n'y a que le défaut de courage qui puisse retenir

nir le bras de l'incrédule, quand il ſe trouve malheureux. C'eſt alors, au pied de la lettre, le cas de cette *chambre qui fume*, dont *Marc-Aurele* vouloit qu'on ſortit, quand on s'y trouvoit mal. Mais une remarque générale ſur cet ouvrage de M. *de Maupertuis*, qui eſt peut-être mieux fondée, c'eſt que la route par laquelle il veut mener au bonheur eſt un peu triſte, & que la ſécheresse qui naît de la préciſion géométrique eſt encore augmentée par un fond de mélancholie qu'on découvre dans l'auteur. Ce tour & ce ton qui regnent dans l'*Eſſai de Philoſophie morale*, bien qu'ils paroiſſent l'effet du raiſonnement, & même du calcul, doivent plutôt être attribués à la façon particuliere à l'auteur d'enviſager les objets & de ſentir. Quoiqu'il ait averti que c'eſt dans ſes plus beaux jours, au milieu d'une cour brillante, dans le palais d'un grand roi, qui l'avoit placé fort au-deſſus de ce qu'il pouvoit eſpérer, qu'il a tracé ces réflexions, il n'en eſt pas moins vrai que c'étoient des réflexions habituelles qu'une trop grande ſenſibilité aux contrariétés de la fortune & aux peines de la vie, avoit fait naître, & que les avantages qu'il détaille, quelque réels & quelque grands qu'ils fuſſent, ne pouvoient détruire, en rétabliſſant du moins l'équilibre entre les baſſins de cette balance qui lui paroiſſoit toujours trébuchante du mauvais côté.

Il ſe préſente encore ici deux pieces, que je ne ferai presque qu'indiquer; non qu'elles ne méritaſſent auſſi de nous arrêter, puisque malgré leur briéveté, elles renferment plus de choſes, & des choſes plus importantes que bien des gros volumes; mais parce que l'eſpace me manque, & que M. *de Maupertuis* eſt un de ces hommes qu'on pourroit décompoſer, pour en faire la matiere de pluſieurs éloges *). Ces pieces ſont la *Diſſertation ſur les différens moyens dont les hommes ſe ſont ſervi pour exprimer leurs idées*; & les *Réflexions philoſophiques ſur l'origine des langues, & ſur la ſignification des mots.* On ſent aiſément l'affinité de ces deux objets; mais il n'eſt pas auſſi aiſé de ſentir le degré de ſublimité auquel

*) M. *de Fontenelle*, éloge de M. *de Leibnitz*.

quel M. *de Maupertuis* a poussé la théorie qu'il en donne. Quoique jamais personne n'ait donné des ouvrages plus finis que lui, ces deux-ci sont peut-être à l'égard des siens ce que les siens sont à l'égard de ceux des autres. Les grandes questions de la langue & de l'écriture universelle, qui ont occupé plusieurs philosophes du premier ordre, sont réduites ici aux notions les plus simples, les plus justes & les plus lumineuses.

Que restoit-il à faire à M. *de Maupertuis*, pour achever de s'élever par ses méditations aux plus grands objets de nos connoissances? C'étoit de remonter au berceau de cet univers, d'examiner les principes de sa formation, & de donner des raisons satisfaisantes de l'ordre qui regne dans les ouvrages de la divinité. C'est à quoi notre philosophe a consacré aussi ses plus grands efforts. Faisons donc aussi ceux dont nous sommes capables, pour rapporter exactement, & le fond même de la doctrine, & les événemens singuliers que la publication de cette doctrine a entraînés après elle.

Dès l'année 1744, M. *de Maupertuis* avoit lu dans l'assemblée publique de l'académie des sciences de *Paris*, un mémoire intitulé: *Accord de différentes Loix de la Nature qui avoient jusqu'ici paru incompatibles.* Il y étoit principalement question des loix que suit la lumiere, surtout lorsqu'elle passe d'un milieu diaphane dans un autre. Après avoir montré que les plus grands hommes, *Descartes*, *Fermat*, *Newton*, avoient été dans l'impuissance d'accorder la loi de réfraction, avec le principe métaphysique suivant lequel *la nature*, *dans la production de ses effets*, *agit toujours par les voyes les plus simples*, M. *de Maupertuis* entreprit cette conciliation, & se proposa de démontrer que *le chemin que la lumiere tient*, *est celui par lequel la quantité d'action est la moindre.*

Ce n'étoit là qu'un premier pas, mais très-considérable. Deux ans après, M. *de Maupertuis* en fit un second, & lut à notre académie une *recherche des loix du mouvement*, où, après avoir exa-

examiné la différence que la dureté ou l'élasticité des corps produit dans les effets du choc, il pose un principe général énoncé en ces termes: *Lorsqu'il arrive quelque changement dans la Nature, la quantité d'action nécessaire pour ce changement, est la plus petite qu'il soit possible.* A ces deux mémoires il faut en joindre un troisieme *sur la loi du Repos*, lu en 1740, à *Paris*, où, après avoir établi cette loi universelle, on montre que tous les cas d'équilibre dans la statique n'en sont que des cas particuliers.

C'étoient-là autant de matériaux d'un édifice important, à la construction duquel M. *de Maupertuis* travailloit. Il le conduisit à sa fin, & ce fut son *Essai de Cosmologie.* Son but y est de prouver l'existence de Dieu, & de la fonder sur un des argumens, selon lui les plus forts, que l'univers nous offre pour nous faire reconnoitre la sagesse & la puissance de son souverain auteur. Cet argument est le principe métaphysique sur lequel toutes les loix du mouvement sont fondées, celui de la *moindre quantité d'action.* Le dévelopèment de ce principe fait le fond de la *Cosmologie* de M. *de Maupertuis.* On lui a reproché en général qu'il traitoit avec trop de mépris les autres preuves de l'existence de Dieu, & en particulier celles qui sont ordinairement déduites des causes finales. On ajoutoit que son principe n'étoit lui-même qu'une cause finale, mais hors de la portée de presque tous ceux qui ont besoin de conviction, & que l'auteur même n'attribuoit pas le titre de démonstration à sa preuve *); de façon qu'en perdant les argumens ordinaires, on couroit risque d'adopter une preuve équivoque. Cet ouvrage fut encore exposé à bien des objections; mais ce n'étoient, pour ainsi dire, que des murmures, quand tout à coup, & lorsqu'on s'y attendoit le moins, il survint un éclat le plus grand assurément qu'une dispute philosophique ait jamais produit, & qui fut chargé d'incidens si extraordinaires, que cet évene-

*) Voyez l'avant-propos du premier Tome des oeuvres de M. *de Maupertuis*, Edition de Lyon, page XI.

nement peut être regardé comme unique dans l'histoire littéraire. Je vais en articuler les principaux faits, en supprimant tout ce dont il est à souhaiter que la postérité perde le souvenir, & en prenant soin de ne rien avancer, comme je suis peut-être plus en état de le faire que qui que ce soit, qui ne s'accorde avec la vérité.

M. *Kœnig* avoit avec M. *de Maupertuis* les anciennes liaisons dont nous avons déjà parlé. Comme elles étoient fondées sur des obligations, il avoit paru en conserver un souvenir qu'on peut nommer tendre, puisqu'il l'engagea à venir ici pour voir notre président, & cela tellement à la lettre, que sur un faux rapport qu'il ne le trouveroit pas à *Berlin*, il avoit été prêt à rebrousser chemin sans y entrer. Comme je sais cette circonstance de source, je crois devoir la rapporter pour montrer jusqu'où des démêlés peu considérables en apparence, ou dans leur origine, peuvent emporter les personnes les plus éclairées & les plus judicieuses. Le *Tantaene animis caelestibus irae!* appliqué jusqu'ici aux seuls thélogiens, s'est étendu pour cette fois dans toute sa force aux philosophes.

M. *de Maupertuis* reçut cordialement M. *Kœnig*, & ils se virent tous les jours. Mais au bout de quelque tems, à force de s'entretenir sur des matieres sur lesquelles ils n'étoient pas d'accord, il y eut du refroidissement entr'eux, & M. *Kœnig* y contribua surtout en poussant trop loin la franchise helvétique. Lors donc que dans ces circonstances, il s'avisa de communiquer à M. *de Maupertuis* un mémoire destiné à combattre les principes de sa cosmologie, celui-ci, au lieu de l'examiner, le lui rendit afin qu'il en disposât comme il voudroit. Ainsi la séparation fut beaucoup moins affectueuse que ne l'avoit été l'abord.

M. *Kœnig* fit imprimer son mémoire dans les *Acta Eruditorum* de Leipzig. Dès qu'il parut, M. *de Maupertuis* le lut & en fut choqué. Mais de tout ce qui y étoit contenu, rien ne lui déplut davantage que l'endroit où M. *Kœnig* attribuoit à *Leibnitz* le principe qu'il prétendoit avoir établi le premier dans les ouvrages dont nous

venons

venons de rendre compte. L'aſſertion de M. *Kœnig* étant fondée ſur un fragment de lettre de *Leibnitz* qu'il produiſoit, M. *de Maupertuis* s'attacha à l'examen de ce fragment, dans lequel il crut trouver des traces évidentes de fauſſeté; & dès ce moment il prit le parti de pouſſer l'affaire auſſi loin qu'elle pouvoit aller. J'oſai lui repréſenter dans quelques converſations que j'eus alors avec lui, les inconvéniens de tout éclat; mais il fut inébranlable.

On fit des recherches juridiques pour découvrir la lettre à laquelle ce fragment devoit appartenir, ou du moins quelques indices par leſquels il fût probable que cette lettre eût exiſté; mais ces perquiſitions furent infructueuſes, ou plutôt toutes contraires à l'authenticité du fragment, comme on peut s'en convaincre en jettant les yeux ſur le recueil des lettres de *Leibnitz*, trouvées alors à *Bâle*, & inſérées à la fin du XII volume des mémoires de notre académie. D'ailleurs M. *Kœnig* interpellé, déclara qu'il avoit tiré le fragment cité d'une copie d'une lettre latine de *Leibnitz*, qu'il tenoit du feu Sieur *Henzi*, décapité à *Berne* depuis quatre ans, & ne produiſit pas même cette copie qui pouvoit juſtifier au moins ſa bonne foi, ſi l'on eût reconnu l'écriture de *Henzi*, ou du moins celle du copiſte que *Henzi* avoit employé; vérification qu'il étoit aiſé de faire à *Berne*. Les preuves de fait jointes à celles de raiſonnement que produiſirent les académiciens les plus irrécuſables ſur ces matieres, engagerent l'académie à prononcer le jugement par lequel elle déclara que ces prétendues lignes de *Leibnitz* ne méritoient aucune créance.

Le jugement fut imprimé; & dès qu'il parut, une nuée de contradictions s'éleva contre cet arrêt, qui fut conteſté, ſoit pour le fond, ſoit pour la forme. La partie intéreſſée, & qui s'eſtimoit lézée, publia un *Appel au Public*, auquel elle joignit enſuite une *Défenſe*. Il y avoit déjà dans ces pieces bien des vivacités & des traits de paſſion. On auroit pu cependant les pardonner à la ſenſibilité de l'amour propre, & compenſer en quelque ſorte

les fautes réciproques qui s'étoient faites dans cette occaſion, ſuivant ce Vers ſi ſouvent applicable:

Iliacos intrà muros peccatur & extrà.

Mais les adverſaires de M. *de Maupertuis*, les moins propres à entrer dans cette diſpute, ne garderent aucune meſure, & violerent toute bienſéance dans un déluge d'écrits ſatiriques qu'ils publierent pendant quelque tems coup ſur coup. Ce ſeroit leur faire trop d'honneur que de s'y arrêter un inſtant. Une pareille controverſe ne pouvoit ſe décider de la ſorte. Des coups plus aſſûrés acheverent le combat, & aſſûrerent la victoire à M. *de Maupertuis*. M. *Euler*, que je ne nommerois pas ſans éloge, s'il n'étoit préſent, fit voir, par l'application que *Leibnitz* lui-même avoit faite de l'axiome des anciens; *que la nature dans ſes opérations ne fait rien en vain, & cherche toujours le meilleur;* il fit, dis-je, voir avec évidence que *Leibnitz* n'avoit jamais connu le principe de la *moindre action;* après quoi, ramenant toute cette doctrine aux grands principes de la dynamique, il porta au philoſophe de *la Haye*, des atteintes dont on peut dire qu'il ne s'eſt pas relevé, puiſqu'il ne les a jamais repouſſées, & que ſa réponſe, dont ſes partiſans ont menacé pendant ſi longtems, eſt demeurée enſevelie avec lui. Je ne vois donc abſolument rien aujourd'hui qui puiſſe invalider le jugement de l'académie, ni laiſſer aux perſonnes inſtruites & impartiales le moindre doute ſur la légitimité, non-ſeulement des prétentions de M. *de Maupertuis*, mais même des principaux moyens qu'il a employés pour les ſoutenir.

Pendant le cours de cette diſpute, la ſanté de M. *de Maupertuis* s'altéroit, ſoit par un des retours périodiques du mal dont il étoit attaqué, ſoit par l'agitation que de pareilles affaires ne pouvoient manquer de cauſer à un eſprit auſſi vif que le ſien. Comme il falloit pourtant toujours qu'il s'occupât, & qu'il n'étoit alors capable d'aucun travail ſuivi, il jetta ſur le papier ſes penſées ſur différentes matieres, & leur donna le titre de *lettres*. C'étoit en quelque ſorte le réſidu de tous les deſſeins, de tous les plans poſſibles, probables ou ha-

zar-

zardés, dont il n'avoit cessé de s'occuper depuis que les matieres philosophiques faisoient l'objet de ses spéculations. Il sentit bien lui-même qu'on pouvoit en critiquer raisonnablement quelques endroits, & même y trouver *des contradictions*. Il prévint sur cela le lecteur d'une maniere propre à désarmer la critique. Il est donc à présumer que cette production auroit reçu les mêmes éloges que les précédentes, ou du moins qu'elle n'auroit pas été plus maltraitée, si des circonstances particulieres n'avoient rendu ces lettres les objets de la plus étonnante, de la plus imprévue, & de la plus injuste de toutes les attaques. Bien loin de chercher ici à lever aucun voile, j'épaissirois plutôt celui qui envelope encore à bien des égards cette odieuse affaire. De toutes les mains celle de laquelle, par toutes sortes de raisons, on devoit le moins s'attendre à voir partir quelque trait, lança le plus envenimé de tous ceux qui avoient jamais atteint M. *de Maupertuis*. La playe fut profonde, & dans des circonstances qui pouvoient la rendre mortelle. Plusieurs libelles satyriques, cruellement égayés par l'art de travestir tout en ridicule, se répandirent coup sur coup de toutes parts, & causerent une grande rumeur *). M. *de Maupertuis* l'entendoit à peine: il se mouroit: & l'on n'avoit aucune espérance qu'il pût revenir de l'extrémité à laquelle il se trouvoit réduit. Ses yeux se r'ouvrirent à la clarté d'une flamme qui expioit l'outrage qu'il avoit reçu; ou plutôt son coeur fut ranimé, & le principe de la vie lui fut rendu par les soins magnanimes d'un maître aussi juste que bon.

La visite dont un roi philosophe honora M. *de Maupertuis* mourant, sembla le rappeller des portes du trépas; mais depuis ce tems il eut peu de beaux jours, & il ne faut pas s'en étonner, puisque les plus beaux avoient eu pour lui quelque chose d'insipide, & même d'amer. Dégoûté d'une gloire qu'il avoit idolâtrée, & dont il voyoit de plus près le néant; dégoûté d'une vie que dans des tems plus heureux il appelloit déjà le *mal de vivre*, il n'a presque plus fait

 que

*) Entr'autres l'*Akakia* qui fut brûlé à *Berlin* par la main du bourreau, le 24 Déc. 1752.

que combattre contre des infirmités toujours renaissantes, souvent même contre des douleurs aigues, & que les restes de sa vigueur, en résistant continuellement au mal, sembloient rendre encore plus vives. J'ai déjà dit que sa ressource dans les attaques précédentes avoit été l'air de S. *Malo*, & qu'il s'en étoit bien trouvé. Il fit trois voyages en France depuis son mariage, les deux premiers d'environ un an, & il en rapporta toujours quelque soulagement. Le troisième & dernier a été le plus long, & sans retour. Indiquons-en les principales circonstances.

Les congés que le Roi accordoit à M. *de Maupertuis*, étoient toujours accompagnés de nouveaux témoignages de bien-veillance. Il obtint le dernier en 1756. pour aller réparer les désordres de sa santé. Il partit de Berlin le 7 de Juin. Il arriva le 5 de Juillet à *Paris*, & s'y arrêta jusqu'au 16 de Septembre. Il se rendit de là à S. *Malo*, où il rentroit toujours avec une singuliere satisfaction. Une sœur tendrement aimée, des parens & des amis qui connoissoient tout son mérite, un nom qui seul eût suffi pour lui attirer les hommages de ses compatriotes; tout concouroit à lui rendre agréable le séjour de sa patrie. Il y passa l'hiver, principalement occupé à l'étude, comme j'ai pu en juger par ce qu'il m'écrivoit, & par la demande qu'il me fit de lui envoyer le bel ouvrage de métaphysique du célebre *Bulfinger*. Les lettres que j'ai reçues de lui dans ce tems-là, m'ont aussi fait voir que son esprit s'occupoit comme à l'ordinaire, & se nourrissoit de méditations sur des matieres du même ordre que celles dont il avoit toujours fait son objet. D'autres sujets d'un ordre assez différent attiroient aussi son attention; témoin une lettre très-longue & très-intéressante, où il s'entretenoit avec moi sur la nature de la vraie religion & du vrai culte.

Les côtes de Bretagne étant inquiétées par les Anglois, & S. *Malo* principalement exposé à leurs entreprises, M. *de Maupertuis*, dont le congé étoit prêt d'expirer, ne pouvoit y trouver d'embarquement sûr: il en partit le 12 Juin 1757, & arriva le 26 à *Bordeaux*, dans

dans le dessein de s'y embarquer sur un vaisseau de *Hambourg* pour passer plus promptement à *Berlin*. Pendant son séjour à *Bordeaux*, où il vécut fort retiré, il composa une dissertation sur les loix de la nature. Les réflexions sur les événemens auxquels il s'exposoit alors, même sur un vaisseau neutre, la prolongation de congé qu'il venoit d'obtenir de S. M. avec la permission d'aller passer l'hiver en Italie, l'état de sa santé qui exigeoit un climat doux, toutes ces raisons réunies le firent renoncer à son projet d'embarquement. Il partit de *Bordeaux* le 4 d'Octobre, & arriva le 8 à *Toulouse*, s'approchant également de l'Italie & de l'Allemagne. *Toulouse* étoit propre par bien des endroits à lui fournir les agrémens qui convenoient à son état. Aussi y passa-t-il un hiver assez supportable par rapport à sa santé, partageant son tems entre les agrémens du commerce de quelques amis & son cabinet.

Après un séjour de plus de sept mois à *Toulouse*, qui fit perdre de vue à M. *de Maupertuis* le voyage d'Italie, il ne songea plus qu'à se rapprocher de *Berlin*. Il se rendit à *Lyon* par *Narbonne* & par *Nîmes* le 28 Mai, en repartit le 24 Juillet, & arriva en deux jours à *Neufchâtel*. La tranquillité de ce séjour, la satisfaction de se voir dans les états de S. M. la douceur de la saison lui faisoient espérer qu'il pourroit y reprendre les forces dont il avoit besoin pour continuer son voyage. Il avoit eu d'anciennes liaisons avec milord *Maréchal*, gouverneur de cette principauté, & frere du maréchal *de Keith*, ce héros dont la perte a coûté de si justes regrets au roi & à l'état. M. *de Maupertuis*, jouit à *Neufchâtel* pendant trois mois des douceurs de ce commerce; mais sa santé n'en devint pas meilleure. Il s'avança néanmoins jusqu'à *Bâle*, où Mrs. *Bernoulli* l'attendoient. Le cadet de ces deux illustres freres, M. *Jean Bernoulli*, avec lequel depuis trente ans M. *de Maupertuis* étoit uni de la plus tendre amitié, fut charmé de le recevoir chez lui. Sa femme & ses enfans lui prodiguerent les soins les plus affectueux dans sa derniere maladie, & l'assisterent jusqu'à son dernier soupir.

Arrivé

Arrivé à *Bâle* le 16 d'Octobre 1758, il s'y trouva d'abord mieux qu'à *Neufchâtel*, où il n'avoit fait que languir: mais ce calme ne fut pas de longue durée; & dès l'entrée de l'hiver il ressentit des atteintes non-seulement plus violentes, mais qui changeoient de siege, & soumettoient à leurs ravages des parties moins capables de résistance que celles qui avoient été jusqu'alors affectées. Le mal avoit toujours résidé dans les poumons, où, selon les apparences, il s'étoit formé un sac ou abscès, dont l'évacaution avoit plus d'une fois sauvé la vie au malade. Je me rappelle de l'avoir vu une fois si tourmenté par une douleur insupportable dans la région des côtes, qu'il avoit dessein de se faire faire l'opération de l'empyeme. Le théâtre de ces violens combats, qui avoit été dans la poitrine, passa aux intestins; & dès la premiere attaque, au mois de Décembre 1758, M. *de Maupertuis* fut si mal qu'il ne crut pas en revenir. Il me l'écrivit le 20 de Janvier; mais en me priant de n'en point parler, pour ne pas allarmer madame son épouse. Le mois de Février ne lui fut pas plus favorable; & il me disoit le 3 de Mars; „J'ai été ces semaines passées „bien malade; j'ai vu la mort de plus près que je ne l'avois jamais vue, „& suis assez content de la maniere dont je l'ai vue: toutes mes mesures „étoient prises pour ce passage; & comme, même en santé, je l'a„vois souvent pensé, je trouvois assez ridicule ce que *Cicéron* & *Sénè*„*que* nous répetent si souvent, qu'il faut passer sa vie à apprendre à „mourir. Cela me feroit croire que ces grands philosophes avoient „grand peur de mourir. Cela se trouve tout appris, quand on y est: „& moi qui ne suis ni *Cicéron* ni *Sénèque*, je mourois fort tranquille, „quoique dans de grandes douleurs. Enfin Dieu n'a pas voulu que „ce fût pour cette fois; veuille-t-il une autre fois me remettre dans „les mêmes dispositions!"

Ces sentimens également conformes à la raison & à la religion, ont soutenu M. *de Maupertuis* jusqu'à la fin; & il en a eu besoin pour une mort précédée de longues douleurs. Cette force de tempérament, dont j'ai déjà souvent parlé, paroissoit un mur, au pied duquel se brisoient les traits de la mort. Le plus fâcheux combat qu'il ait eu

à

à essuyer, est celui qu'excitoit sa tendresse pour une épouse si digne d'occuper, comme elle l'a fait, son esprit & son cœur jusqu'à ses derniers instans. Il souhaitoit ardemment de la voir encore, & il craignoit en même-tems de l'exposer aux fatigues & aux risques du voyage. Cela lui fit écrire des lettres où regnoit cette irrésolution; & j'en reçus dans le même tems de Mrs. *de la Condamine* & *Bernoulli*, dont les unes pressoient le voyage de madame *de Maupertuis*, & les autres le déconseilloient. Il se passa un tems assez considérable, avant qu'elle pût, non-seulement se décider, mais encore être exactement instruite de l'état des choses, parce qu'on ménageoit son extrême sensibilité. Cette dame a été un modele d'affection conjugale, comme elle l'est de toutes les autres vertus. Enfin, apprenant à n'en pouvoir douter que M. *de Maupertuis* étoit fort mal & desiroit de la voir, elle partit; & sans un contr'ordre qui retarda son voyage, elle seroit encore arrivée à tems. Mais elle n'a pas eu la consolation de voir son époux; & M. *Merian*, qui l'avoit accompagnée dans ce voyage, & qui, sur la nouvelle de l'extrémité où se trouvoit le malade, fit une diligence qui lui a procuré la vue de M. *de Maupertuis* agonisant, le trouva hors d'état de le connoître, de lui parler, & de lui donner, encore une fois, comme il l'eût fait sans doute, les assûrances de la tendre amitié qu'il a toujours eue pour lui. M. *Jean Bernoulli* a tenu lieu de tout à son ami mourant, & s'est acquitté au-delà de toute expression des devoirs que lui imposoit une aussi triste conjoncture, jusqu'au moment qui a terminé cette glorieuse, mais laborieuse carriere, le 27 de l'année derniere. (1759.)

M. *de Maupertuis* a eu de grands sentimens de religion; & ils ont redoublé aux approches de la mort. C'est par là que je commence à rassembler encore quelques traits de son caractere, qui acheveront cet éloge. Rien ne fait certainement plus d'honneur à un homme doué de talens extraordinaires, que de n'en jamais abuser aux dépens de ce qu'il y a de plus sacré. J'ai déjà dit qu'on ne trouvera pas la moindre trace d'irréligion dans les écrits de M. *de Maupertuis*; & c'est pour eux, dans ce siecle, une distinction aussi rare que réelle.

Si nous voulons ensuite examiner de plus près les principes qui l'ont guidé dans sa vie aussi bien que dans ses ouvrages, nous serons peut-être obligés de convenir, (car, si cet éloge est de quelque prix, je crois que c'est au respect que j'y observe pour les loix de la vérité qu'il en sera redevable,) nous avouerons peut-être, dis-je, qu'il ne partoit pas à cet égard de notions aussi distinctes que l'étoient celles qu'il avoit des sciences. Aussi attaché à sa religion qu'à la religion proprement dite, il n'étoit pas remonté à la grande & unique source de l'examen; & cela n'est ni surprenant ni rare dans des personnes qui, comme lui, n'ont reçu que des instructions fort superficielles, bientôt effacées par une vie tumultueuse. Il avoit donc des préjugés qui le rendoient un controversiste peu exact, & qui lui ont inspiré le goût de ces menues observances, dont les gens les plus éclairés de sa propre communion ne font pas grand cas. Mais après tout, il vaut mieux un lien, quoique foible, que d'aller au hazard. Nous louons donc sans difficulté M. *de Maupertuis* de tout ce qu'on a pu nommer en lui zele & dévotion. Il en a donné des preuves en particulier par rapport à la construction de l'église Catholique de *Berlin*: & il étoit entré sur ce sujet dans une correspondance avec le pape *Benoît XIV*, qui lui a procuré des réponses très-gracieuses & plusieurs faveurs de ce pontife, que sa sagesse & ses vertus ont rendu respectable à toute l'Europe.

Passons de l'homme religieux à l'homme moral. M. *de Maupertuis* a été dans le cas de tous ceux qui ont un tempérament aussi vif que l'étoit le sien. Le feu qui brilloit dans ses yeux & qui brûloit dans ses veines, n'a pu qu'allumer en lui des passions véhémentes, & qui sans doute l'ont emporté quelquefois au-delà des bornes que sa raison rendue à elle-même auroit reconnues. Mais il est rare d'être grand homme impunément; & la même cause qui éleve les génies supérieurs au-dessus des hommes ordinaires, console presque toujours l'amour propre de ceux-ci, en rapprochant d'eux les grands hommes par d'autres endroits. Le désir de la célébrité, passion qui souvent

est

est comptée pour une vertu, parce qu'elle produit les mêmes effets dans les ames bien nées, paroit avoir été le grand mobile des démarches de M. *de Maupertuis;* & ses succès, comme nous l'avons vu, ont surpassé de beaucoup ceux auxquels les sciences & les lettres ont coutume de conduire. Cependant un fonds d'inquiétude naturelle, grossi par le chagrin de quelques traverses, n'ont point accordé à M. *de Maupertuis* de jouissance bien complette dans ce genre.

Les vertus de l'honnete homme m'ont toujours paru se trouver en lui, & dans un haut degré. Il étoit franc & droit, incapable de procédés obliques. Il avoit une générosité peu commune & accompagnée des manieres les plus nobles. Sur-tout il étoit bon ami, & l'étoit jusqu'à ce degré dont les exemples appartiennent plus à l'histoire des siecles reculés qu'à celle des nôtres. On peut voir ces sentimens exprimés avec toute l'énergie possible dans les quatre dédicaces qu'il à mises à la tête des quatre volumes de la derniere édition de ses oeuvres. Le coeur les a incontestablement toutes dictées, mais sur-tout celle à M. *de la Condamine.* Jamais rien n'a égalé l'affection réciproque de ces deux illustres personnages. Elle avoit commencé dans un tems où ils ne pensoient ni au pole ni à l'équateur, & ne s'attendoient pas à partager, pour ainsi dire, le monde entr'eux pour l'exécution d'une entreprise dont l'honneur étoit réservé à notre siecle & à eux. Cette communauté d'idées & de sentimens, d'intérêt & d'occupations, en fit véritablement un coeur & une ame. M. *de la Condamine* a été jusqu'à la mort de M. *de Maupertuis* le dépositaire de ses pensées les plus secrettes: & si leurs ames peuvent un jour se rencontrer, je crois qu'elles se rejoindront. Le défunt a eu d'autres amis qui, sans disputer la premiere place à M. *de la Condamine*, lui ont été extrêmement attachés, & qu'il a payés d'un parfait retour. Je ne nommerai que M. le Comte *de Tressan;* & cette distinction est bien due à l'empressement généreux qu'il témoigne pour sa mémoire, & au monument qu'il veut lui consacrer pour immortaliser leur union *).

*) M. le Comte *de Tressan* a fait aussi l'éloge de M. *de Maupertuis* dans l'académie de *Nancy.*

Nous avons à *Berlin*, & sans doute parmi ceux qui m'écoutent, des personnes, dans le coeur desquelles existe un monument encore plus précieux.

Ceux qui savent combien M. *de Maupertuis* étoit aimable, ne s'étonneront pas qu'il ait été si bien aimé. Outre les qualités du coeur dont je viens de parler, il étoit charmant dans le commerce de la vie; sa conversation étoit, s'il m'est permis d'en juger, ou plutôt de l'aveu de ceux à qui ce droit appartient, la plus spirituelle qu'on puisse imaginer. De ce feu qui l'animoit, partoient des éclairs perpétuels qui surprenoient toujours, malgré leur retour non interrompu. Sans la moindre ombre d'affectation, sans ce ton imposant trop ordinaire à ceux qui sentent ce qu'ils valent, il disoit rapidement, laconiquement, agréablement, sur tout ce qui se présentoit, ce qu'on pouvoit dire de mieux, & le mieux qu'on pouvoit le dire. Cela lui étoit naturel, lors même qu'il ne pensoit point à plaire, je dirois presque lorsqu'il auroit été tenté de déplaire; & je crois que ce qu'a dit madame *de Sévigné* du pere *Bouhours*, que *l'esprit lui sortoit de tous côtés*, convenoit beaucoup mieux encore à M. *de Maupertuis*. Que n'étoit-ce donc pas quand il vouloit plaire, c'est à dire quand il se trouvoit à son aise, avec des gens qu'il aimoit & dont il étoit aimé? On croyoit, je n'exagere point, & je parle d'après une sorte de sensation qui m'étoit incompréhensible lorsque je l'éprouvois, on croyoit, en l'entendant, qu'il étoit le seul au monde qui eût jamais eu de l'esprit. On ne se remettoit d'une de ces surprises agréables dont je viens de parler, que pour tomber dans une autre, sans craindre d'en voir jamais tarir la source. Poli avec cela, & parfaitement instruit de tout ce qu'on appelle usage du monde, attentions, prévenances, son exemple, sans qu'il en eût le dessein, étoit une leçon perpétuelle pour ceux qui en ont besoin.

Je ne saurois finir; il se présente toujours à mon souvenir quelqu'un de ces traits caractéristiques qui servent à peindre M.

de

de Maupertuis. L'avantage que j'ai eu de le voir plusieurs années familierement & continuellement, l'attachement sincere que je lui avois voué, & l'attention que je donnois à ce que disoit & faisoit un homme que j'admirois autant que je l'aimois, m'ont laissé le souvenir le plus distinct de toutes ses façons d'agir. Je ne toucherai pourtant plus que deux choses pour ne pas faire un livre plutôt qu'un éloge, s'il est encore tems de prévenir ce reproche.

La premiere, c'est le soin infini qu'il apportoit à revoir ses ouvrages, à les retoucher, à en faire disparoitre les moindres négligences, les plus légeres taches, l'ombre de l'inexactitude. Il ne se lassoit point de cette occupation; & c'est par là qu'il a mis dans tout ce qu'il a écrit, ce degré de perfection auquel n'atteignent que les grands écrivains, & même qui manque à quelques-uns, parce qu'ils n'usent pas des mêmes précautions. Les ouvrages de M. *de Maupertuis* subsisteront autant que les sciences & les lettres, parce qu'ils appartiennent également aux unes & aux autres, & qu'on pourra toujours y puiser des leçons de goût aussi bien que de savoir. Les livres qui n'ont que l'un de ces deux mérites, sont déjà estimables; mais il n'y a rien au-dessus de ceux qui les réunissent. Ce seroit une chose très-instructive pour ceux qui veulent se former au grand art d'écrire, que de pouvoir suivre le fil des révisions de M. *de Maupertuis*, d'observer la sévérité qui y regnoit, & d'en découvrir les raisons. On apprendroit ainsi *le pouvoir d'un mot mis en sa place.* Pendant l'impression même, lorsqu'elle se faisoit à portée de l'auteur: il ne cessoit de corriger sur les épreuves tout ce dont il n'étoit pas content. Et comme il ne l'étoit presque jamais, cela ne finissoit point. Aussi les imprimeurs étoient-ils désolés de ce qui devoit faire le charme des lecteurs M. *de Maupertuis* a été fort attentif en général à tout ce qui concernoit l'impression de ses ouvrages. Ceux qu'il a publiés en France, ont été magnifiquement imprimés au Louvre, ou par les presses les plus célebres; & depuis il a fait à cet égard tout ce qu'on pouvoit faire dans les lieux & dans les circonstances

où il se trouvoit. Il n'ignoroit pas que le meilleur livre perd beaucoup de son prix, quand il choque ou fatigue les yeux du lecteur.

L'autre chose dont il me reste à parler, ce sont les liaisons que M. *de Maupertuis* a toujours entretenues avec une espece d'amis, dont il s'accommodoit presque mieux que de tous les autres, & avec qui son intimité a été en augmentant jusqu'à la fin. Ce sont les animaux. „Je n'ai plus la ressource du travail, *m'écri-* „*voit-il dans une de ses dernieres lettres;* le genre de mon mal me „le défend; mais il me reste la compagnie de mes oiseaux, & ce „n'est pas la plus mauvaise qu'on puisse avoir." Ce goût étoit né avec lui, comme quelques traits de son enfance qu'il m'a racontés me l'ont appris; ensuite il s'étoit changé en curiosité physique. M. *de Maupertuis* rassembloit avec beaucoup de peine & à grands frais, des animaux étrangers ou singuliers, pour observer leurs allures, & étudier en quelque sorte leur caractere. Il faisoit aussi quelques expériences; & il s'est en particulier fort occupé à créer, autant que la chose est possible, de nouvelles especes de chiens, par des mêlanges qui produisoient des individus dont les singularités lui faisoient un extreme plaisir. Mais l'affection pour ceux d'entre les animaux dont la gentillesse ou la fidélité ont quelque chose de remarquable, entra toujours pour beaucoup dans le plaisir que M. *de Maupertuis* goûtoit au milieu de cette petite république: & de toutes les sociétés, c'est peut-être la seule qui dans aucun moment ne lui ait été à charge.

De tout ce qui sert à conserver le souvenir de ceux qui disparoissent de dessus la scene de ce monde, il me reste, ce me semble, rien dont je puisse encore parler, que de la personne de M. *de Maupertuis*, c'est-à-dire, de son extérieur & de sa physionomie. Celle-ci étoit de celles qu'on nomme singulieres, c'est-à-dire, qui frappent. Il est incontestable qu'elle plaisoit aussi; & la meilleure preuve que j'en puisse alléguer, c'est qu'elle a généralement plû, sans aucune régularité dans les traits. Une taille médiocre & ramassée, un visage

que

que je lui ai souvent oui nommer à lui-même quarré, un œil vif, un sourire fin, un air d'intelligence au plus haut degré, quelques-uns de ces mouvemens du visage & du corps qu'on appelle tics, une vivacité de corps assortissante à celle de son esprit; voilà ce qui dans la foule la plus nombreuse eût fait démêler M. *de Maupertuis*. On l'auroit encore reconnu à une façon de se mettre qui étoit assez souvent en contraste avec tout ce qu'on nomme mode, & qui, sous un air de négligence, sembloit cacher quelque envie de se singulariser. Il résultoit de tout cela une impression, qui n'a, je crois, permis à personne de ceux qui ont vû, ne fut-ce qu'une seule fois, M. *de Maupertuis*, d'en perdre le souvenir.

Tel étoit notre Président dans sa vie domestique, où les grands hommes intéressent quelquefois plus la curiosité, que dans leurs actions d'apparat. Mais sa mémoire nous intéressera toujours d'une façon particuliere, tant que nous nous rappellerons les années de sa présidence & les avantages qu'elle nous a procurés. Ceux qui composeront après nous cette compagnie, & qui ne l'auront pas connu personnellement, n'auront pas sans doute ce regret vif & tendre qui, si je ne me trompe, se trouve dans le cœur de presque tous les académiciens, & qui certainement ne sortira jamais du mien: mais ils verront toujours, & dans nos fastes, & dans les œuvres de M. *de Maupertuis*, quel il étoit, & combien nous avons perdu en le perdant. Je souhaite que cette perte soit réparée plutôt que je ne m'en flatte.

En finissant par cette réflexion, je laisserois ceux qui m'écoutent, & sur-tout mes confreres, dans une tristesse qui ne s'accorderoit pas avec la solemnité de ce jour. Il ne me conviendroit pas non plus de garder le silence sur cette solemnité, & de n'y pas puiser, comme dans une source abondante, les idées les plus propres à nous remplir de joie, ou du moins à nous faire espérer que cette joie, altérée, je l'avoue, par bien des événemens, redeviendra enfin aussi vive & aussi complette qu'elle peut l'être. Oui, Messieurs, nous venons de finir une année qui n'a pas été aussi heureuse que les précédentes.

Si

Si l'académie a perdu ſon préſident, l'état a fait auſſi des pertes fort douloureuſes, & qu'on pourroit preſque nommer accablantes, ſi l'état & l'académie n'avoient conſervé le plus précieux de tous les biens dont l'être ſuprême puiſſe nous laiſſer jouir: c'eſt notre grand roi, l'objet de tout notre amour, & de tous nos vœux. Malgré le fardeau incroyable qu'il ſoutient depuis ſi longtems, au milieu des dangers formidables qui l'ont tant de fois environné, nous pouvons encore aujourd'hui bénir le ciel de la grace qu'il nous fait bien plus qu'à lui, de le voir entrer dans un nouveau période de cette carriere, *dont les inſtans valent des années;* j'emprunte cette expreſſion de M. *de Maupertuis.* Que cette faveur d'en-haut nous faſſe oublier toutes nos diſgraces, & nous rempliſſe de la douce eſpérance d'y voir enfin, & bientôt, ſuccéder un tems plus fortuné; d'obtenir enfin, & bientôt, ce tréſor, le plus déſirable de tous, après la conſervation de notre monarque; la paix! En attendant, banniſſons de nos coeurs, ſinon toute inquietude, au moins celles qui ne conviennent, ni à des philoſophes, ni à des chrétiens.

F I N.



